

# MUSIQUES

recherches interdisciplinaires

La revue de l'Observatoire interdisciplinaire de création et de recherche  
en musique de l'Université Laval (OICRM-ULaval)

ISSN : 2818-2006

Volume 1, n° 1 : Pour un décloisonnement disciplinaire

Rubrique : Essais

Pour citer cet article :

Papillon, André. 2024. « Vocalises sérielles : Séries dodécaphoniques cycliques ». *Musiques : Recherches interdisciplinaires* 1 (1). <https://doi.org/10.62410/f7wevt31>

## Vocalises sérielles : Séries dodécaphoniques cycliques

André Papillon  
Université Laval

### Préambule

Quoique cet essai porte sur des séries dodécaphoniques, il n'y sera aucunement question de théories sérielles, de techniques de composition, voire de musique! Il s'agit tout simplement de la réponse à une question de nature essentiellement mathématique : *combien existe-t-il de séquences répétitives de 2, 3, 4 ou 6 intervalles qui couvrent, en douze notes, le total chromatique?*

Cette même question aurait pu être explorée sans référence musicale avec cette variante : *Si, à partir de midi-minuit sur un cadran d'horloge, on avance l'aiguille de trois heures pour ensuite la reculer d'une heure, et que ces deux opérations consécutives sont répétées 5 fois, l'aiguille se*

*retrouve au point de départ et chaque opération aura mené le curseur à une heure différente : 12-3-2-5-4-7-6-9-8-11-10-1-12.*

*Combien existe-t-il de séquences répétées de deux sauts qui ont cette caractéristique de ramener le curseur au point de départ sans repasser par la même heure? La même question peut être posée avec des séquences de trois, quatre et six sauts.*

## Introduction

Tous les musiciens occidentaux connaissent au moins deux séries dodécaphoniques : la gamme chromatique et le cycle des quintes. Ces deux séries ont également en commun le fait d'être basées sur un seul intervalle répété 12 fois.

Peut-on imaginer des séries dodécaphoniques basées sur l'alternance de deux intervalles? Il y en a deux : la première est basée sur l'alternance entre une 3<sup>ce</sup> mineure et une 2<sup>de</sup> mineure en mouvements contraires, et la seconde, sur l'alternance entre une 4<sup>te</sup> juste et une 3<sup>ce</sup> mineure en mouvements contraires :



On peut se poser la même question avec des séquences répétées de trois, quatre et six intervalles<sup>1</sup>. Cet essai porte sur ces séries, les méthodes pour les découvrir et certaines de leurs caractéristiques.

## Abréviations

SP Série périodique

SP<sup>2</sup> Série périodique basée sur une cellule de 2 notes. Idem pour SP<sup>3</sup>, SP<sup>4</sup> et SP<sup>6</sup>.

---

<sup>1</sup> On ne peut exclure la possibilité que des séquences de x ( $\neq$  diviseur de 12) intervalles pourraient également générer des séries dodécaphoniques, mais elles laisseraient une séquence incomplète et perdraient leur caractère cyclique.

## Séries périodiques

Une série périodique sérielle est une séquence de 2, 3, 4 ou 6 intervalles, jouée en boucle et qui génère à la 12<sup>e</sup> note une série dodécaphonique.

Elle peut prendre quatre formes :

- Une séquence de 2 notes, répétée un ton plus haut ou plus bas (SP<sup>2</sup>) :



### *Transposition limitée*

En principe, une série peut être notée dans 12 transpositions. Toutefois, les séries qui font l'objet de cette étude sont à *transposition limitée* : le nombre de transpositions correspond au nombre de notes dans la cellule de base.

Prenons par exemple cette série basée sur une cellule de deux notes :



Elle peut être transposée un demi-ton plus haut :



Si on la transpose un autre demi-ton plus haut, on retrouve la série originelle, avec une translation (dans cet exemple, la série originelle débute par la 3<sup>e</sup> note et se termine par les deux premières).



### *Translation limitée*

En principe, une série peut commencer par n'importe laquelle de ses 12 notes. Toutefois, les séries qui font l'objet de cette étude sont à *translation limitée* : le nombre de translations correspond également au nombre de notes dans la cellule de base.

Prenons par exemple cette série :



Elle peut être décalée d'une note :



Si on la décale une autre fois, on y retrouve la série d'origine, un ton plus haut :



Quelle que soit la transposition ou la translation de ces séries, elles sont basées sur une même séquence d'intervalles qui servira d'**identifiant unique**.

## Notation des intervalles et des séries périodiques

Les séries sont plus aisément reconnaissables dans toutes leurs transpositions et translations lorsqu'on les traite comme des **séquences d'intervalles** plutôt que des **séquences de notes**.

Prenons par exemple cette série :



Elle est composée d'une variété d'intervalles : 7<sup>es</sup> majeures et 8<sup>ves</sup> diminuées descendantes, 8<sup>ves</sup> augmentées et 9<sup>es</sup> mineures ascendantes.

Puisqu'une série dodécaphonique est une suite de hauteurs nominales<sup>3</sup>, on peut modifier les registres des notes par des sauts d'octaves afin de les ramener au plus petit intervalle avec la note précédente. On constate alors qu'il s'agit tout simplement d'une gamme chromatique ascendante :



<sup>3</sup> Hauteur nominale, ou *pitch class* : note, sans égard à son registre.

Ces intervalles peuvent donc être identifiés par un même signe qui identifierait également les intervalles disjoints de l'exemple précédent. Les nombres utilisés dans la théorie sérielle étant parfois utilisés pour identifier des notes ou des intervalles sans égard à la direction, j'ai choisi d'utiliser les onze premières lettres de l'alphabet pour éviter toute équivoque.

	Ascendante	Descendante
2 <sup>de</sup> min.	A	K
2 <sup>de</sup> maj.	B	J
3 <sup>ce</sup> min.	C	I
3 <sup>ce</sup> maj.	D	H
4 <sup>te</sup> juste	E	G
Triton	F	F
5 <sup>te</sup> juste	G	E
6 <sup>te</sup> min.	H	D
6 <sup>te</sup> maj.	I	C
7 <sup>e</sup> min.	J	B
7 <sup>e</sup> maj.	K	A

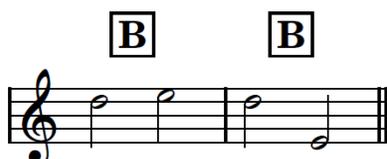
	Intervalle ascendant	Intervalle descendant
<b>A</b>	2 <sup>de</sup> mineure	7 <sup>e</sup> majeure
<b>B</b>	2 <sup>de</sup> majeure	7 <sup>e</sup> mineure
<b>C</b>	3 <sup>ce</sup> mineure	6 <sup>te</sup> majeure
<b>D</b>	3 <sup>ce</sup> majeure	6 <sup>te</sup> mineure
<b>E</b>	4 <sup>te</sup> juste	5 <sup>te</sup> juste
<b>F</b>	triton	triton
<b>G</b>	5 <sup>te</sup> juste	4 <sup>te</sup> juste
<b>H</b>	6 <sup>te</sup> mineure	3 <sup>ce</sup> majeure
<b>I</b>	6 <sup>te</sup> majeure	3 <sup>ce</sup> mineure
<b>J</b>	7 <sup>e</sup> mineure	2 <sup>de</sup> majeure
<b>K</b>	7 <sup>e</sup> majeure	2 <sup>de</sup> mineure

On observe qu'une même lettre peut identifier un intervalle et son renversement, c'est-à-dire des intervalles *complémentaires*.

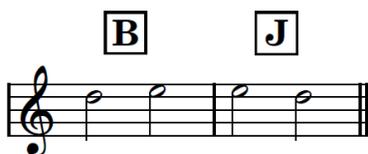
## Inversion ou renversement?

Avant d'aller plus loin, il est important de bien distinguer l'**inversion** et le **renversement**.

**Renversement** : les mêmes notes dans des mouvements contraires forment deux intervalles *complémentaires*, c'est-à-dire que leur somme est égale à une octave<sup>4</sup>. Dans notre notation alphabétique des intervalles, le même identifiant décrit deux intervalles complémentaires :



**Inversion** : Le même intervalle en mouvement contraire.



Autrement dit :

<b>Renversement</b>	Mêmes notes dans des directions différentes
<b>Inversion</b>	Même intervalle dans des directions différentes

## Identifiant unique

Contrairement à une mélodie qui est une suite **fixe** d'intervalles avec un début et une fin, une série est une séquence **circulaire** d'intervalles. La première note ou le premier intervalle utilisé dans une série ne lui donne aucune importance particulière.

<sup>4</sup> La somme des intervalles qui composent une octave est 9 car la désignation des intervalles correspond à 1 + le nombre de degrés supplémentaires.

Comme une série peut prendre jusqu'à 144 formes différentes (12 translations multipliées par 12 transpositions), ces doublons sont très fréquents et leur détection s'avère laborieuse.

Pour repérer plus facilement les doublons, on convient d'un identifiant unique dont la première lettre est la plus proche du début de l'alphabet.

Par exemple, GBACDE commencera par A, donc ACDE, suivi des lettres qui précèdent A, c'est-à-dire GB : ACDEGB. Si une lettre est doublée, on choisit celle qui est suivie de la lettre la plus proche du début de l'alphabet : GBDBCE sera donc BCEGBD.

## Matrice de Schoenberg

Une autre manière de trouver d'autres séries à partir d'une série donnée est d'utiliser la matrice de Schoenberg qui génère le rétrograde, l'inversion et l'inversion du rétrograde d'une série.

Dans cet exemple, le rétrograde (R) de DAJ génère KHB :



Dans cet exemple, l'inversion (I) de DAJ génère BHK :



On note que les identifiants du rétrograde et de l'inversion d'une même série sont des palindromes (dans cet exemple, KHB et BHK).

Dans cet exemple, l'inversion du rétrograde de DAJ génère la série JAD :



On note que l'identifiant d'une série et celui de l'inversion du rétrograde d'une série sont des palindromes.

### *Familles de séries*

Dans l'annexe de cet essai, les séries sont regroupées par familles lorsqu'elles appartiennent à la même matrice de Schoenberg, c'est-à-dire une série **P** (*prime*<sup>5</sup>), son rétrograde (**R**), son inversion (**I**) et l'inversion du rétrograde (**RI**). Pour les **SP** qui sont des *palindromes intervalliques*<sup>6</sup>, **R** et **I** sont semblables, ainsi que **P** et **RI**.

Chaque série d'une même famille peut être considérée comme *prime*.

## Comment trouver les séries périodiques ?

### *Séries avec un seul intervalle*

Il existe quatre intervalles qui génèrent des séries lorsqu'ils sont répétés 12 fois : le demi-ton (ascendant et descendant) et la quinte (ascendante et descendante). Les deux premiers intervalles génèrent les gammes chromatiques, les deux autres génèrent les cycles des quintes.

### *Cellules de deux notes*



Puisque chaque cellule est transposée un ton plus haut ou plus bas, l'ensemble des premières notes de chaque cellule forme une gamme par tons (il en va de même pour les secondes notes).

Chaque note d'une cellule devant provenir d'une gamme par tons différente, les seuls intervalles possibles entre deux notes consécutives sont ceux qu'on ne retrouve **pas** dans une gamme par tons.

<b>Intervalles à éviter</b>	2 <sup>de</sup> majeure, 3 <sup>ce</sup> majeure, triton, 6 <sup>te</sup> mineure, 7 <sup>e</sup> mineure
-----------------------------	---

<sup>5</sup> Comme j'utilise les initiales anglaises, j'utilise *prime* pour la correspondance avec l'initiale P.

<sup>6</sup> Voir la section Palindromes intervalliques.

<b>Intervalles possibles</b>	2 <sup>de</sup> mineure, 3 <sup>ce</sup> mineure, 4 <sup>te</sup> juste, 5 <sup>te</sup> juste, 6 <sup>te</sup> majeure, 7 <sup>e</sup> majeure
------------------------------	---

Comme chaque cellule est suivie de sa transposition un ton plus haut ou plus bas, il existe deux possibilités d'intervalles entre la seconde note d'une cellule et la première de la suivante.



Dans la figure ci-haut, les deux premières notes de chaque mesure représentent les notes d'une cellule, et la double note sur le 3<sup>e</sup> temps représente les deux possibilités de première note de la cellule suivante.

- La 1<sup>re</sup> ligne de l'identifiant est associée à la séquence des notes avec les hampes ascendantes.
- La 2<sup>e</sup> ligne de l'identifiant est associée à la séquence des notes avec les hampes descendantes.
- Cette figure comprend les quatre séries à un seul intervalle : **AA**, **EE**, **GG** et **KK**.

Une modification dans l'ordre des notes d'une cellule génère une série différente :



Nous verrons plus loin que la modification de l'ordre des notes à l'intérieur d'une même cellule peut être utilisé comme un procédé pour générer d'autres séries.

On retrouve, dans la série périodique CK, la formule B-A-C-H, répétée une tierce majeure plus haut à deux reprises :



## Cellules de trois notes

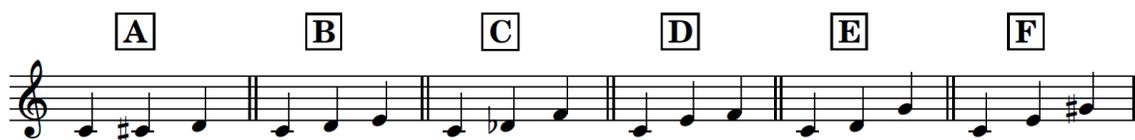
### Combinaisons de base



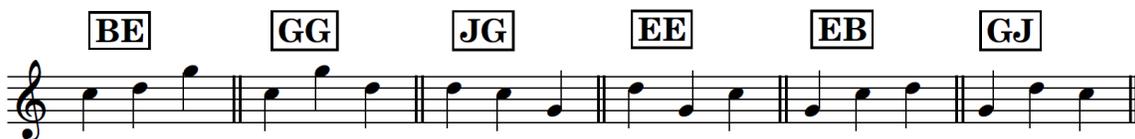
L'ensemble des premières notes de chaque cellule forme un arpège de 7<sup>e</sup> diminuée (il en va de même pour les deuxièmes et troisièmes notes).

Puisque chaque note d'une cellule doit provenir d'un arpège de 7<sup>e</sup> diminuée différent, les cellules ne doivent pas contenir un des intervalles qui composent l'arpège de 7<sup>e</sup> diminuée, c'est-à-dire la 3<sup>e</sup> mineure et le triton.

Voici les six combinaisons de trois notes qui ne contiennent aucune 3<sup>e</sup> mineure et aucun triton :



Comme ces notes peuvent apparaître dans n'importe quel ordre à l'intérieur de la cellule, chaque groupe de trois notes représente six possibilités<sup>7</sup> de combinaisons. À titre d'exemple, voici les séquences possibles de la combinaison E de la figure précédente :

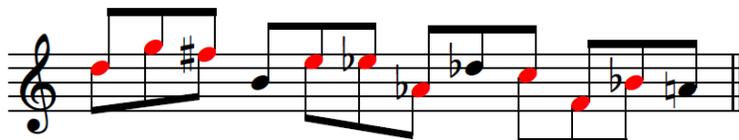


Chacune des 6 permutations des 6 possibilités peut être suivie de sa transposition une tierce mineure plus haut ou plus bas, pour un potentiel de  $6 \times 6 \times 2 = 72$  possibilités. En éliminant les doublons, dont quatre qui appartiennent à la catégorie des séries basées sur un seul intervalle (A, E, G et K), il reste 24 séries regroupées en 8 familles.

<sup>7</sup> Il y a  $3! = 6$  séquences possibles de trois notes abc : abc, acb, bac, bca, cab, cba

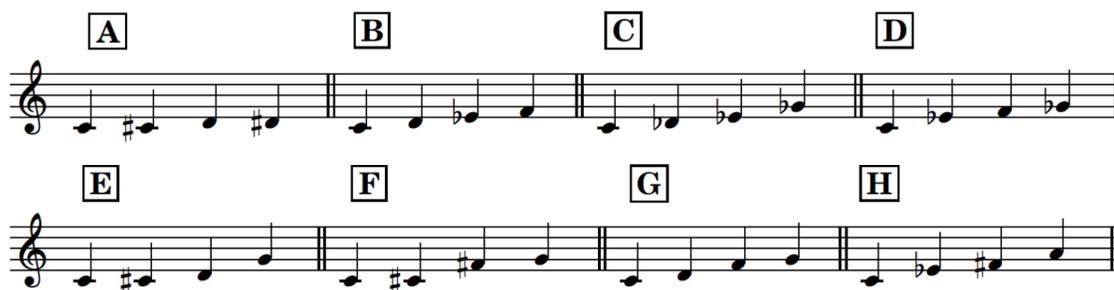
Ce grand nombre de doublons s'explique notamment par le fait que presque toutes ces séries contiennent deux ou trois des six combinaisons de base.

Dans cet exemple, les trois groupes de notes en rouge avec hampes descendantes correspondent respectivement aux combinaisons D, C et E (voir page précédente) :



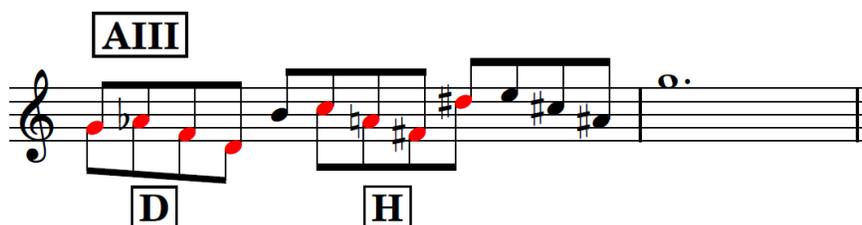
### Groupes de quatre notes

Les premières notes des groupes de quatre notes formant un accord de quinte augmentée, les groupes ne peuvent pas contenir de 3<sup>ce</sup> majeure. Il existe huit ensembles distincts de quatre notes sans 3<sup>ce</sup> majeure :



Quatre de ces ensembles sont diatoniques (B, C, D, G). On retrouve également dans ces ensembles l'arpège de septième diminuée (H) ainsi qu'une suite chromatique (A).

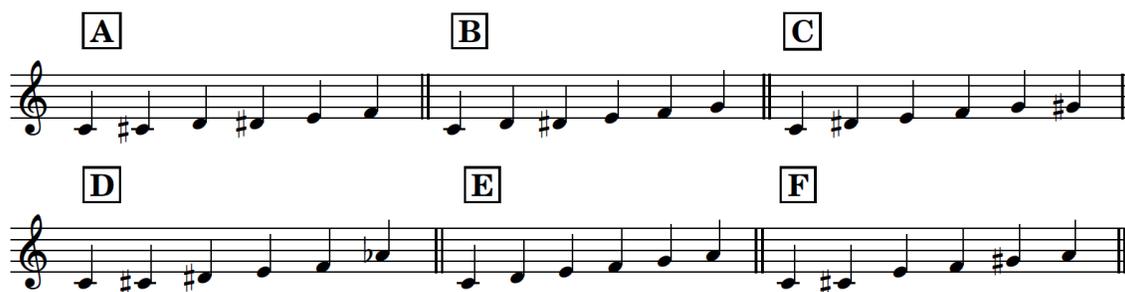
Les SP générées par ces cellules ne sont pas mutuellement exclusives. Certaines SP contiennent deux ensembles :



À l’instar des groupes de 3 notes, les notes de ces formules peuvent se succéder dans n’importe quelle des  $4! = 24$  séquences possibles. Ces 8 ensembles avec leurs 24 permutations pouvant être suivies de leur répétition une 3<sup>ème</sup> majeure plus haut ou plus bas, nous trouvons  $8 \cdot 24 \cdot 2 = 384$  possibilités qui comprennent de nombreux doublons ainsi que des **SP<sup>1</sup>** et **SP<sup>2</sup>**. Une exploration systématique nous a permis de distinguer 78 séries distinctes regroupées en 28 familles.

### *Groupes de six notes*

L’intervalle de transposition des deux cellules de six notes qui forment les **SP<sup>6</sup>** étant le triton, les cellules ne peuvent être formées que d’une de ces six combinaisons de six notes exemptes de tritons :



À l’instar des groupes de deux, trois et quatre notes, les notes de ces formules peuvent se succéder dans n’importe quelle des  $6! = 720$  séquences possibles.

Ces six ensembles avec leurs 720 permutations ne peuvent être suivies que de leur transposition un triton plus haut ou plus bas puisque les deux ont le même résultat. Ils génèrent donc  $6 \cdot 720 = 4\,320$  séquences possibles. Ces possibilités comprennent de nombreux doublons : une exploration systématique (et fastidieuse) nous a permis de distinguer 632 séries distinctes regroupées en 186 familles.

## Particularités de certaines séries

### *Palindromes intervalliques*

Certaines séquences d’intervalles sont palindromiques, ce qui toutefois ne signifie pas que les notes sont palindromiques (ce qui serait contradictoire avec la nature même d’une série

dodécaphonique). Par exemple, le palindrome de **BCKCBI** est **IBCKCB** qui, ordonné, correspond à **BCKCBI**.

Un palindrome intervallique est semblable au rétrograde de son inversion (**RI**) et le rétrograde (**R**) d'un palindrome intervallique est semblable à son inversion (**I**)<sup>8</sup>.

C'est le cas notamment des séries basées sur des cellules de deux notes qui sont forcément des palindromes intervalliques : le palindrome de **ABABAB** est **BABABA** qui, ordonné, devient **ABABAB**.

- Les identifiants de 6 des 8 (75%) familles de séries basées sur une cellule de 3 notes sont palindromiques.
- Les identifiants de 17 des 28 (61%) familles de séries basées sur une cellule de 4 notes sont palindromiques.
- Les identifiants de 53 des 184 (29%) familles de séries basées sur une cellule de 6 notes sont palindromiques.

### *Hexacordes diatoniques*

Les six premières notes de la gamme majeure et leur répétition un triton plus haut forment une série :



La plupart des séries générées par les  $6! = 720$  permutations de ces hexacordes diatoniques en contiennent au moins un autre :



<sup>8</sup> L'explication est dans la section Inversion ou renversement.

Dans cet exemple, les notes avec les hampes ascendantes consistent en un hexacorde diatonique suivi de sa transposition un triton plus haut. Les notes avec les hampes descendantes forment un hexacorde diatonique différent.

Certaines séries en génèrent davantage et il existe au moins une série qui contient cinq hexacordes diatoniques :

The image displays two musical examples, A and B, illustrating diatonic hexacords. Example A shows a complete series of notes on the first staff, with other diatonic hexacords isolated in the lower staves. Example B shows the complete series reproduced on all staves, transposed so that the diatonic hexacord always consists of the notes do - ré - mi - fa - sol - la.

**A** : La série complète figure sur la 1<sup>re</sup> ligne et les autres hexacordes diatoniques qu'elle contient sont isolées dans les portées inférieures.

**B** : La série complète est reproduite sur toutes les lignes, mais transposée pour que l'hexacorde diatonique soit toujours composé des notes *do - ré - mi - fa - sol - la*.

On observe que le nombre d'intervalles disjoints dans un hexacorde diatonique est généralement proportionnel au nombre d'autres hexacordes diatoniques que la **SP**<sup>6</sup> peut contenir. La **SP**<sup>6</sup> basée sur l'hexacorde diatonique conjoint<sup>9</sup> ne contient aucun autre hexacorde diatonique.

### *Tritonisation*

Pour les fins de cet essai, la *tritonisation* est la transformation d'un intervalle lorsqu'une des notes qui le composent est transposée d'un triton, ou, par extension, la transformation d'une **SP**<sup>6</sup> lorsqu'on remplace tous les intervalles par leur correspondant selon le tableau ci-dessous.

<sup>9</sup> Voir le premier exemple de cette section.

Dans une série basée sur une cellule de six notes, on peut échanger deux notes qui occupent la même position dans leurs cellules respectives sans affecter le caractère dodécaphonique de l'ensemble. Ces deux notes sont par définition à distance d'un triton puisque chaque note d'une  $SP^6$  est la transposition à un triton de distance de la note qui occupe la même position dans l'autre cellule.

Voici les intervalles qu'on peut retrouver dans une  $SP^6$  (c'est-à-dire tous sauf F) et leur transformation lorsqu'une note est transposée d'un triton :

A	B	C	D	E
G	H	I	J	K

Dans cet exemple, la lettre du haut est l'identifiant de l'intervalle formé par les notes avec les hampes ascendantes et la lettre inférieure est celui de l'intervalle formé par les notes avec les hampes descendantes.

Intervalle de départ	A	B	C	D	E	G	H	I	J	K
Intervalle <i>tritonisé</i>	G	H	I	J	K	A	B	C	D	E

La transposition d'une seule note modifie les intervalles avec la note précédente et avec la suivante. Si on transpose deux notes consécutives, l'intervalle entre ces deux notes reste le même et seuls les intervalles avant et après cette nouvelle paire de notes sont modifiés.

Donc, si on alterne une note originale et une note transposée d'un triton, tous les intervalles seront modifiés. Or, on observe qu'en transposant d'un triton les notes impaires (1-3-5) ou les notes paires (2-4-6) d'une cellule, on génère la même  $SP^6$ , à un triton de distance :



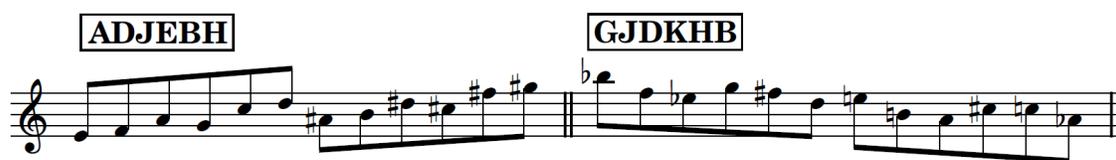
On peut donc en inférer qu'on peut générer de nouvelles  $SP^6$  en remplaçant toutes les lettres d'un identifiant selon cette correspondance biunivoque.

Ce qui rend cette opération possible est la commutativité de la correspondance entre les intervalles et leur *tritonisation* : la transposition au triton ascendant ou descendant génère la même note, ce qui n'est pas le cas des intervalles de transposition associés aux autres types de séries périodiques<sup>10</sup>. Un autre facteur contribue à expliquer cette particularité des  $SP^6$  : un triton reste un triton, quel que soit l'ordre des notes – le triton est sa propre inversion et son propre renversement.

En construisant la liste des 632  $SP^6$ , j'ai utilisé un outil en ligne de chiffrement<sup>11</sup> pour générer en une seule opération un grand nombre de nouvelles  $SP$  à partir de leurs identifiants.

### Séries auto-tritonisées

La *tritonisation* de certaines  $SP^6$  génère leur propre inversion. Ce premier exemple montre une série suivie de la transposition d'un triton d'une note sur deux (ici, les notes 1-3-5)<sup>12</sup> :

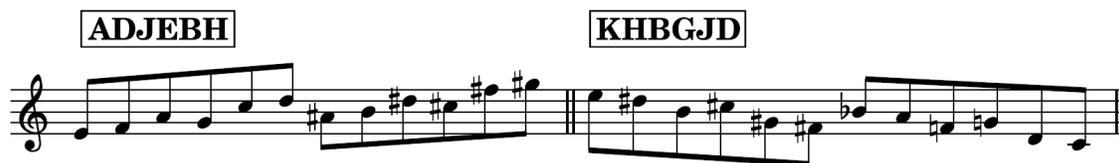


L'exemple suivant montre la même série suivie de son inversion :

<sup>10</sup> 2<sup>de</sup> majeure pour les  $SP^2$ , 3<sup>ce</sup> mineure pour les  $SP^3$  et 3<sup>ce</sup> majeure pour les  $SP^4$ .

<sup>11</sup> <https://www.dcode.fr/fr>

<sup>12</sup> La transposition des notes 2-4-6 génèrerait la même série à un triton de distance.



Ces deux opérations génèrent la même série : **GJDKHB** et **KHBGJD** qui, une fois ordonnés, donnent tous deux **BGJDKH**.

De même, l'inversion du rétrograde et la *tritonisation* du rétrograde de certaines série auto-tritonisées génèrent la même série. Au total, 15 des 184 familles de séries basées sur une cellule de 6 notes partagent cette caractéristique.

## Conclusion

Une étude plus poussée pourrait se pencher sur les caractéristiques des séries *auto-tritonisées* et tenter d'expliquer pourquoi certaines séries possèdent cette caractéristique, plutôt que simplement le constater, comme je me suis contenté de le faire.

En tant que pédagogue instrumental, je considère que jouer et transposer une **SP<sup>2</sup>** ou une **SP<sup>3</sup>** peut présenter un certain intérêt pédagogique pour l'application des intervalles, mais une erreur dans une séquence atonale passe plus facilement inaperçue qu'une erreur dans un contexte tonal. Quant aux **SP<sup>4-6</sup>**, je considère que l'exercice fait principalement appel à la mémoire et au calcul mental. Ce sont, certes, des qualités indéniables dans tous les domaines d'activité, mais je crois qu'il y a des exercices plus constructifs et moins rébarbatifs pour les développer dans un contexte d'apprentissage musical. Je laisse aux chercheurs en pédagogie instrumentale le soin de décider si cette question mérite tout de même d'être étudiée.