



# Ancrage de la didactique des mathématiques au Québec : à la recherche de sens et de cohérence

Ce texte a été publié pour la première fois dans les actes du GDM de 2007 :

Bednarz, N. (2007). Conférence d'ouverture. Ancrage de la didactique des mathématiques au Québec : à la recherche de sens et de cohérence. Dans P. Marchand, *La didactique des mathématiques au Québec : genèse et perspectives. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec*, p.19-61.

**Nadine Bednarz**

Université du Québec à Montréal

**Résumé :** Un important corpus de recherches en didactique des mathématiques a été développé au Québec depuis près de 40 ans. Les analyses réalisées par Lemoyne (1996) et Kieran (2003) permettent d'établir un premier portrait de l'évolution de la recherche en didactique des mathématiques au Québec sous l'angle des objets qu'elle aborde et de sa communauté de chercheurs. En partant de ces synthèses et des premiers travaux de recherche réalisés en didactique des mathématiques au sein des groupes québécois qui ont constitué des pôles importants de développement de celle-ci (Centre de recherche en psycho-mathématique, le Centre de recherche en didactique (CRD), section didactique de l'UQÀM, le Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE), etc., nous avons tenté de retracer les finalités, les courants théoriques et les approches méthodologiques qui ont orienté les pratiques didactiques de ces groupes. Ce retour aux sources cherche à reconstruire le sens profond des premiers travaux menés dans ce domaine. Il vise aussi à répondre aux questions suivantes : de quelle didactique des mathématiques est-il question quand on parle de didactique des mathématiques dans ces groupes? Quelle cohérence, si elle existe, traverse ces différents travaux?

**The roots of mathematics instruction in Quebec: In search of meaning and consistency**

**Abstract:** Over the past nearly 40 years, a substantial body of research in mathematics instruction has developed in Quebec. The analyses carried out by Lemoyne (1996) and

Kieran (2003) allow us to establish a first portrait of the evolution of research in mathematics instruction in the province from the standpoint of the subjects dealt with and the associated community of researchers. Based on these syntheses and on the first research works produced in mathematics instruction within the Quebec groups that have been important centres of development in this field (Centre de recherche en psychomathématique, Centre de recherche en didactique (CRD), section didactique de l'UQÀM, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE), etc.), we have attempted to retrace the aims, theoretical currents and methodological approaches that have guided the instructional practices of these groups. The objective of this return to the sources has been to reconstruct the deep meaning of the first studies conducted in this field. We also set out to answer the questions: Which mathematics instruction are we talking about when referring to mathematics instruction in these groups? What consistency, if any, can be identified across these research works?

## Introduction

La création d'une identité de praticien est une entreprise collective... Elle est aussi une façon de parler de la constitution du groupe lui-même par l'activité de ses praticiens. Elle suppose la reconnaissance et la validation par les autres participants des pratiques changeantes par lesquelles les nouveaux venus deviennent des anciens. (Lave, 1991, p. 154)

Plus de 37 ans se sont écoulés depuis la création du Groupe de didactique des mathématiques au Québec (GDM) et le début des travaux de recherche en ce domaine. Au moment où bon nombre de didacticiens s'apprêtent à quitter le domaine de la formation et de la recherche, la nécessité de faire le point sur les développements qui ont marqué l'émergence et le développement de ce champ d'études apparaît comme un enjeu crucial, non seulement pour en comprendre l'origine et l'évolution, mais aussi pour ouvrir sur des perspectives nouvelles. Le thème de la rencontre du GDM tenue en juin 2007 se prêtait bien à cet exercice<sup>1</sup>. Mais, travailler sur l'historicité de la recherche en didactique des mathématiques au Québec représentait, à cette étape, lorsque j'acceptais de présenter cette conférence d'ouverture, un véritable défi. Voulant retracer son ancrage, mieux comprendre les finalités des premiers travaux, leur fil directeur, leurs enjeux, leur apport, j'étais confrontée à des choix difficiles. En effet, la quantité impressionnante de travaux menés au Québec en didactique des mathématiques depuis les années 1970 et l'identification de données associées aux travaux de ces groupes de recherche non archivées de manière systématique rendaient la tâche complexe. La reconstruction amorcée ici ne peut donc être que partielle. Elle

---

<sup>1</sup> Pour minimiser toute lourdeur dans l'écriture et la lecture, nous utiliserons le masculin dans l'ensemble du texte.

demanderait à être poursuivie par une équipe de chercheurs, travaillant de manière systématique à retracer toutes les données issues des différents groupes et à reconstruire l'histoire de ces derniers. Pour favoriser la construction d'une identité de chercheurs en didactique des mathématiques au Québec, un tel travail historique semble fondamental<sup>2</sup> de manière à pouvoir se donner une mémoire collective de ces travaux et de leur place dans le champ de la didactique des mathématiques au Québec.

Avant de préciser la manière dont nous avons abordé la question de cette reconstruction, nous soulignerons au préalable quelques éléments des travaux antérieurs sur lesquels il est possible de s'appuyer pour aborder cette genèse de la didactique des mathématiques au Québec (Mura, 1994; Lemoyne, 1996; Kieran, 2003).

## **1. Un retour sur les travaux rétrospectifs déjà réalisés**

Trois études servent de matériau à une entrée dans la reconstruction de la didactique des mathématiques au Québec. Ces études, les seules dont nous disposons, proposent des lectures personnelles (il ne peut en être autrement, la nôtre le sera également) influencées par un regard particulier posé par le chercheur. La première (Mura, 1994, 1998) et la troisième étude (Kieran, 2003) portent sur le Canada, bien que des données sur le Québec puissent en être tirées; mais, l'ensemble dépasse largement le cadre du Québec. La deuxième étude porte spécifiquement sur la recherche en didactique des mathématiques au Québec et couvre les années 1970 à 1995 (Lemoyne, 1996).

### **1.1 Un portrait des didacticiens des mathématiques**

En 1993, Roberta Mura a réalisé une vaste enquête<sup>3</sup> auprès des didacticiens des mathématiques travaillant dans les universités canadiennes. Cette enquête fournit un portrait global de ces didacticiens, dans les années 1990 : 70 % d'entre eux sont des hommes, leur âge moyen est de 50 ans, 35 % d'entre eux parlent français au travail, 75 % d'entre eux sont attachés à des départements, ou facultés d'éducation et, plus rarement, 21 % d'entre eux, à des départements de mathématiques (cas de

---

<sup>2</sup> Le travail mené en didactique au Québec s'inscrit dans une certaine historicité qu'il semble essentiel de retracer pour la communauté de chercheurs qui participe à cette entreprise collective. Une telle perspective historique permet en effet de situer le travail réalisé, ses filiations théoriques, les savoirs qui en sont issus, ses retombées. Elle permet également de mieux comprendre les perspectives actuelles, leurs tendances, l'articulation avec la recherche déjà réalisée.

<sup>3</sup> Sur les 158 questionnaires envoyés aux professeurs, 103 ont été retournés et 63 retenus, selon deux critères : occupent-ils un poste dans une université? La didactique des mathématiques est-elle leur principal champ de recherche et d'enseignement?

l'UQÀM et de Concordia), 89 % d'entre eux (46) ont un doctorat en éducation, 8 un doctorat en mathématiques et 2 en psychologie, 29 % d'entre eux ont dirigé la recherche d'au moins un étudiant au doctorat<sup>4</sup>.

Outre le fait qu'elle fournit un portrait de ces formateurs-chercheurs en didactique des mathématiques au Canada, cette étude permet de mettre en évidence la conception de la didactique des mathématiques qui est la leur, à partir de la question suivante : « Comment définissez-vous la didactique des mathématiques? ». Une caractérisation du travail en didactique des mathématiques, qui émerge de cette analyse, est celle d'une didactique pensée à partir de ses finalités :

- des finalités définies, par certains, en termes d'analyse, d'explication, de compréhension des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques (Mura, 1998, p. 110);
- par d'autres, en termes de contribution à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques et à la facilitation de son apprentissage;
- ces définitions de finalités n'étant pas, par ailleurs, nécessairement exclusives.

Cette enquête menée, rappelons-le, dans tout le Canada, et non seulement au Québec, contribue à mettre en lumière le portrait d'une communauté professionnelle hétérogène : « The portrait drawn by the survey's results is that of a diversified professional community<sup>5</sup> » (Mura, 1994, p. 112).

Nous reviendrons, à la fin de ce texte, sur cette caractérisation de la didactique des mathématiques en regard des travaux que nous avons analysés.

## **1.2 Une entrée par les objets de recherche sur lesquels portent les recherches en didactique des mathématiques.**

L'analyse menée par Lemoyne (1996) a été réalisée à partir de textes publiés de 1970 à 1995 en didactique des mathématiques au Québec : articles dans des revues scientifiques et professionnelles, livres, thèses de doctorat. Elle recouvre aussi des analyses historiques portant sur certains savoirs mathématiques, productions que l'on peut situer à la frontière des recherches en didactique des mathématiques (il s'agit en fait de travaux en histoire des mathématiques).

---

<sup>4</sup> Il serait intéressant de refaire une telle étude pour obtenir un portrait actuel, notamment en ce qui concerne la direction d'étudiants aux études supérieures et la formation de chercheurs, les études de doctorat s'étant considérablement développées depuis cette époque.

<sup>5</sup> Dans ce texte, les citations en anglais sont intégrées au texte afin d'en respecter le format original et ne pas en alourdir la lecture.

Pour organiser l'analyse des publications examinées, le cadre théorique qui guide l'auteure est celui de la « théorie des situations didactiques » (Brousseau, 1998), et celui des travaux menés en France selon cette perspective. Cette théorie, nous rappelle l'auteure, s'inscrit dans un certain projet : elle s'intéresse<sup>6</sup> « à un savoir déjà institué, c'est-à-dire un savoir qui a sa place dans une société déterminée et vis-à-vis duquel existe un projet social de transmission réalisé sous la forme d'un enseignement » (Rouchier, 1991, cité dans Lemoyne, 1996, p. 31).

C'est autour de ce savoir et de son enseignement que s'organisent donc les recherches en ce domaine, en renvoyant à des analyses mathématiques, épistémologiques, didactiques de la notion à enseigner, ainsi qu'à une analyse des connaissances des élèves. Des outils théoriques et méthodologiques cohérents avec ce projet y ont été développés.

C'est (par exemple) dans le cadre de cette théorie que le problème de la dévolution des situations a-didactiques, ou de l'entrée de l'élève dans une situation d'apprentissage, a été posé, [...] que le processus d'institutionnalisation a été examiné, [...] que la méthodologie de l'ingénierie didactique a été créée pour une « mise à l'épreuve des constructions théoriques élaborées dans les recherches, par l'engagement de ces constructions dans un mécanisme de production » (Artigue, 1990, p. 285) et pour une « prise en compte de la complexité de la classe ». (Douady, 1987, cité dans Lemoyne, 1996, p. 32)

L'analyse réalisée conduit l'auteure<sup>7</sup> à regrouper les travaux menés au Québec selon trois axes :

- 1) des analyses mathématiques, historiques et épistémologiques de savoirs à enseigner;
- 2) des analyses didactiques en lien avec la conception, la réalisation et l'étude de situations d'enseignement, ces analyses didactiques prenant diverses formes : analyses d'enseignement, de manuels, propositions de situations d'enseignement conçues par des chercheurs ou des enseignants (résultant d'analyses de savoirs mathématiques et de choix didactiques), analyses de

---

<sup>6</sup> Ce projet, orienté par une certaine vision de la didactique des mathématiques, délimite, en quelque sorte, l'objet du travail du didacticien. Avec cette définition, tout un pan des recherches actuelles en didactique des mathématiques se trouve en effet écarté, par exemple les recherches en ethnomathématique menées en dehors du contexte scolaire, ou encore les travaux sur les mathématiques construites en contexte professionnel d'entreprise.

<sup>7</sup> Dans cet article, l'auteure, prudente, nous disait à l'époque qu'il serait intéressant de faire une autre lecture de ces travaux à la lumière d'autres cadres théoriques.

- problèmes mathématiques pouvant faire partie de situations d'enseignement <sup>8</sup>;
- 3) des analyses du fonctionnement cognitif des élèves dans la réalisation et l'étude des situations didactiques. Les travaux font, dans ce dernier cas, une place aux rapports que la psychologie cognitive entretient avec la didactique des mathématiques et montrent les développements auxquels ils ont donné lieu.

Cette étude, dans un souci d'ouvrir sur des perspectives, fait enfin part de certaines orientations qui devraient être poursuivies dans les travaux à venir : l'importance de conjuguer les analyses mathématiques, épistémologiques, didactiques et cognitives, d'étudier l'enseignement in situ, dans le lieu où il se réalise (l'école, la classe), de mener des recherches sur la modélisation, sur la formation des enseignants et, enfin, d'ouvrir, dans les revues professionnelles, une rubrique consacrée à l'examen des publications des chercheurs sous la forme d'analyses critiques, de commentaires, de questions.

### 1.3 Émergence d'une communauté de recherche au Québec.

L'étude de Kieran (2003), beaucoup plus vaste que la précédente – dans l'espace (elle porte sur tout le Canada) et dans le temps (elle couvre les années 1920 à 2000) – cherche à retracer la formation d'une certaine communauté de chercheurs au Canada, à travers, notamment, une analyse des événements qui ont favorisé, au fil du temps, son émergence et son développement. Le matériau sur lequel porte l'analyse est constitué de l'ensemble des thèses de doctorat complétées au Canada durant cette période et des projets de recherche subventionnés. Il s'agit donc d'un matériau différent de celui de l'étude de Lemoyne. Le cadre théorique de Wenger (1998), et son concept de communauté de pratique, servent à identifier les indicateurs d'une communauté de chercheurs en développement : présence d'une entreprise collective commune, d'un engagement mutuel des membres de cette communauté et développement d'un répertoire partagé de savoirs, d'actions, de routines, d'outils. « (Community of practice implies) participation in an activity system about which participants share understandings concerning what they are doing and what means in their lives and for their communities » (Lave et Wenger, 1991, p. 98).

Bien sûr, à travers les événements qui ont marqué l'évolution de la recherche au Canada, et notamment la mise sur pied des groupes de didactique québécois et

---

<sup>8</sup> L'auteure pointe à cette occasion des éléments qui demanderaient à être davantage développés : peu de recherches portent notamment sur des analyses documentées de manuels, de pratiques d'enseignement in situ.

canadiens (GDM, Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques [GCEDM]) et leurs rencontres annuelles, il y a l'idée d'un certain nombre d'expériences partagées qui résultent des interactions entre les membres d'une communauté. Mais de quelle pratique et entreprise communes parle-t-on? Peut-on parler, au sens de Wenger d'une réelle communauté de pratique au Canada? En retrouve-t-on vraiment les caractéristiques? Ne devrait-on pas plutôt parler de multiples communautés de pratique, si elles existent, sur le plan local? Quoi qu'il en soit, l'analyse historique menée par Kieran (2003) a le mérite d'aborder la question de l'évolution de la recherche en didactique des mathématiques sous l'angle du développement de sa communauté de chercheurs.

Ainsi, pour le Québec, des événements importants ont joué un rôle dans cette émergence de communautés locales de pratiques : la mise sur pied dans les années 1970 de Permama (Programme de perfectionnement des maîtres en mathématiques) dans lequel plusieurs didacticiens ont été impliqués activement, cette participation influençant en retour l'orientation que prendront leurs travaux; la formation en 1970 du GDM; la mise sur pied du Fonds de chercheurs en action concertée (FCAC) qui permettra de subventionner des recherches en ce domaine au Québec.

À travers l'organisation de colloques internationaux tels le 7<sup>e</sup> Congrès international sur l'enseignement des mathématiques (ICME; Gaulin et al., 1994) tenu à Québec du 17 au 23 août 1992, la 11<sup>e</sup> Conférence annuelle du International Group of Psychology of Mathematics Education (PME; Bergeron et al, 1987) tenue à Montréal du 19 au 25 juillet 1987, la 5<sup>e</sup> Conférence annuelle du North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA; Bergeron et Hercovics, 1983) tenue à Montréal du 29 septembre au 1<sup>er</sup> octobre 1983, ou encore la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM) tenue en 1973 à Québec, puis en 1987 à Sherbrooke (CIEAEM, 1973; Goupil et Therrien, 1987), il est possible d'entrevoir le rôle qu'ont pu jouer les interactions avec la communauté internationale dans le développement d'une communauté de recherche au Québec.

Cette analyse vient éclairer plus spécifiquement, de notre point de vue, l'émergence de communautés locales de pratiques ayant joué un rôle important dans le développement de la didactique : notamment le Centre de recherche en psycho-mathématique formé par Diénès dans les années 1960 à Sherbrooke; le groupe constitué autour de logo comme outil d'exploration mathématique; la section didactique du Département de mathématiques de l'UQÀM dans laquelle on comptera jusqu'à 17 didacticiens dans les années 1980, tous impliqués à un moment ou un autre de leur carrière dans la recherche; les groupes de recherche

subventionnés de Joël Hillel, David Wheeler et, plus tard, d'Anna Sierpinska à l'Université Concordia, de Nicolas Hercovics et Jacques Bergeron (à l'Université de Montréal); ou encore le CIRADE, au sein duquel travaillera un noyau important de chercheurs en didactique des mathématiques. D'autres pionniers contribueront également activement à ce développement : par exemple, Dieter Lunkenbein à l'Université de Sherbrooke dans les années 1980, Fernand Lemay à l'Université Laval dans les années 1970.

#### **1.4 Une nouvelle analyse : dans quel sens? Pourquoi?**

Les analyses réalisées précédemment nous fournissent un premier portrait de la genèse de la didactique des mathématiques au Québec à travers les événements qui ont marqué l'émergence de sa communauté de chercheurs, le portrait plus précis de ses chercheurs et les objets de recherche qu'ils ont abordés. Elles constituent une base importante permettant d'amorcer le travail de reconstruction dans lequel nous nous engageons, d'une part, en nous fournissant des indicateurs sur les groupes ou chercheurs clés à considérer pour aller plus loin (Kieran, 2003) et, d'autre part, en ouvrant sur le projet plus large dans lequel s'inscrit ce travail didactique (Lemoyne, 1996). Sous la grille reprise par l'auteure pour aborder sa reconstruction, on trouve en effet un projet plus large, une certaine conception de la didactique qui organise la lecture des recherches. Mais quel est le projet qui était au fondement du travail de ces didacticiens de la première heure au Québec? En nous intéressant à ce projet qui organise en quelque sorte la lecture que ces didacticiens font des événements didactiques, nous cherchons à mieux comprendre l'ancrage de ces travaux de recherche, ce sur quoi ces didacticiens ont étudié, la manière dont ils l'ont fait et ce que recouvrait, pour eux, la didactique des mathématiques.

#### **1.5 Le matériau et la grille de lecture**

Dans cette recherche de sens, nous avons ressenti le besoin de retourner aux sources de ces travaux de recherche. Notre choix s'est alors porté sur des groupes de recherche, là où ce projet a plus de chances d'avoir été explicité, dans les échanges qui se sont progressivement construits autour de ses membres. En effet, il y a, dans un groupe, l'idée d'une certaine communauté de pratique réunie autour d'un projet (on retrouve ici le critère d'entreprise commune de Wenger [1998] dans son concept de communauté de pratique). S'y trouve aussi l'idée d'un engagement mutuel des membres de ce groupe de pratique et d'un développement progressif d'un répertoire partagé : une réflexion commune, des manières de faire, des outils théoriques et méthodologiques.

Ce choix d'entrer dans l'analyse de la genèse de la didactique des mathématiques au Québec à travers des groupes de pratique qui ont joué un rôle important dans

ce développement a bien sûr aussi des limites, nous en sommes consciente. Il exclut, ou met de côté, une partie importante du travail en didactique des mathématiques qui a eu lieu au Québec durant les années 1970-1990)<sup>9</sup>. Certaines recherches, tout aussi importantes que celles conduites dans des groupes, ont en effet été menées durant cette période, au Québec. Un travail nécessaire reste donc à poursuivre en ce sens.

### 1.5.1 Les données

Les analyses fournies par Kieran (2003) mettent en évidence un certain nombre de communautés de recherche locales qui ont joué un rôle dans le développement d'une communauté de recherche en didactique des mathématiques au Québec. Il était impossible, dans le temps limité dont nous disposions - quelques mois - de les prendre toutes en compte. Ceci aurait nécessité un travail plus élaboré, systématique, mené par une équipe<sup>10</sup>. Les groupes sur lesquels a porté l'analyse sont les suivants (nous précisons en même temps les données dont nous avons disposé pour chacun de ces groupes)<sup>11</sup>:

- Le Centre de recherche en psycho-mathématique constitué dans les années 1960 autour de Zoltan P. Diénès à l'Université de Sherbrooke. Les données

---

<sup>9</sup> On peut penser, par exemple ici, à l'apport de mathématiciens comme Fernand Lemay ou à celui d'autres didacticiens qui n'étaient nullement attachés à un groupe de recherche et qui ont pourtant joué par leurs réflexions, un rôle important.

<sup>10</sup> On peut penser, par exemple ici, à documenter le travail mené par le groupe qui s'est constitué autour de logo, groupe qui réunissait plusieurs formateurs-chercheurs (Montpetit, Taurisson, Côté, Erlwanger, Hillel, Kieran), en s'intéressant aux filiations que ce travail a eues par la suite dans le développement de la recherche sur l'utilisation des technologies en enseignement des mathématiques. On peut également chercher à documenter le travail mené par le groupe de recherche réuni autour de Bergeron et Hercovics et leur modèle de compréhension en mathématiques.

<sup>11</sup> Les traces des travaux de recherche menés dans ces groupes n'ont pas nécessairement été aisées à retrouver, et en ce sens notre travail ne peut prétendre à l'exhaustivité. Par exemple, plusieurs données n'étaient pas disponibles (c'est le cas des différents rapports et textes produits par le Centre de recherche en psycho-mathématique). Nous avons pu, dans le cas du CRD et du CIRADE, bénéficier de l'apport du service des archives et de gestion des documents de l'UQAM. Nous avons également pu bénéficier de l'apport de collègues (pour certains des textes de Lunkenbein ou de Diénès). Je tiens ici tout particulièrement à remercier Richard Pallascio et Bernard Héraud pour leur contribution. Plusieurs des textes produits par les différents groupes considérés ont cependant disparu ou ne sont pas accessibles. Il pourrait être intéressant, dans un projet futur, pour le GDM, de retracer ces documents, de les répertorier, de les archiver, voire de les numériser, de manière à se donner une mémoire collective du travail réalisé en didactique des mathématiques au Québec.

- dont nous disposions sont constituées du rapport annuel du centre<sup>12</sup> (Diénès, 1973a) et, de manière complémentaire, de différents textes venant éclairer le projet sous-jacent (Diénès, 1960, 1971, 1973b, 1987; Diénès et Jeeves, 1965; Post, 1981, Sriraman et Lesh, 2007).
- Dieter Lunkenbein, didacticien des mathématiques ayant travaillé dans les années 1980 à l'Université de Sherbrooke. Il est important de préciser ici, en lien avec notre choix présenté précédemment de travailler sur des groupes, les raisons qui nous ont conduite à retenir le travail de ce chercheur. À la fois en continuité avec Diénès, dont il a été l'un des assistants au Centre de recherche en psycho-mathématique, mais aussi en différenciation avec lui, comme nous le verrons par la suite, il a été le moteur d'un groupe de recherche en didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke et a contribué à établir des liens avec le milieu scolaire (voir le rapport no 18 de l'équipe, 1977). Les données ayant servi de base à l'analyse sont constituées de différents rapports (Lunkenbein, 1977a, 1977b, 1980; Allard et al., 1977) et d'articles écrits par ce chercheur qui permettent d'éclairer son travail (Lunkenbein, 1983a, 1984-1985; Mitchelmore et al., 1983) et sa conception de la didactique (Lunkenbein, 1983b).
  - Le Centre de recherche en didactique (CRD) mis sur pied en 1970 à l'Université du Québec à Montréal; nous disposions ici de différents rapports annuels du centre (Morf, 1973-1974, 1974-1975, 1976-1977; Bélanger, 1977-1978) et de textes liés à des séminaires (séminaire sur l'objet, 1971) ou à un important symposium organisé par ce centre en 1971 (bulletin préparatoire 1971, mémos autour du symposium, résumés des conférences, textes de conférences et retranscriptions des échanges entre chercheurs).
  - Le Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE), réunissant des chercheurs provenant de différentes universités, centre à l'activité duquel nous avons participé dès sa création en 1980, dont nous avons été membre jusqu'en 2004, et directrice de 1985 à 1996. Nous disposions ici des différentes « demandes de centres », de différents textes publiés en lien avec des colloques (voir par exemple Bednarz, 1986, 1987, 1998; Bednarz et al., 1996; Bednarz et Garnier, 1989; Garnier et al., 1991; Janvier, 1987).
  - La Section didactique des mathématiques de l'Université du Québec à Montréal, créée dès le début de l'UQÀM autour de la formation des enseignants et qui constituait dans les années 1980 le noyau le plus important, en termes de nombre de didacticiens des mathématiques au

---

<sup>12</sup> Les différents rapports, documents internes produits par le centre n'ont pu être retracés par nous, ces derniers ayant, à notre connaissance, disparu.

Québec. Les documents sur lesquels nous nous sommes basés sont formés d'articles écrits par les didacticiens de cette section autour de la formation des enseignants, élément central de sa structuration progressive (voir notamment Bednarz, 2001; Bednarz et al., 1995; Bednarz et Gattuso, 1999; Bednarz et Perrin Glorian, 2005; Boileau et Garançon, 1993; Dufour-Janvier et Hosson, 1999; Janvier, 1994, 1996).

### 1.5.2 La grille de lecture

Nous avons tenté de reconstruire, à partir du discours que nous possédions de ces différents groupes, des réponses aux questions suivantes :

- Quelle est leur vision de la didactique? Sous-jacente à ces travaux partagés par un groupe, une certaine vision de la didactique se dégage-t-elle? De quelle didactique parle-t-on? Que recouvre-t-elle?
- Quelles étaient les finalités de ce travail en didactique des mathématiques, son projet?
- Que vise-t-on à travers ce travail en didactique? En particulier, quels sont ses liens avec la pratique?
- Quelles sont les filiations théoriques de ce travail?
- Des orientations méthodologiques spécifiques se dégagent-elles de ce travail (des manières d'approcher le travail, les études, les analyses)?

Avant d'aborder plus à fond ces travaux de recherche qui ont pris place dans des lieux et contextes différents, et qui se chevauchent partiellement dans le temps, il apparaît intéressant de revenir sur les orientations qu'ont pris les travaux de recherche en didactique des mathématiques dans d'autres pays. Par ce bref aperçu, nous espérons pouvoir situer les projets plus larges dans lesquels s'inscrivent les recherches en didactique des mathématiques, fort différents, comme nous le verrons, d'un groupe à l'autre, montrant ainsi le caractère situé des pratiques didactiques développées. En ce sens, il serait sans doute plus à propos de parler des didactiques des mathématiques que de la didactique. Plusieurs études internationales confirment ce caractère fondamentalement situé, ancré en contexte des travaux de recherche en didactique des mathématiques (voir Sierpiska et Kilpatrick, 1998; Leung et al., 2006). Nous reviendrons brièvement sur ce point dans ce qui suit.

## 2. Multiréférentialité et complexité de la recherche en didactique des mathématiques

Les orientations que prennent les travaux de recherche en didactique des mathématiques et, par conséquent, les types de savoirs que les chercheurs construisent, sont tributaires des contextes particuliers de leur production (Lave,

1988; Lave et Wenger, 1991). Ainsi des traditions de recherche se sont développées localement avec leurs propres débats épistémologiques, leurs contraintes institutionnelles, leurs questions de recherche, leurs méthodes, leurs résultats et critères (Ernest, 1998). Ce sont, en quelque sorte, ces pratiques qu'il faut tenter de reconstruire, sous l'angle de leur projet, de leurs finalités, de ce qui les fonde, des manières d'approcher la recherche qui les anime. La didactique des mathématiques est ici attachée à la fois à un ensemble de pratiques<sup>13</sup> et à un champ de connaissances, ce qui l'inscrit dans une perspective développée récemment en sociologie des sciences (Latour, 1987). Emprunter une telle perspective permet de comprendre les ancrages des travaux de recherche en didactique, leur multiplicité de points de vue, de cadres de référence, de méthodologies, et met en évidence, nous le verrons par la suite, le rôle structurant du contexte (on retrouve en effet des orientations très différentes d'un groupe à l'autre).

« It is the practice of knowledge-making as it takes place in different contexts alone that specifies what it is » (Ernest, 1998, p. 76).

Nous soulignerons plus particulièrement ici trois exemples illustrant ce qui précède.

## 2.1 La didactique des mathématiques en France

L'option retenue par l'école française s'inscrit dans une certaine visée d'élaboration d'une didactique des mathématiques en tant que discipline scientifique. Elle implique en ce sens, dès le départ, une distinction nette entre les travaux qui sont menés en didactique et l'innovation pédagogique ou la recherche-action (Margolinas, 1998). L'innovation, la recherche-action réfutent en effet, pour les didacticiens engagés dans des recherches, la possibilité de découvrir des mécanismes dans le processus d'enseignement, dans la conception de situations d'enseignement, qui vont « marcher » sous certaines conditions et qui vont être reproductibles. Il ne s'agit pas, précise Brousseau (1986), d'améliorer l'acte d'enseignement, ce n'est pas le but immédiat de la didactique, mais bien de décrire et d'expliquer « des activités liées à la communication des savoirs et les transformations, intentionnelles ou non, des protagonistes de cette communication, ainsi que les transformations du savoir lui-même » (p. 33). Les concepts théoriques élaborés apparaissent alors comme des moyens de rendre compte de ces phénomènes didactiques tirés d'observations articulées les unes aux

---

<sup>13</sup> C'est ici que j'ai cherché à me situer dans le travail de reconstruction des travaux faits au Québec. Malheureusement, et c'est là une limite du travail, nous n'avions pas accès à ces pratiques passées proprement dites, mais seulement aux différents textes qui parlent de celles-ci.

autres. Cette orientation explique aussi le développement de méthodologies spécifiques, telle l'ingénierie didactique, cherchant à mettre à l'épreuve certaines de ces constructions théoriques (situations d'enseignement élaborées sur la base d'analyses préalables).

Cette orientation particulière donnée en France aux travaux de recherche en didactique des mathématiques est également marquée par l'importance que les didacticiens accordent aux mathématiques produites par les mathématiciens (Sierpinska, 1995), « Didactics is now clearly considered as a legitimate specialization of research in applied mathematics and didacticians employed at tertiary level in mathematics departments are nationally evaluated with the same criteria as other applied mathematicians » (Artigue, 1994).

Les savoirs mathématiques vont ainsi y jouer un rôle-clé.<sup>14</sup> Cette référence à un savoir déjà institué, au centre de la relation didactique, qui organise et structure les recherches en ce domaine, permet de comprendre le caractère particulier de certains concepts produits par cette école, tel, par exemple, celui de transposition didactique.

## 2.2 La didactique des mathématiques en Italie

La recherche en didactique des mathématiques en Italie a été, contrairement à celle menée en France, liée dès le départ à un mouvement d'innovation dans les écoles, et ce, dès les années 1960, mouvement auquel ont été associés les enseignants. Certains mathématiciens professionnels se sont également engagés dans cette activité. Ces groupes d'enseignants et de mathématiciens ont donné naissance aux premiers groupes de recherche.

Cet ancrage particulier des travaux en didactique a contribué, au fil des années, à l'émergence d'un modèle particulier de recherche articulé sur cette innovation (Arzarello et Bartolini-Bussi, 1998) et orientant progressivement, en retour, ses buts et ses approches.

Ainsi, les recherches en didactique des mathématiques se sont développées en lien avec la production de projets d'innovation curriculaire, de situations d'enseignement, dont on a décrit et documenté soigneusement la réalisation en classe. On trouve donc, dans ces travaux, une forte composante d'expérimentation en classe, permettant de rendre compte de manière détaillée des processus d'enseignement et des apprentissages. Une coopération entre les chercheurs et les

---

<sup>14</sup> Il est à noter que la notion de pratique sociale de référence développée par Martinand (1993) est à la base d'une différenciation importante entre certains travaux menés en didactique des sciences et ceux réalisés en didactique des mathématiques.

enseignants y est très présente, ces derniers intervenant à la fois comme des concepteurs (dans les situations et projets curriculaires) et des observateurs. Dans une telle perspective, les pratiques de recherche (on documente ce qui se passe dans ces projets d'innovation curriculaire, dans ces situations d'enseignement) et les pratiques pédagogiques (nouvelles qui en résultent) se coproduisent.

### **2.3 La didactique des mathématiques en Hollande**

Les recherches en didactique des mathématiques en Hollande, que l'on peut situer dans une perspective de recherche-développement, ont mis l'accent dès leur origine sur l'élaboration d'un enseignement des mathématiques qui correspondrait à l'idée que se faisait Freudenthal des mathématiques comme « activité humaine ».

Students should be given the opportunity to reinvent mathematics by mathematizing, mathematizing subject matter from reality and mathematizing mathematical matter. In both cases, the subject matter that is to be mathematized should be experientially real for the students. That is why the envisioned education is called realistic mathematics education (RME). Furthermore, the idea of mathematizing implies a high autonomy of the students. Or, in other words, the core principle is that mathematics can and should be learned on one's own authority and through one's own mental activities. (Gravemeijer, 1998, p. 277)

Ces travaux de recherche, qui ont pris place notamment autour du projet IOWO à l'Institut Freudenthal, ont contribué, d'une part, à l'élaboration de nouvelles connaissances (explicitant des théories d'enseignement dans un domaine spécifique en regard de cette RME) et, d'autre part, à l'élaboration de cours prototypiques et de matériel (aspect développement).

### **2.4 Multiréférentialité de la didactique des mathématiques**

Les cas que nous venons d'évoquer illustrent des traditions de recherches très différentes en didactique des mathématiques, prenant ancrage dans des contextes distincts qui permettent de comprendre leur développement. À travers ce qui précède, des finalités distinctes se dessinent, des cadres théoriques et des approches méthodologiques différentes se précisent. On perçoit ici le caractère multiréférentiel de ces traditions, des pratiques qui les caractérisent et des connaissances qui en sont issues (voir tableau 1).

Tableau 1. Trois exemples de traditions de recherches différentes

	DM en France	DM en Italie	DM en Hollande
Finalité des travaux développés	La DM n'a pas pour but immédiat de favoriser l'acte d'enseignement mais au contraire d'en connaître les conditions.	Une recherche pour l'innovation (projets d'innovation curriculaire)	L'élaboration de théories spécifiques d'enseignement, le développement de situations en liaison avec une certaine conception de l'activité mathématique (RME)
Outils théoriques	En appui à cette compréhension (TSD...)	Puise à différents cadres théoriques pour décrire, analyser	Des concepts théoriques développés par Freudenthal sur RME
Approches méthodologiques	Développement d'approches spécifiques (Ingénierie didactique)	Recherche-action	Recherche-développement (processus cyclique de développement, analyse)
Position par rapport à la pratique	Position externe du chercheur/observation contrôlée	Enseignant cochercheur  Forte composante expérimentation en classe	Essais dans des contextes éducatifs divers

En ce sens, on peut parler non pas d'une didactique des mathématiques, mais de didactiques des mathématiques, renvoyant à un ensemble diversifié de connaissances et de pratiques sociales situées (Ernest, 1998). C'est dans cette perspective qu'il nous est apparu intéressant de retracer les travaux de recherche en didactique qui se sont développés au Québec au sein de différents groupes.

### **3. Reconstruction de travaux de recherche en didactique des mathématiques au Québec : quel(s) projet(s)? Quelle didactique? Quels objets, quelles filiations théoriques, quelles approches?**

Dans cette section, les travaux issus de cinq équipes de recherche seront mis en lumière. Une lecture transversale de ces travaux servira de clôture à cette section.

### 3.1 Le Centre de recherche en psycho-mathématique de l'Université de Sherbrooke

I (Dienes son is speaking) spent some time visiting the classes in which Zoltan did his teaching. What I notice was not so much the mathematics, it was more about the learning than the mathematics. In fact in some of his classes in Quebec he would have a mixture of mathematics, language and art in the same classroom, with different learning situations where students could choose what they wanted to work on. Often these classes had multiple grades, so the older ones were teaching the younger ones. The other thing he did was he never set up competitive games. The games were always things that didn't work unless you worked together. His strategy was always to focus on the nature of learning. How do we create an environment in which people learn to cooperate, to have fun, and have choices and power over their own learning experience? And create an atmosphere where learning is empowering. (Sriraman et Lesh, 2007, p. 70)

Les années 1960 ont été des années très actives en enseignement des mathématiques au Québec. L'arrivée de Diénès au Canada, un mathématicien de formation, spécialisé en logique, déjà très impliqué dans la recherche en enseignement des mathématiques, constitue ici un événement marquant. Zoltan P. Diénès mettra sur pied en 1967, à l'Université de Sherbrooke, un centre de recherche en psychomathématique<sup>15</sup>, dont il sera le directeur, et qui constituera un pôle d'attraction important pour plusieurs chercheurs québécois en didactique des mathématiques (citons, par exemple, Claude Gaulin, Bernard Héraud, Dieter Lunkenbein, Hélène Kayler qui y feront de fréquents séjours de longue durée). Le centre de recherche de Diénès attirera également des visiteurs venus du monde entier, permettant ainsi aux chercheurs québécois de rencontrer la communauté de recherche internationale en enseignement des mathématiques. Diénès a été directeur de la revue *Journal of Structural Learning* et a contribué, dans une large mesure, au développement international de cette revue. Il a été activement impliqué dans la mise sur pied en 1968 d'un premier doctorat en psychomathématiques, à l'Université de Sherbrooke, doctorat qui jouera un rôle important dans la formation d'un premier noyau de chercheurs en enseignement des mathématiques.

Diénès, qui avait entrepris, avant son arrivée au Canada, un travail à l'Université de Leicester en Angleterre, à Harvard aux États-Unis et à l'Université d'Adélaïde en Australie, entretiendra de nombreuses collaborations (comme nous le montre l'extrait du rapport annuel ci-dessous) avec des chercheurs de différents pays.

---

<sup>15</sup> Le libellé du centre ne renvoie pas au terme didactique des mathématiques. Des recherches dans le domaine y seront toutefois menées, influencées par la double composante mathématique et psychologique.

Citons notamment Tamas Varga en Hongrie, Malcolm A. Jeeves à Adélaïde en Australie et John D. Williams en Angleterre.

Plusieurs centres travaillent en étroite collaboration avec Sherbrooke. Mentionnons : (le) Heidelberg Maths Project, administré par A. Abele; Barcelone, administré par Ricardo Pons; Las Palmas, administré par J. B. Caparros Morata; Neuquén, Argentine, administré par L. E. Cerdeyra; Porto Alegre, Brésil, administré par P. Grossi; l'Université Simon Fraser, administré par J. Trivett; l'Université de Dalhousie, Halifax, administré par G. Jeffery; The Fleming School, New York, administré par D. F. Correa; le Bulmershe Project, Reading, dirigé par Peter Seaborne; le projet Budapest, dirigé par Tamas Varga. (Diénès, 1973a, p. 24)<sup>16</sup>

Ces quelques données contextuelles étant précisées, nous soulignerons maintenant ce qui ressort de l'analyse des données examinées à partir de notre grille de lecture.

### 3.1.1 Un travail en didactique des mathématiques orienté par quelle finalité?

Ce projet est énoncé explicitement dans le rapport de 1973 portant sur les travaux accomplis, ou en cours, au centre. Celui-ci justifie en effet son existence dans l'ensemble de la documentation recueillie, d'une part, par le processus d'apprentissage des structures abstraites (ce qui fonde, guide les travaux de Diénès et de ses collaborateurs) et, d'autre part, par l'application de ces travaux dans les écoles (page V du rapport annuel du centre de recherche en psychomathématique, Université de Sherbrooke). Une certaine approche de la recherche en didactique des mathématiques y est sous-jacente, articulant les deux composantes : recherche sur le processus d'apprentissage des structures abstraites, expérimentation en classe. Il ne s'agit nullement de travailler sur le processus d'apprentissage des structures sur un plan théorique pour ensuite appliquer ceci dans la classe; les deux composantes sont, pour Diénès, interreliées. Ses travaux de recherches « ont toujours réuni les deux aspects: l'étude approfondie du processus et le travail dans les salles de classe, chacun de ces aspects alimentant l'autre d'hypothèses nouvelles » (page V).

Dans une entrevue récente réalisée avec Diénès, on retrouve le rationnel qui animait ces travaux de recherche, leur motivation profonde, toujours présente dans ses propos, à travers une certaine conception de l'activité mathématique sous-jacente : il parlera d'une certaine manière de penser (a structural thinking), mais aussi d'une certaine conception de l'apprentissage de ces structures.

---

<sup>16</sup> Au moment du rapport annuel que nous avons consulté (juin 1973), le centre avait six ans d'existence.

Mathematics is characterized by structures, there is no denying this fact and in my opinion it is important to expose students to these structures as early as possible. This does not mean we tell them directly what these structures are but use mathematical games and other materials to help them discover and understand these structures. (Diènnès, 2000, cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 61)

À partir de cette façon de penser, le plaisir qu'il peut y avoir à faire des mathématiques va être au fondement, pour Diènnès, de la création d'activités, de matériel, de jeux qu'il exploitera en classe avec les enfants.

What I have been doing for over 50 years is not so much...but critical thinking about what mathematics is and what it can be used for and to have presented it as fun, as play, and in this sense it can be self motivating because it is in itself a fun activity. I have critiqued mathematics being presented as a boring repetitious activity as opposed to a way to think... as a way to train the mind..., understand patterns and relationships, in ways that are playful and fun. (Diènnès, 2000, cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 64)

### 3.1.2 Filiations théoriques des travaux menés au centre

Le travail de Diènnès va s'appuyer sur une théorie de l'apprentissage des structures abstraites en six étapes (Diènnès, 2000), théorie dans laquelle l'élève joue un rôle actif et où les concrétisations sont appelées à jouer un rôle-clé. Il s'agit là d'un des principes qui, pour Diènnès, est à la base du processus d'abstraction, le « principe dit des concrétisations multiples ».

One of the first things we should do in trying to teach a learner any mathematics is to think of different concrete situations with a common essence. (These situations) have just the properties of the mathematics chosen. Then children will learn by acting on a situation. Introducing symbolic systems prematurely shocks the learner and impetes the learning of mathematics.<sup>17</sup> (Diènnès, 2000, cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 61),

ce qu'il précisera davantage plus loin

I thought of things like... the distributive law for instance. It is very hard to explain this law to somebody who is not a mathematician, but you can invent some games which work in exactly the same way, which you can play. (Diènnès, 2000, cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 62)

The structural features one recognizes from the multiple embodiements - this brings out the essence of abstraction. Symbolism can be thrown in at this advanced stage, not earlier (Diènnès, 2000, cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 67).

---

<sup>17</sup> Les mises en garde qu'il fait sur le processus de symbolisation amené souvent trop tôt en mathématiques sont aujourd'hui toujours d'actualité.

La théorie de Diénès s'appuie sur certains principes centraux : un principe dynamique qui suggère que le processus d'apprentissage est un processus évolutif impliquant plusieurs étapes; un principe de concrétisations multiples à la base de l'abstraction, l'hypothèse sous-jacente étant que, confronté à diverses concrétisations, différentes en apparence mais présentant la même structure conceptuelle sous-jacente, les enfants tendront à abstraire les éléments semblables lors de leur activité dans ces diverses concrétisations, un principe de variabilité mathématique à la base de la généralisation. Ce principe suggère que la généralisation d'un concept mathématique, d'une structure, n'est possible que lorsque le concept est perçu sous certaines conditions, en faisant varier systématiquement des éléments non pertinents, tout en gardant les éléments pertinents constants (Diénès, 1960; Diénès et Jeeves, 1965; Post, 1981)

### 3.1.3 Orientations méthodologiques de ces travaux

Les travaux de recherche menés au centre s'inscrivent dans une orientation que l'on pourrait qualifier aujourd'hui de recherche-développement incluant, nous le verrons plus loin, une recherche évaluative. L'accent est mis sur le développement d'activités, de matériel, de programmes en lien avec un modèle théorique, une théorie de l'apprentissage des structures abstraites développée par Diénès que l'on cherche à documenter, dont on cherche à voir le potentiel et à cerner l'impact sur l'apprentissage des enfants. On trouve ainsi des études en classes avec expérimentations, observations, des activités menées à l'occasion dans des laboratoires sur des aspects spécifiques visant à mieux comprendre un aspect particulier (études cliniques) et des recherches évaluatives visant à cerner les effets des approches élaborées.

Lien avec la pratique : Un travail important dans les classes est mené dans cette perspective avec les professeurs et les enfants. Il porte sur des activités mises au point par les chercheurs et fondées sur une théorie de l'apprentissage des structures abstraites. À Sherbrooke, sept écoles sont impliquées. Ailleurs au Québec, d'autres écoles sont concernées : à Laval (3), à Outremont (1). D'autres travaux du même type sont menés ailleurs dans le monde, en collaboration avec d'autres chercheurs : en Allemagne (2 écoles), Angleterre (2), Hongrie (2), Italie (2), Nouvelle-Guinée (2), New York (1).

Un tel travail s'appuie sur une formation des enseignants impliqués dans ces expérimentations dans les écoles. Des ateliers sont ainsi donnés régulièrement aux

professeurs par Diénès et ses collaborateurs au sujet des activités, du matériel, des programmes élaborés au centre.<sup>18</sup>

#### 3.1.4 Quels objets?

Nous donnons ci-dessous quelques exemples de travaux de recherche menés au Centre de recherche en psycho-mathématiques dans les années 1970 (voir Diénès, 1973a). Ils illustrent les objets sur lesquels portent les recherches.

On travaille sur des processus, par exemple,

- l'investigation des processus de généralisation;
- l'abstraction et la généralisation : l'emploi de structures de groupes;
- l'interaction de l'abstraction et de la généralisation dans une consigne logique;
- les effets des relations structurales sur le transfert.

Et, en lien avec ces processus, sur certains contenus :

- les relations d'ordre et les suites;
- une approche expérimentale au concept d'ensemble;
- une comparaison de l'efficacité de différentes bases de numération, de différentes bases dans une démarche pédagogique développée pour l'apprentissage des fractions positionnelles;
- le comportement des enfants face aux situations aléatoires, fonction de la fréquence des événements.

D'autres aspects sont également abordés touchant au travail de groupe et à la communication, ou encore à l'articulation entre les mathématiques et d'autres disciplines, comme en témoignent les thèses de maîtrise suivantes supervisées au centre :

- aspects of communication in a group of learning situation (Williams), une étude qui porte sur une analyse de la dynamique de groupe et des communications dans une classe;
- la coordination des sujets dans l'enseignement (Cantieni), une analyse d'un projet coordonnant les arts plastiques et leur application pour un travail sur les structures.

---

<sup>18</sup> La mise au point d'activités et de programmes dans les écoles s'est avérée possible, durant cette période des années 1970, dans la mesure où existait alors au Québec un programme cadre, laissant place à des initiatives locales.

Des recherches évaluatives sont également menées dont voici quelques exemples :

- une comparaison de trois approches (Dièné, Cuisenaire et les méthodes traditionnelles d'enseignement des mathématiques), ayant, pour fin de comparaison, recours à des tests mathématiques, de résolution de problèmes, de compréhension des mathématiques, des questionnaires d'attitude;
- une comparaison des projets réalisés dans les écoles à Sherbrooke et à New York;
- une étude expérimentale des niveaux d'apprentissage d'une structure abstraite par les élèves de l'école élémentaire (1,2,3).

Ce travail de recherche s'appuiera à cette fin sur une construction et une standardisation de banques d'items et de tests.

### 3.1.5 Des retombées pour l'enseignement

Like 50 years ago, the multibase blocks I brought in were regarded as absolute nonsense. Why did you do that? How could you possibly think of that as being of any use? Yet, now some people have finally understood. They have realized that it actually does teach children place value, the idea of the power as the exponent... (Dièné, 2000, cité dans Sriraman Lesh, 2007, p. 66)

Le développement, jumelé à ce travail de recherche dans les classes, aura des retombées importantes pour l'enseignement, prenant la forme de matériel, de programmes, d'activités, de jeux, comme en témoignent les productions suivantes :

- la construction d'un programme scolaire pour l'élémentaire réparti sur une période de six ans;
- quelques composantes d'un programme pour les écoles secondaires (basé sur les expériences concrètes de l'enfant) : un cours de logique, un cours sur les anneaux, sur les corps et espaces vectoriels, un cours d'introduction des nombres réels;
- la conception, construction de matériel didactique nouveau : on peut penser ici aux blocs multibases, aux blocs logiques, un matériel encore utilisé aujourd'hui;
- la conception de jeux, de manuels, de fiches de travail, de guides pour les enseignants;
- des publications pour les enseignants sous forme d'articles, ce qui implique une dimension de vulgarisation des recherches pour les enseignants;
- des films en boucle 8 mm;
- une importante production sur différents sujets : nombres; ensembles et logique; géométrie et probabilités; relations et fonctions; intégration de

différentes disciplines (arts, langage et mathématiques; langue et logique, langue et mathématiques).

En guise de conclusion : À travers ce qui précède se dégage une certaine conception du travail de recherche en enseignement des mathématiques et, par là, de la didactique des mathématiques, qui demeure toutefois implicite dans les écrits de Diénès. Cette didactique puise ses fondements dans les mathématiques (associées aux structures), dans une certaine conception de l'activité mathématique (établir des relations, percevoir des patterns, abstraire, généraliser) et dans la psychologie de l'apprentissage<sup>19</sup>. En s'intéressant au processus fondamental d'apprentissage des structures abstraites, Diénès poursuit avant tout des buts « pragmatiques », ce qu'il nous confirme d'ailleurs en rétrospective : « I have always been more practical in my theorizing than people like Piaget or Bruner. Let's stick the facts and see what is possible » (cité dans Sriraman et Lesh, 2007, p. 70)

### 3.2 Lunkenbein

Les travaux de Lunkenbein et du groupe de didacticiens (voir Allard et al., 1977) qui prend place par la suite à l'Université de Sherbrooke se situent dans la continuité de la pratique didactique mise en place par Diénès : celle-ci reste en effet articulée sur un travail avec les enseignants dans les écoles. Cette continuité semble a priori normale puisque Lunkenbein a été lui-même assistant de recherche au centre de Diénès pendant quatre ans. Il a été l'un des premiers étudiants à s'inscrire au programme de doctorat élaboré par Diénès en psychomathématique, avant de s'inscrire ensuite à l'Université Laval où il a complété ce doctorat. Il se distancie toutefois également, nous le verrons par la suite, de Diénès par les objets sur lesquels il travaille, les ancrages théoriques qui fondent ses travaux et une certaine conception de la didactique.

Ainsi tout en demeurant intéressé par le processus d'apprentissage des enfants (voir par exemple Lunkenbein, 1981, 1984-1985) comme l'était Diénès, et en restant influencé par les structures<sup>20</sup> (voir par exemple Lunkenbein, 1977b), il conduira des recherches différentes, portant sur l'apprentissage et l'enseignement de la géométrie dans les premières années de l'école élémentaire (voir par exemple Lunkenbein, 1980, 1983a; Mitchelmore et al., 1983).

---

<sup>19</sup> La formation première de Diénès est une formation en mathématiques. Il a par ailleurs complété des études en psychologie de l'apprentissage des mathématiques.

<sup>20</sup> Il s'agit moins en fait ici d'une influence venant des mathématiques, comme ce fut le cas pour Diénès, que d'une influence provenant de la théorie piagétienne. Son travail sur la notion de groupement puise en effet ses fondements chez Piaget.

Plusieurs textes de Lunkenbein nous permettent de préciser la conception de la didactique qui guide son travail (voir Lunkenbein, 1977a, 1983b). C'est sur celle-ci que nous reviendrons plus particulièrement maintenant à la lumière d'un article paru en 1983 dans le bulletin de l'AMQ (Association mathématique du Québec). Ce texte permet de comprendre l'ancrage de ses travaux.

### 3.2.1 Quelle didactique? Que recouvre-t-elle?

Lunkenbein nous rappelle tout d'abord que des conceptions diversifiées de la didactique sont présentes, variant d'un pays à l'autre, d'une institution à l'autre, voire d'un courant éducatif à l'autre. Ce préambule sur ces conceptions diverses de la didactique rejoint notre propos de départ sur la multiréférentialité de ce champ d'études. Ainsi, pour Brousseau (1982, cité dans Lunkenbein, 1983b), la didactique des mathématiques est « l'étude des phénomènes d'enseignement qui sont spécifiques de la connaissance enseignée sans être réductibles au domaine du savoir auquel elle appartient » (p. 27). Le lien avec les savoirs, au centre du travail didactique, est ici bien établi. Wittmann (1982, cité dans Lunkenbein, 1983b) conçoit la didactique comme « an interdisciplinary field of study strongly related to mathematics, pedagogy, psychology and practical teaching » (p. 27). Higginson (1980, cité dans Lunkenbein, 1983b) suggère un modèle « in terms of the tetrahedral interactions of its fundamental disciplines: mathematics, philosophy, psychology and sociology » (p. 27). Des différences ressortent de ces diverses définitions : pour certains, la psychologie et la pédagogie font partie des domaines dans lesquels puise la didactique (Wittmann), pour d'autres, la sociologie et la philosophie sont des sources importantes à considérer pour la didactique (Higginson). Une absente dans ces définitions, sauf chez Wittmann : la pratique de l'enseignement. C'est ce caractère interdisciplinaire présent chez Wittmann et Higginson, au carrefour de plusieurs domaines, que reprendra Lunkenbein, en y insérant la pratique de l'enseignement comme élément contribuant à la définition de la didactique.

Une certaine conception de la didactique des mathématiques.

Pour Lunkenbein, la didactique de la mathématique est conçue comme une théorie de la pratique de l'enseignement orientée par la tâche qui incombe à l'enseignant des mathématiques, une théorie conçue à partir de la pratique de l'enseignement et finalisée par celle-ci, conception que l'on retrouve chez Wittmann (dans Lunkenbein, 1977a). Il parlera ainsi de la didactique de la mathématique comme d'une science professionnelle de l'enseignant de mathématiques (Lunkenbein, 1983b). On retrouve donc en arrière-plan, chez Lunkenbein, une articulation très présente avec des préoccupations liées à la pratique réelle de l'enseignement des mathématiques et une prise en compte de l'enseignant. Cette conceptualisation de

la didactique apparaît au carrefour de quatre domaines d'expertise qu'il nomme des « sciences-ressources » pour bien délimiter le rôle et la position qu'elles occupent par rapport au champ spécifique de la didactique des mathématiques. La dimension psychologique exprime la nécessité de tenir compte, selon lui, des processus d'apprentissage et des théories appropriées, dimension dans laquelle il inclura à l'occasion des réflexions de nature philosophique et sociologique<sup>21</sup>. La dimension mathématique exprime, pour lui, le fait que l'étude de l'apprentissage et de l'enseignement en mathématiques doit être centrée sur ce qui est appris ou enseigné. La dimension du savoir est donc ici incontournable. La dimension pédagogique rappelle la nécessité de s'intéresser à l'étude des interventions qui favorisent l'appropriation des connaissances mathématiques; une certaine prise en compte du pédagogique dans le didactique est donc nécessaire. Il est enfin intéressant de noter qu'une de ces ressources est la pratique de l'enseignement, ce qui confirme le rôle-clé joué par la pratique dans sa conception<sup>22</sup> (figure 1). Cette relation très forte entre la didactique des mathématiques et la pratique de l'enseignement est visible à travers les finalités que Lunkenbein poursuit dans ce travail de théorisation (Lunkenbein, 1977a).

Partant de l'idée que « rien n'est plus pratique qu'un bon modèle théorique », nos considérations auront pour but d'élaborer un ou des modèles qui nous seront utiles dans nos activités d'enseignement. Ces modèles seront à modifier ou à rejeter selon les indications que nous donnera leur utilisation pratique. Plus particulièrement, nous recherchons un modèle qui joue les rôles suivants : offrir au théoricien et au praticien une base commune d'échanges et de discussions; faciliter au praticien la classification et la structuration d'informations et d'expériences; aider le didacticien à garder le lien entre son travail et la pratique et à déterminer la position de son travail relativement à la réalité scolaire; servir à la description objective d'activités d'enseignement, à leur organisation et à leur analyse. C'est dans cette optique que nous tenterons l'aventure de la théorisation. Notre intention n'est pas, en effet, de donner une image plus scientifique à une science essentiellement expérimentale et appliquée. (Lunkenbein, 1977a, p. 8-9)<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup> La philosophie et la sociologie présentes chez Higginson comme sources fondamentales ne se retrouvent donc pas ici sur le même plan.

<sup>22</sup> Cette prise en compte de la pratique comme ressource dans la conceptualisation de la didactique arrive ici dès 1983, donc bien avant les travaux qui seront développés en didactique des mathématiques sur les pratiques d'enseignement. En ce sens, la position de Lunkenbein fait figure d'avant-garde. On voit mal, toutefois, dans cette caractérisation, comment cette pratique agit en tant que ressource.

<sup>23</sup> Le souligné dans le texte est de nous. Il vise à mettre en évidence cette articulation avec la pratique de l'enseignement.

L'action didactique va ainsi se vivre dans l'interaction entre des aspects disciplinaires, psychologiques, pédagogiques et la réalité scolaire (figure 1).

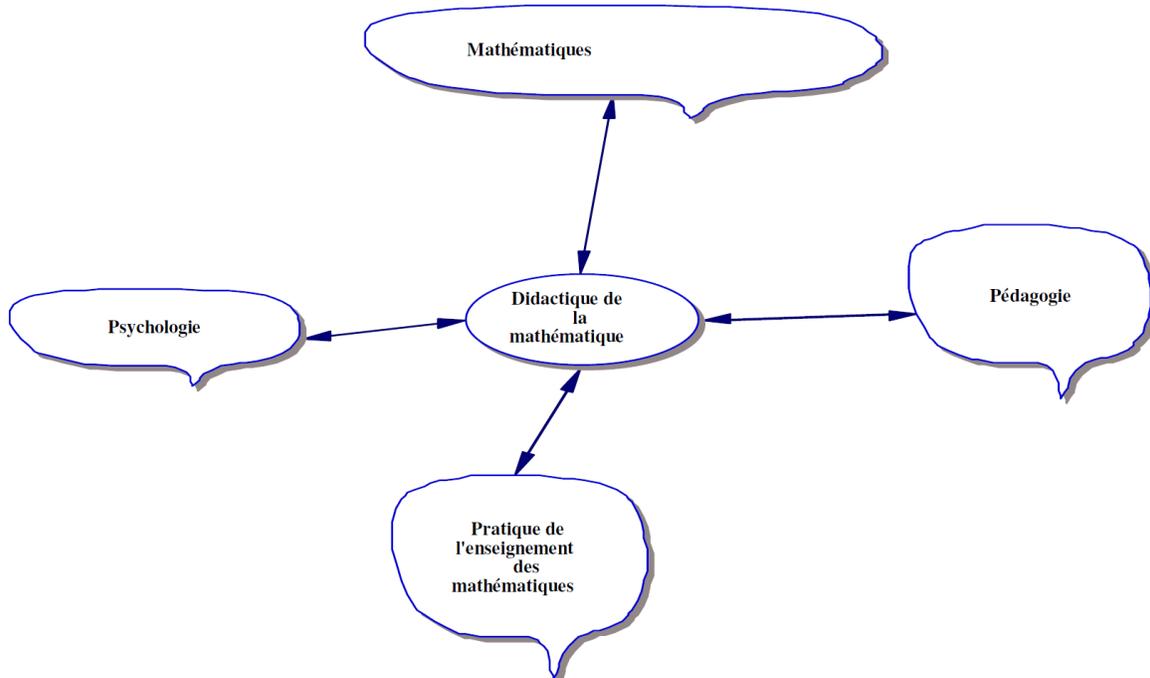


Figure 1 : conception de la didactique des mathématiques (adaptée de Lunkenbein, 1983b, p. 27)

Cette définition met en lumière les influences possibles de la part des sciences-ressources et de la pratique, et permet d'explicitier le jeu d'attentes à l'égard de celle-ci. Cette réflexion nous la reprenons ici, car elle nous semble toujours d'actualité (figure 2). En effet, on perçoit bien à travers cette analyse la situation conflictuelle que vit le didacticien lorsqu'il tente de justifier son travail et de délimiter celui-ci. Du point de vue du mathématicien, pour remplir convenablement la tâche d'un enseignant, une connaissance approfondie du contenu suffit. La didactique des mathématiques se réduit alors à des analyses mathématiques de contenus, niant ainsi le regard spécifique que le didacticien peut être amené à poser sur les mathématiques elles-mêmes. La vision psychologique des problèmes peut être de son côté à l'origine de distorsions considérables, et la didactique des mathématiques, vue comme une application particulière de la pédagogie, conduit au danger de négliger la spécificité de l'activité mathématique dans les analyses réalisées. On conçoit par ailleurs, avec cette analyse, qu'il n'est pas facile pour le didacticien de ne pas céder aux pressions du praticien et de ne pas formuler trop vite des suggestions pratiques à partir de résultats de recherche.

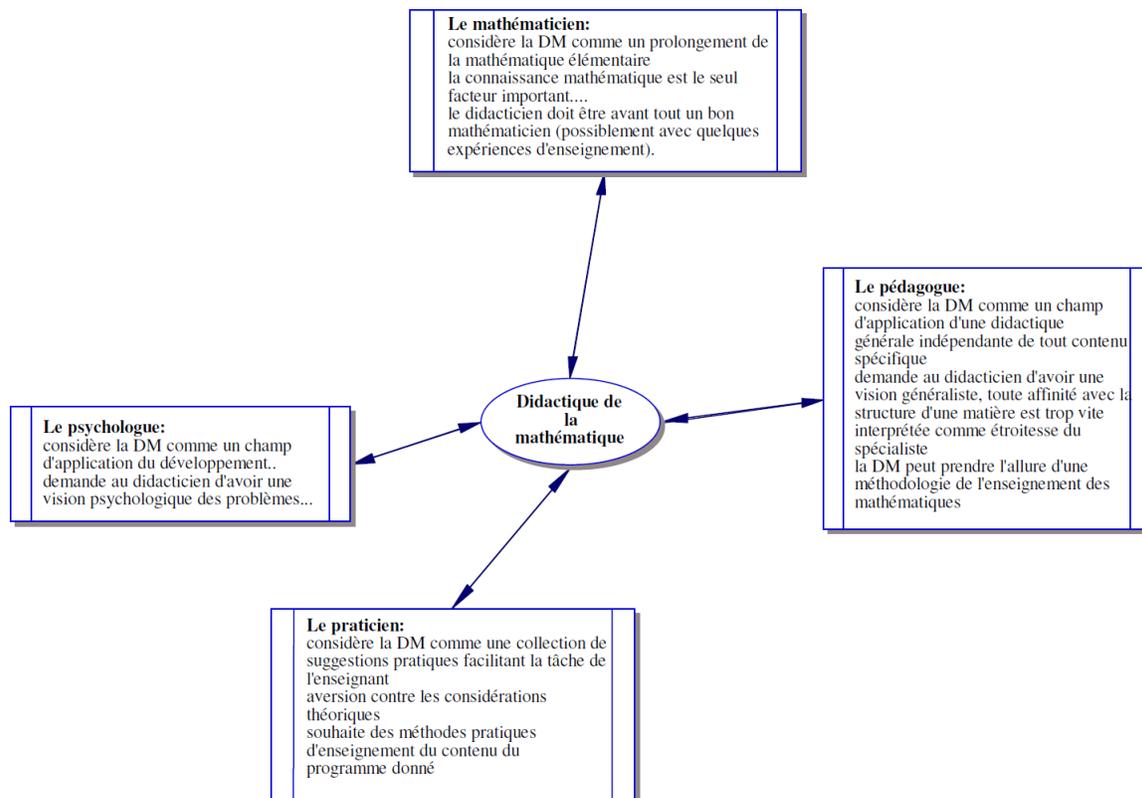


Figure 2 : attentes et influences des sciences-ressources et de la pratique de l'enseignement (adaptée de Lunkenbein, 1983b, p. 29)

### 3.2.2 Finalités du travail en didactique des mathématiques : quel projet?

Une relation très forte entre les travaux de recherche en didactique des mathématiques et la pratique de l'enseignement apparaît, nous l'avons vu précédemment, dans les finalités du travail poursuivi. Celle-ci rappelle les origines de ce champ d'étude « qui sont l'enseignement scolaire de la mathématique avec les problèmes qu'il soulève » (Lunkenbein, 1983b, p. 27) et les finalités de son travail qui sont « l'amélioration et l'avancement de l'enseignement de la mathématique à tous les niveaux scolaires » (Lunkenbein, 1983b, p. 27).

La distinction que fait par ailleurs Lunkenbein entre divers travaux de recherche en didactique des mathématiques permet de situer, dans le champ de la DM, les préoccupations premières du didacticien enseignant et du didacticien chercheur, associées à des intentions différentes<sup>24</sup>. Dans le premier cas, le travail didactique

<sup>24</sup> On peut faire un lien ici avec la distinction que fait Martinand (1993) entre didactique praticienne et didactique prospective (didactique de recherche), à laquelle il ajoutera également la didactique normative (celle des programmes, évaluations).

visent l'enseignement d'une connaissance mathématique donnée et les actions didactiques portent sur

des activités d'enseignement, (elles consistent) en l'élaboration et la description de méthodologies, en la production de matériel d'enseignement, en la suggestion de programmes, de modes d'évaluation, bref elles comprennent toutes les actions didactiques qui visent à produire, à faire produire ou reproduire une activité d'enseignement... (Lunkenbein, 1983b, p. 27)

Dans le second cas, le travail du didacticien vise d'abord à expliquer les phénomènes d'enseignement.

### 3.2.3 Filiations théoriques des travaux menés

Les travaux de recherche menés par Lunkenbein sont orientés par une conception, que lui-même qualifiera de « génétique », de l'enseignement de la mathématique, conception influencée par Piaget et Bruner. Nous trouvons clairement ces influences dans ses travaux portant sur la notion de groupement et la formation de concepts en géométrie (voir notamment Lunkenbein, 1977b, 1981)

La pratique de l'enseignement est envisagée comme lieu privilégié pour stimuler, encourager et diriger le développement chez l'enfant ou l'individu, de structures intellectuelles dont les apprentissages ne se font pas de façon spontanée. La didactique basée sur une conception génétique de l'apprentissage de la mathématique tentera donc d'agir sur la réalité scolaire et sur la pratique de l'enseignement en vue de la construction de connaissances par l'individu lui-même... (Lunkenbein, 1983b, p. 30).

Cette conception vient baliser en retour le rôle des sciences-ressources, la façon dont elles vont être vues (voir figure 3).

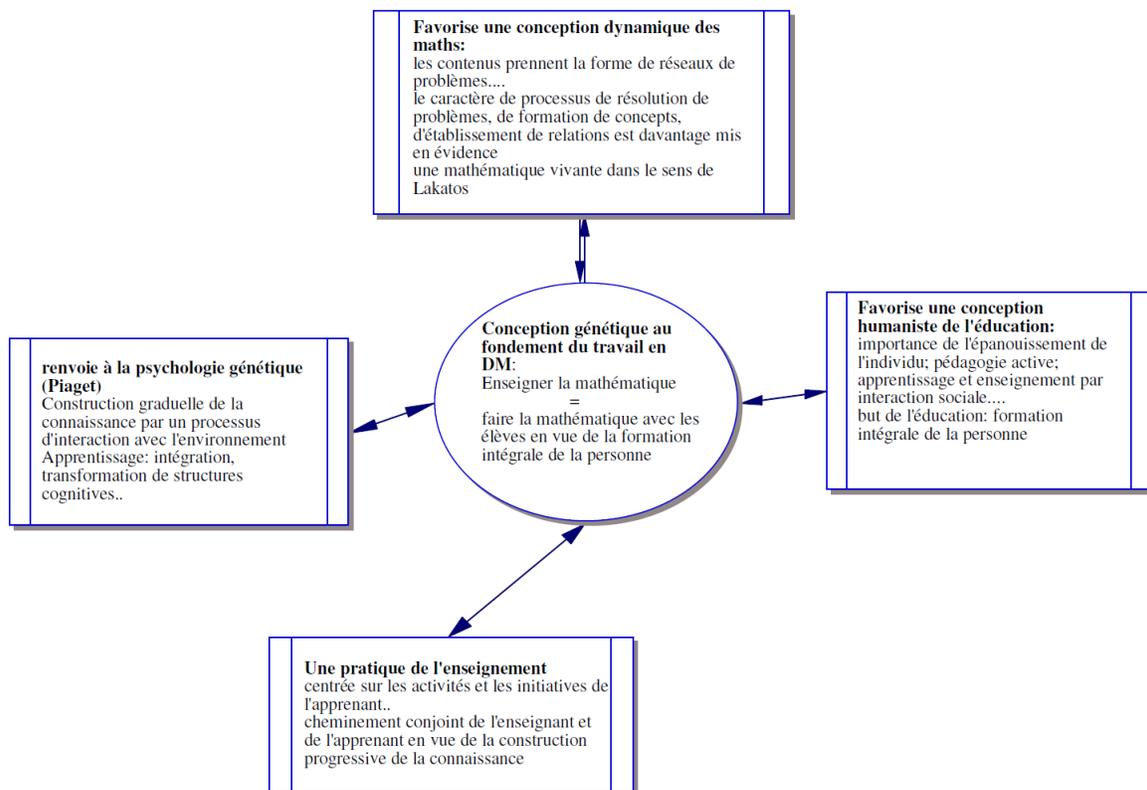


Figure 3 : conception génétique de l'enseignement de la mathématique, influences sur les sciences-ressources et la pratique de l'enseignement (adaptée de Lunkenbein, 1983b, p. 31)

En guise de conclusion : Le travail mené dans les années 1980 à l'Université de Sherbrooke autour de Lunkenbein prend donc une orientation quelque peu différente de celle que lui avait donnée Diénès. Une certaine vision de la didactique des mathématiques<sup>25</sup> prend forme autour d'un projet dont les racines sont à chercher dans la pratique de l'enseignement des mathématiques, les problèmes auxquels il est confronté, et dont la finalité est l'amélioration et l'avancement de cet enseignement. Les influences de la théorie piagétienne seront ici très importantes, guidant le chercheur, lorsqu'il aborde l'enseignement, dans une certaine direction. Les recherches sur l'enseignement de la géométrie à l'élémentaire illustrent clairement cette influence.

Avec les groupes de recherche qui suivent, nous nous déplaçons géographiquement vers une autre région, celle de l'île de Montréal.

<sup>25</sup> Le terme didactique est ici explicite, ce qui n'était pas le cas chez Diénès. Rappelons que le centre portait le nom de Centre de recherche en psycho-mathématique.

### 3.3 Le Centre de recherche en didactique

Le Centre de recherche en didactique<sup>26</sup> (CRD) a été créé le 17 septembre 1969 et il a ouvert ses portes le 1er juin 1970 au pavillon Émile-Gérard de l'Université du Québec à Montréal. Albert Morf<sup>27</sup>, attaché au Département de psychologie de l'UQÀM, en a été le premier directeur. Plusieurs autres chercheurs y ont été impliqués, tels Tamara Lemerise de l'UQÀM, Michel Carbonneau et Ali Hamein de l'Université de Montréal et d'autres<sup>28</sup>.

Plusieurs étudiants, venant de l'Université de Montréal et dirigés par Albert Morf, y ont mené leurs travaux : Michel Desjardins, Jean-Claude Héту, étudiants au doctorat, Thérèse Migneron, Robert Cadotte, Martine Ross-Burger, étudiants à la maîtrise. Deux thèses portaient sur l'enseignement des mathématiques, celles de Michel Desjardins et de Jean Claude Héту.

Plusieurs projets de recherche ont touché, au fil du temps, aux mathématiques, impliquant plusieurs chercheurs et étudiants aux études supérieures (Maurice Bélanger, Michel Desjardins, Jean-Claude Héту, Hélène Kayler, Claude Dubé, plus tard Nadine Bednarz, Louise Poirier, Sylvine Schmidt). En dix ans, le CRD a connu quelques déménagements jusqu'à sa fermeture en 1980. Dans ce centre, les séminaires étaient nombreux et on discutait ferme. Ces discussions, nous le verrons par la suite, cherchaient à asseoir la didactique sur des principes solides et à lui donner un caractère scientifique. C'est ainsi qu'a germé l'idée, dès 1971, d'organiser un symposium sur la didactique et d'y inviter Jean Piaget du Centre international d'épistémologie génétique de Genève, Jean-Blaise Grize du centre de recherches sémiologiques de Neufchâtel en Suisse, Jack Easley, Klauss Witz de l'Université d'Illinois, tous deux didacticiens des sciences, Pierre Gréco de l'École pratique des Hautes Études à Paris, Seymour Papert du MIT à Boston, Gaston Mialaret de l'Université de Caen en France. Ce symposium a été enregistré et la transcription des cassettes audio, contenant les présentations et les discussions, de même que des traces diverses (programmes, mémos, résumés des conférences) en plus de l'ensemble des rapports annuels, constitue les données qui nous ont permis de mieux comprendre le travail qui était mené dans ce centre. En 1973, un

---

<sup>26</sup> Comme son nom l'indique, les travaux du centre ne se situent pas exclusivement en didactique des mathématiques. Nous avons toutefois jugé bon de nous attarder à ce centre qui a joué un rôle important dans la réflexion théorique qu'il a initiée et qui a regroupé en son sein un certain nombre de chercheurs en didactique des mathématiques.

<sup>27</sup> Albert Morf a travaillé au préalable avec Adrien Pinard et Thérèse Gouin-Décarie à l'Institut de psychologie de l'Université de Montréal.

<sup>28</sup> Nous tenons tout particulièrement ici à remercier Pauline Provencher qui nous a aidée à situer le contexte dans lequel a pris place le CRD.

autre symposium portant sur les fondements scientifiques de la didactique, organisé par Michel Desjardins, Carole Ledoux et Louise Forest, réunissait des conférenciers d'universités québécoises et étrangères, notamment Hans Aebli (Université de Berne), François Bresson (Université de Paris), Jean Paul Brodeur (UQÀM), Jean-Claude Gagnon (Université Laval), Jean-Blaise Grize (Université de Neuchâtel), Gérard Vergnaud (Université de Paris) (voir Morf, 1973-1974, p. 32)

### 3.3.1 Finalités du travail en didactique : quel projet?

Pour Albert Morf et les chercheurs du centre, la finalité du travail est claire. Il s'agit d'asseoir la didactique sur des principes solides, sur des bases scientifiques, pour que celle-ci puisse être considérée comme une véritable science.

« Les travaux du centre sont destinés essentiellement à contribuer à la construction d'une théorie progressivement scientifique des processus d'enseignement » (voir Morf, 1973-1974, p. 4).

Cette finalité délimite les travaux de recherche qui y seront poursuivis. Ainsi y lit-on : « Les programmes de recherche évitent des études de portée empirique et visent surtout des objectifs qui accroissent les fondements même dans les travaux qui touchent directement la réalité scolaire » (Morf, 1973-1974, p. 4).

L'organisation du symposium de 1971 sur les fondements scientifiques de la didactique (réunissant Piaget, Gréco, Papert, Easley et Witz, Grize, Mialaret, les chercheurs du centre et d'autres chercheurs du Québec) confirme cette orientation donnée aux travaux du centre.

Nous verrons maintenant comment cela se traduit plus spécifiquement dans les recherches conduites en didactique des mathématiques.

### 3.3.2 Les travaux de recherche menés en didactique des mathématiques : quel projet? quels objets? quelles filiations théoriques? quelles approches

Plusieurs projets de recherche portant sur l'enseignement des mathématiques prendront place entre les années 1970 et 1980 :

- Intervention et évolution des états de connaissance dans la didactique des sciences à l'élémentaire (responsable : Maurice Bélanger). Dans ce travail qui portera sur les mesures, un lien avec les mathématiques peut être fait (ce projet est cité dans Morf, 1973-1974, 1974-1975, 1976-1977);
- Problèmes didactiques dans l'apprentissage des mathématiques au niveau de l'élémentaire en milieux défavorisés (responsable : Maurice Bélanger) (cité dans Morf, 1974-1975, 1976-1977; Bélanger, 1977-1978);
- Algorithmes et connaissance (responsable : Michel Desjardins) (cité dans Morf, 1973-1974);

- Communication, symbolisation et initiative en situation didactique (responsable : Michel Desjardins) (cité dans Morf, 1974-1975);
- La compréhension en mathématiques chez l'enfant de l'élémentaire (responsable : Nadine Bednarz)<sup>29</sup> (cité dans Morf, 1976-1977; Bélanger, 1977-1978).

Nous reviendrons plus spécifiquement sur certains de ces projets.

**3.3.2.1 Intervention et évolution des états de connaissance dans la didactique des sciences à l'élémentaire (responsable : Maurice Bélanger).** Cette équipe, qui a réuni au fil du temps plusieurs chercheurs, enseignants et assistants de recherche<sup>30</sup>, a travaillé sur la didactique des sciences à l'élémentaire. Plusieurs programmes, traductions en langue française de programmes américains, approuvés par le ministère de l'Éducation dans le programme-cadre de 1970, sont alors utilisés dans les écoles. Peu de données sont toutefois disponibles, comme le mentionne Morf, 1973-1974 dans le rapport annuel, sur ces programmes et leur influence sur la construction de connaissances par les enfants.

« Les quelques études faites aux États-Unis ou au Canada ne permettent pas de comprendre quels sont les aspects des méthodes qui ont des effets souhaitables sur l'évolution des connaissances scientifiques chez les enfants » (Morf, 1973-1974, p. 5). Cette absence de savoirs sur le rôle des interventions dans l'évolution des connaissances des enfants est à l'origine du présent projet de recherche. Sa visée au départ, comme nous le verrons par la suite, est théorique.

Quel projet?

La visée théorique du projet est clairement énoncée dans le rapport annuel (Morf, 1973-1974 :

Un grand nombre de recherches en éducation sont faites de façon empirique et ne peuvent alors fournir que des faits qu'il est impossible de relier entre eux. Nous avons voulu élaborer un schème de référence qui nous permette de situer nos résultats, cela explique que la première partie du travail (1971-1972, 1972-1973) soit effectuée surtout à un niveau théorique. (Morf, 1973-1974, p. 6)

---

<sup>29</sup> Avec ce projet de recherche, Nadine Bednarz a été impliquée au CRD vers la fin de la vie du centre. Différents chercheurs sont intervenus dans ce projet portant sur la compréhension en mathématiques à l'élémentaire : Charles de Flandre, Claude Dubé, Hélène Kayler, André Boileau du Département de mathématiques de l'UQAM. Les chercheurs Zoltan Diénès, Gérard Noelting, et Dieter Lunkenbein ont travaillé avec l'équipe à titre de consultants.

<sup>30</sup> L'équipe des sciences était formée, par exemple en 1974-1975, de Maurice Bélanger, Nicole Fortin, Robert Letendre, Elie Martin, Bernard Lefebvre, Alain Constant, Denise Frigonon, Hélène Gagnon, Hélène Lajoie, Bernadette Ostiguy, Céline Roy, André Roux, Guy Boisvert, Lina Tremblay.

Cette visée est confirmée dans le travail anticipé par l'équipe pour 1973-1975 :

« Dans les années 73-74 et 74-75, nous voulons étudier des connaissances précises dans le domaine des sciences pour mettre à l'épreuve notre schème théorique et en même temps construire des types d'interactions utilisables par les maîtres d'école » (Morf, 1974-1975, p. 6). Les connaissances que l'équipe a choisi d'étudier sont celles relatives à la mesure (mesure de longueur, mesure de poids, ...) et les interventions qui sont plus spécifiquement ciblées sont ce que les chercheurs appelleront « des interventions-problèmes »<sup>31</sup>.

Toutefois on retrouve, par la suite, dans ce projet (Morf, 1974-1975), un aspect pratique, la démarche de recherche mettant l'accent sur l'élaboration de problèmes de sciences en collaboration avec des enseignants ainsi que leur expérimentation dans les écoles (projet nommé « Boîte de sciences ») :

Avec un groupe de professeurs de Ville de Brossard, nous avons élaboré une série de situations-problèmes qui ont été expérimentées dans leur classe de 6<sup>e</sup> année. D'autres professeurs se sont ensuite joints au groupe initial et nous avons pu former un matériel de quelques 40 situations-problèmes. Le matériel nécessaire à chaque situation-problème fut présenté dans une boîte séparée d'où le titre du projet : projet boîtes des sciences. Ces boîtes de sciences sont présentement en expérimentation dans deux écoles, ce qui nous permettra au cours de l'année d'évaluer comment cette méthode a favorisé l'évolution des connaissances scientifiques de ces enfants. (Morf, 1974-1975, p. 5-6)

Deux aspects sont ainsi imbriqués :

- un aspect développement issu de la recherche : constitué d'un matériel de 40 situations-problèmes.
- un aspect recherche centré sur : d'une part, l'analyse de la démarche faite par l'enfant pour résoudre un problème issu de ces boîtes de sciences (conception initiale du problème, modification de ses connaissances à partir de l'expérimentation avec les objets); d'autre part, l'étude des « schèmes » d'une équipe de professeurs (système de concepts, valeurs...) dans leur travail d'élaboration d'une didactique, de construction d'une stratégie d'intervention.

On perçoit la visée théorique évidente de ce projet :

Il ne faut pas négliger l'aspect théorique qui consiste, en relation avec un autre projet du CRD, à déterminer le rôle très important joué par l'ensemble des concepts et des valeurs du créateur de programme dans l'organisation de son programme. Ce système de valeurs, appelé « les schèmes du maître », m'est apparu être la

---

<sup>31</sup> Interventions articulées sur une situation-problème.

pierre angulaire de la construction d'une stratégie d'intervention. Le projet « Boîtes des sciences » nous a permis d'étudier les schèmes d'une équipe de professeurs dans leur travail d'élaboration d'une didactique. (Morf, 1974-1975, p. 6)

Quelles sont les filiations théoriques de ces travaux?

Un certain cadre de référence sous-jacent est explicité dans le rapport annuel 1973-1974 (Morf, 1973-1974) à travers les raisons invoquées par le chercheur pour motiver le projet. Ce cadre de référence, que l'on pourrait aujourd'hui associer au constructivisme, a l'intérêt, surtout pour nous, d'être resitué par rapport à d'autres cadres de référence fondant les recherches de l'époque en enseignement des sciences. On perçoit bien à travers ces propos la petite révolution qui est en train de s'opérer :

- 1) Les méthodes actuelles (on fait ici allusion aux recherches de l'époque, surtout anglo-saxonnes) postulent que l'enfant ne possède aucune connaissance au point de départ, ou que, s'il en possède, il n'est pas utile d'en tenir compte; nous travaillons avec l'hypothèse qu'il faut en partie baser l'intervention sur l'organisation initiale des connaissances de l'enfant;
- 2) Ces méthodes sont aussi fondées sur le postulat que la connaissance se développe par addition de nouvelles connaissances; nous faisons l'hypothèse que l'évolution se fait par une restructuration des connaissances;
- 3) Nous voulons rechercher dans les aspects épistémologiques de l'intervention ses rapports avec la transformation des connaissances chez l'enfant. (Morf, 1973-1974, p. 5)

Quelles approches de recherche?

Une certaine manière d'approcher la recherche transparaît dans le développement de la recherche à travers le temps, comme nous le montre le travail autour du projet « Boîte des sciences » :

« Nous poursuivons un style de recherche qui puisse établir une relation entre un ensemble de concepts théoriques développés jusqu'ici et la pratique de la classe » (Morf, 1973-1974, p. 7).

**3.3.2.2 Algorithme et connaissance (responsable : Michel Desjardins).** Une équipe formée de chercheurs du CRD, de professeurs du Département de

mathématiques de l'UQÀM, de spécialistes en sciences et d'enseignants à l'élémentaire a été impliquée dans ce projet à caractère théorique<sup>32</sup>.

Quel projet?

Ces travaux avaient pour objectif principal

d'étudier les conditions didactiques favorables à l'élaboration d'algorithmes par l'enfant, tant en mathématiques qu'en sciences. L'hypothèse principale était que l'élaboration d'algorithmes représentait une condition utile pour l'opérationnalisation momentanée des états de connaissance de l'enfant ainsi que pour leur transformation subséquente. (Morf, 1973-1974, p. 11)

Quelles approches de recherche?

Les approches développées, très près de celles développées en France par Brousseau, prônent un retour constant à l'expérimentation en classe. Les connaissances des enfants sont ici considérées « comme des produits des situations didactiques » (Morf, 1973-1974, p. 11).

Dix expériences pédagogiques différentes ont ainsi été menées dans les écoles (Outremont, Longueuil, Saint-Mathias-sur-Richelieu), conduisant à la description et l'analyse fine de celles-ci, permettant une compréhension des faits observés sur le plan des connaissances des enfants en lien avec les situations didactiques.

**3.3.2.3 Problèmes didactiques dans l'apprentissage des mathématiques à l'élémentaire en milieux défavorisés (responsable : Maurice Bélanger).** En 1973, dans le prolongement de la recherche en didactique des sciences à l'élémentaire, un nouveau projet est initié, en collaboration avec les écoles, avec une équipe d'étudiants, de chercheurs de l'UQÀM et de l'Université de Montréal, tous intéressés aux problèmes de l'enseignement et de l'apprentissage chez des enfants de milieux défavorisés.

Un camp d'été destiné aux enfants de ces milieux (dans Pointe-Saint-Charles, Saint-Henri) a été mis sur pied à l'été 1974, camp au cours duquel les étudiants impliqués dans la recherche travaillent en ayant recours aux situations-problèmes développées dans le projet « Boîtes de sciences ». Cette expérience a mené à un certain nombre d'observations sur le processus de résolution mis en œuvre par les enfants de ces milieux : « ces enfants ont une façon particulière de raisonner, de penser et, en général, de faire face à des problèmes, une façon différente de

---

<sup>32</sup> En 1973-1974, par exemple, l'équipe était formée de Michel Desjardins, Viviane Aubé-Tremblay, Daniel Desjardins, Louise Desroches, Claude Dubé, Louise Forest, Andrée Lallo, Carole Ledoux, Reine-Claire Lussier, Guy Boisvert, Denis Ledoux. Guy et Nadine Brousseau sont intervenus comme invités dans le cadre de ce projet.

conceptualiser, de classer les données et même d'entrer en contact avec le plus simple des problèmes » (Morf, 1974-1975, p. 6).

Cette première expérience sera à l'origine d'un projet de recherche qui s'étalera sur plusieurs années.

Quel projet?

On cherche ici à mieux connaître le fonctionnement de ces enfants et à développer des stratégies particulières d'intervention. Le projet rejoint ainsi, dès cette époque, une préoccupation d'adaptation partagée par plusieurs chercheurs actuels en didactique des mathématiques au Québec. Il est centré sur « l'étude d'un sous-groupe d'enfants de milieux défavorisés dans le but de créer pour eux une didactique appropriée » (Morf, 1974-1975, p. 5).

Quels objets?

Ce travail amènera les chercheurs à explorer le concept théorique de « connaissance défavorisée, pris ici au sens d'une hypothèse intuitive susceptible de donner de nouvelles orientations de recherche dans le domaine de l'éducation en milieu défavorisé » (Morf, 1973-1974, p. 8). Par ce biais, il les amènera à s'intéresser aux erreurs des élèves, et à l'élaboration d'interventions didactiques appropriées.

Quelles filiations théoriques?

On retrouve clairement, en arrière-plan de ce travail sur les erreurs, les postulats énoncés ci-après, postulats qui sont fondés sur l'épistémologie constructiviste de Piaget :

- 1) L'analyse des erreurs révèle que la majorité de ces erreurs sont le résultat de processus que l'enfant a lui-même construit.
- 2) Ces processus donnent de faux résultats du point de vue mathématique, mais ils ont en eux-mêmes une cohérence et une logique interne. Du point de vue de l'enfant, ces processus sont valables.
- 3) Nous postulons qu'il existe des familles d'erreurs en mathématiques qui sont basées sur ces processus communs.
- 4) Les processus construits par l'enfant sont souvent le résultat des stratégies d'enseignement, décrites dans un manuel ou utilisées par le professeur.
- 5) Pour construire des stratégies d'intervention, il est indispensable que le chercheur ou le maître ait analysé l'erreur afin de découvrir le processus construit par l'enfant qui donne ces erreurs mathématiques. (Bélanger, 1977-1978, p. 8)

Quelles approches méthodologiques?

Cette recherche donnera lieu à une série d'études de cas et à l'élaboration de protocoles d'entrevue pertinents à l'analyse des erreurs. On a recours à l'une des méthodologies qui sera particulièrement importante en didactique des mathématiques par la suite, autour de la mise au point de protocoles d'entrevues didactiques.

### 3.3.3 De quelle didactique parle-t-on?

Le symposium organisé en 1971 sur les fondements scientifiques de la didactique<sup>33</sup> et les notes des échanges entre les chercheurs durant le symposium sont ici particulièrement instructifs. Ils nous renseignent en effet sur différentes conceptions de la didactique présentes au cœur du débat et sur la question des rapports entre la psychologie cognitive et la didactique, un enjeu majeur au moment où se précise le champ de la didactique des mathématiques au Québec.

Ainsi, le symposium mettait en place les éléments nécessaires à une discussion sur ce qu'est la didactique, ce qu'elle recouvre, son objet et les méthodes de recherche qui en découlent. Nous ne reprenons ici que quelques éléments de la discussion<sup>34</sup> pour illustrer les différentes conceptions qui émergent :

Je vous proposerais de prendre le terme de didactique comme un terme qui couvre les efforts de recherche et de conceptualisation relatifs à l'action sur quelqu'un, pouvant être un élève, une classe, un groupe quelconque, en vue d'intervenir sur le développement de ses connaissances. (Discours d'ouverture du symposium, 1971, p. 2)

Le problème didactique, mot dans lequel je ne vois rien de péjoratif, c'est l'ajustement des méthodes d'enseignement par rapport aux problèmes généraux de la pédagogie. (Discours d'ouverture, discussion, 1971, p. 4)

---

<sup>33</sup> Dans les différents mémos relatifs au symposium, différents titres apparaissent : « La validité de la psychologie génétique comme fondement de la didactique » (plan du symposium, document n° 1); « Fondements scientifiques de la didactique » (mémo); « La psychologie opératoire : sa portée comme science de référence pour la didactique » (compte rendu du symposium, plan provisoire). Quoi qu'il en soit, le symposium se voulait l'occasion de discuter ouvertement de toutes les questions que pose la recherche scientifique dans le domaine de la didactique. On y retrouvait le projet sous-jacent du CRD à travers la question de fond ici débattue : pouvons-nous parler d'une didactique scientifique, au sens de « faire scientifiquement ce qui était fait de façon artisanale autrefois? chercher des faits spécifiquement didactiques à travers une pratique de la didactique, cette pratique pouvant s'appuyer sur des moyens scientifiques d'analyse; identifier-reformuler-résoudre scientifiquement les problèmes d'enseignement qui se posent » (Mémo, 1971, s. p.).

<sup>34</sup> Nous ne prétendons nullement ici à une analyse systématique des propos ce qui demanderait un codage complet des retranscriptions.

X a dit que la didactique lui paraissait pouvoir et devoir être conçue comme une science et comme une science à part entière, et il a dit à cet égard qu'il était fondé sur – que naturellement la didactique devait fonder – des pratiques d'enseignement et qu'on pouvait la concevoir comme une science théorique. Est-ce que (cette science) c'est simplement la théorisation des actions et des interactions du maître et de l'élève? (Discussion sur la conférence de Grize, p. 11)

J'inclinerais aujourd'hui à penser que la théorie didactique, s'il doit y en avoir une, est une théorie à plusieurs facettes, parce que la didactique en tant que telle ne me semble pas du tout être une science au sens habituel où l'on prend ce terme, (référant plus loin au terme « technologie ») nous disons technologie parce que l'enseignement et la didactique ne sont pas des sciences, ce sont des pratiques. La médecine n'est pas une science, la biologie est une science, la médecine n'est pas une science. (Discussion sur la conférence de Grize, p. 12)

À travers les propos précédents, la didactique est conçue comme une science permettant de fonder des pratiques d'enseignement ou, à l'opposé, une praxéologie, renvoyant à des pratiques. Le terme est utilisé dans un sens large portant sur les interventions d'un individu sur les connaissances d'autrui (pas seulement celles relatives à l'enseignement) ou, dans un sens plus spécifique, s'intéressant à l'enseignement et aux interactions entre un maître et des élèves.

La relation didactique-psychologie est aussi interrogée et une distance nécessaire par rapport à la psychologie se dégage clairement des discussions. Celle-ci n'apparaît nullement comme une base suffisante et adéquate pour la conception d'enseignements ou de stratégies d'action « sur un élève ». Une importation des concepts, des méthodes est impossible et ceux-ci ne peuvent être choisis déductivement à partir de la psychologie, dira lui-même Piaget :

[il y a] nécessité de constituer une étude spéciale de la didactique à la fois appuyée sur la psychologie et très distincte de la psychologie [...] s'adapter à une classe, c'est vraiment tout autre chose que de faire de la psychologie sur des élèves du même âge. Il est absolument exclu de penser que l'on puisse tirer directement de la psychologie une didactique [...] Je pense par exemple à l'enseignement de l'arithmétique, il peut y avoir toutes sortes de manières de présenter les choses. Le psychologue ne peut pas vous dire a priori que celle-là est meilleure que celle-là. Il faut faire des expériences didactiques, et pas des expériences psychologiques, expériences didactiques qui sont, bien entendu, beaucoup plus laborieuses [en raison du temps qu'elles prendront]. C'est donc une science qui me paraît nécessaire à fonder, mais beaucoup plus délicate que la psychologie, beaucoup plus coûteuse parce qu'elle prend beaucoup plus de temps et suppose plus d'efforts. (Discours d'ouverture, Morf, 1971, p. 4-6)

Un dernier élément qui ressort de ce symposium touche à l'importance de la dimension épistémologique qui, elle, apparaît fondamentale pour les travaux de

recherche en didactique. Ainsi, si la théorie opératoire apparaît comme un point de repère fondamental<sup>35</sup> pour la recherche en didactique des mathématiques<sup>36</sup> (ce que l'on perçoit bien dans les travaux du centre repris précédemment), c'est plus, comme le dit lui-même Piaget, comme une référence épistémologique.

Il n'y a pas moyen d'utiliser la psychologie opératoire, quel que soit le parti qu'on veut en tirer, sans mettre l'accent sur l'épistémologie. La psychologie opératoire est née d'une épistémologie. C'est parce que je me suis posé par exemple des problèmes épistémologiques que j'ai rencontré le problème de la conservation. (Discussion sur la conférence, Bélanger, 1971, p. 1)

En guise de conclusion : Il se dégage de ce noyau de chercheurs, un projet spécifique finalisé par l'établissement d'une didactique scientifique, plus proche en cela des travaux de la didactique élaborée en France que des travaux de recherche menés à la même époque dans le centre de recherche de Diénès. Il s'agit de travaux de recherche dont les fondements vont toutefois puiser à la théorie piagétienne et l'épistémologie constructiviste, rejoignant en cela ceux menés plus tard à Sherbrooke avec Lunkenbein.

### 3.4 La section didactique de l'UQÀM

La section didactique du Département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal constitue l'un des noyaux les plus importants (en termes de nombre) de didacticiens des mathématiques au Québec dans les années 1970-1980. On comptait en effet 17 didacticiens dans cette section dans les années 1980<sup>37</sup>.

Plusieurs de ces didacticiens s'impliqueront, dans les années 1970, dans un programme important de perfectionnement des enseignants en mathématiques s'adressant à l'ensemble des enseignants du Québec, connu sous le nom de Permama. De nombreux cours y seront conçus; du matériel, des films en collaboration avec Radio-Québec autour de différents sujets (travail sur les nombres, sur les fonctions, l'algèbre, les statistiques, la pédagogie du projet...) y

---

<sup>35</sup> Avec d'autres épistémologies qui sont également mentionnées dans les discussions (épistémologie des sciences, épistémologie de la pratique).

<sup>36</sup> Cette dimension apparaît particulièrement importante dans les travaux de recherche qui ont été développés au Québec (voir les projets menés au CRD dans les années 1970, les recherches de Lunkenbein dans les années 1980, et par la suite les travaux menés au CIRADE dans les années 1980-1990).

<sup>37</sup> Un premier noyau, provenant du Collège Ste-Marie, se structure autour de la formation des enseignants en mathématiques, l'un des axes de l'UQÀM dès sa création. On retrouvera dans cette section, notamment Claudette Maury, Liliane Bulota, Bernadette Janvier, Claude Janvier, Gilbert Paquette, Claude Gaulin, Hélène Kayler, Claude Dubé, Jacques Lefebvre, Léon Colas, Nadine Bednarz, Maurice Garançon; s'y sont ajoutés par la suite Charles de Flandre, André Boileau, Louis Charbonneau, Carolyn Kieran, Benoît Côté, Alain Taurisson, Richard Pallascio.

seront réalisés; des cours y seront donnés. Cette expérience de formation continue à grande échelle, avec la réflexion et les échanges importants qu'elle suscitera lors de l'élaboration du matériel, sera un élément déterminant dans l'évolution de certains travaux de recherche en didactique des mathématiques par la suite.

La formation des enseignants constitue l'un des axes de l'université dès sa création, de telle sorte que les didacticiens seront appelés, dès les années 1970, à intervenir en formation initiale dans le baccalauréat en enseignement préscolaire primaire, dans le baccalauréat en enseignement au secondaire, donnant au fil du temps à ce programme une orientation très spécifique et différente de ce que l'on trouvait dans les autres universités à la même période (voir Bednarz, 2001; Bednarz et al., 1995). Ils seront aussi appelés au fil du temps à intervenir dans de nombreux programmes de perfectionnement : certificat en enseignement des mathématiques au primaire, certificat sur la résolution de problèmes, certificat sur l'utilisation de l'informatique dans l'enseignement. Ils seront enfin appelés à intervenir dans la maîtrise en mathématiques, option enseignement, ou la maîtrise en enseignement au primaire, et dès sa création en 1987, dans le programme de doctorat en éducation.

#### 3.4.1 Quel projet pour ce groupe de didacticiens?

Les orientations que prennent les travaux de recherche en didactique à l'UQAM s'articulent dès le départ sur une préoccupation de formation des enseignants en mathématiques. L'équipe sera en effet amenée, dans l'action, à réfléchir sur la façon dont on peut préparer les étudiants à enseigner les mathématiques, à développer de nouvelles manières de voir l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. L'implication, dans la formation des enseignants au secondaire, dans différentes composantes de cette formation – mathématique, didactique, formation pratique via l'encadrement des stages, histoire des mathématiques ou utilisation de l'informatique dans l'enseignement – donnera lieu à la conception d'un programme intégré et à différentes activités. Seront ainsi élaborés des cours de mathématiques spécifiques (structures numériques, résolution de problèmes, géométrie, initiation à l'analyse) (voir par exemple Boileau et Garançon, 1993), des cours de didactique, avec une forte composante de la prise en compte de l'élève, de son apprentissage et des situations d'enseignement, en articulation avec la pratique réelle d'enseignement (voir Bednarz, 2001; Bednarz et al., 1995; Bednarz et Gattuso, 1999; Dufour-Janvier et Hosson, 1999), des cours intégrant la composante technologie dans l'enseignement des mathématiques (voir Boileau, 2008) ou encore la composante historique (Charbonneau, 1992). Ce travail aboutira à une complexification graduelle des activités proposées, et permettra de préciser a posteriori une certaine didactique de formation (Bednarz, 2001; Bednarz et al., 1995; Dufour-Janvier et Hosson, 1999). On retrouve cette même implication

des didacticiens dans les différentes activités du programme dans le cas de la formation des enseignants au primaire (voir par exemple à ce sujet Bednarz et Perrin-Glorian, 2005; Lajoie et Pallascio, 2001).

Les travaux de recherche en didactique des mathématiques qui ont été développés au fil du temps par l'équipe se sont greffés sur ces programmes de formation venant, en retour, alimenter cette formation.

### 3.4.2 La recherche : ses objets, une articulation avec la formation

Dans les premières problématiques abordées, on trouve d'abord une préoccupation pour l'apprentissage des élèves, permettant d'aller au-delà des observations recueillies. Il s'agit de mieux comprendre les raisonnements, les erreurs, les difficultés des élèves dans différents domaines. On peut penser par exemple aux recherches portant sur la compréhension de la numération par les enfants du primaire (Bednarz et Janvier, 1982, 1984a), sur les difficultés des enfants dans l'apprentissage de la mesure (Bednarz et Janvier, 1984b), sur la notion de fonction et l'interprétation des représentations graphiques par les élèves (Janvier, 1978), sur l'interprétation que les élèves donnent à certaines représentations externes fréquemment utilisées dans l'enseignement des mathématiques (Janvier, 1987) ou encore sur les difficultés que les élèves rencontrent en algèbre (Bednarz et Janvier, 1992). Ce sont autant de travaux permettant d'alimenter et d'enrichir, en retour, le travail fait en formation.

Parallèlement à ce travail portant sur les élèves, les didacticiens ont aussi ressenti le besoin de développer des outils conceptuels pour cerner le sens d'un raisonnement et d'un concept, pour aborder une analyse de situations d'enseignement et permettre un choix de situations appropriées. On peut penser ici aux analyses épistémologiques de la notion de variable (Janvier et al., 1989) ou du raisonnement algébrique (Charbonneau, 1991; Lefebvre, 1991), à l'analyse du concept de volume (Janvier, 1994) ou encore au développement de grilles d'analyse permettant de rendre compte de la complexité des problèmes en algèbre (Bednarz et Janvier, 1994).

Enfin, les didacticiens ont aussi été amenés à se centrer sur l'élaboration d'interventions et de séquences d'enseignement. L'accent est mis alors sur la production « d'idées nouvelles » pour de possibles interventions en montrant comment celles-ci peuvent être fécondes sur le plan de l'apprentissage. C'est le cas, par exemple, du travail conduit avec un même groupe d'élèves pendant trois ans, sur l'enseignement de la numération (Bednarz et Janvier, 1985), du développement d'une séquence d'enseignement sur le volume visant à faire raisonner les formules (Janvier, 1994), ou encore des approches développées en algèbre dans un environnement informatique (Garançon et al., 1990, 1993; Kieran et al., 1989).

On observe donc un double positionnement des recherches en didactique des mathématiques développées au fil du temps, d'une part centrées sur les élèves et leur apprentissage : il s'agit alors d'éclairer, de documenter l'apprentissage des élèves (les raisonnements importants, leurs difficultés, leurs erreurs, leurs modèles implicites et leurs conceptions). Ces recherches sont, d'autre part, centrées sur les situations d'enseignement. On travaille, dans ce dernier cas, à élaborer des situations et à documenter le processus de construction de connaissances en lien avec ces situations. Si, dans ces recherches en didactique des mathématiques, l'enseignant n'est pas présent au départ, la classe l'est : ce sont les élèves réels, des situations d'enseignement expérimentées en classe, souvent sur une longue période de temps.

### 3.4.3 Quelle didactique?

À travers ce qui précède, se précise une certaine conception de la didactique. Les recherches prennent leur ancrage dans la formation et elles viennent l'alimenter. Il s'agit de comprendre les productions des élèves, d'élaborer des situations d'enseignement fécondes sur le plan des apprentissages, de développer des outils conceptuels, non pas pour élaborer une théorie sur les phénomènes d'enseignement, mais, au-delà des connaissances nouvelles produites dans ces recherches, pour mieux agir sur le plan de la formation. Les savoirs didactiques élaborés n'ont pas comme finalité de créer une didactique scientifique, mais de se donner un cadre de référence pour l'action du formateur. Ce cadre permet d'éclairer, d'alimenter, d'enrichir le travail fait en formation auprès des futurs enseignants. En ce sens, la finalité de ce travail peut être rapprochée de celle d'une didactique professionnelle.

Deux didactiques se précisent au cours de ce travail de recherche et de formation que mènent en parallèle les didacticiens de l'UQÀM :

- Une didactique de recherche, prenant son ancrage dans la formation et l'alimentant en retour, qui agit comme ressource structurante et non comme résultat à transmettre. Elle sert au repérage des objets, des productions d'élèves, des situations d'enseignement, des analyses conceptuelles, sur lesquels le formateur fera travailler les futurs enseignants.
- Une didactique de formation graduellement explicitée, avec les principes qui guident le formateur dans son intervention, les manières d'approcher la construction d'un certain savoir d'action en enseignement des mathématiques. Toutefois, même si celle-ci a été explicitée (voir Bednarz, 2001; Janvier, 1996), peu de données de recherche ont permis d'éclairer son potentiel pour la formation des futurs enseignants.

### 3.5 Le CIRADE

Le Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation (CIRADE) a été créé en 1980, sur recommandation de la Commission des études de l'UQÀM. Comme son nom l'indique, ce centre interdisciplinaire regroupait des chercheurs formés en différents domaines (didactique des mathématiques, des sciences, du français, de la morale, psychopédagogie). De plus, même si ce centre de recherche était institutionnellement attaché à l'UQÀM, il regroupait, non seulement des chercheurs provenant de différents départements de l'UQÀM (mathématiques, linguistique, sciences religieuses, éducation), mais également des chercheurs provenant d'autres universités. La présence, au sein du centre, de chercheurs en didactique des mathématiques<sup>38</sup> est importante: Nadine Bednarz, Claude Janvier, Bernadette Janvier, Maurice Bélanger, Gisèle Lemoyne, Richard Pallascio, Carolyn Kieran, Jacinthe Giroux, Louise Lafortune, Philippe Jonnaert, Caroline Lajoie, Fernando Hitt.

Plusieurs jeunes chercheurs en didactique des mathématiques y ont été formés<sup>39</sup>, bénéficiant non seulement de la supervision des chercheurs du centre, en tant que directeurs de thèse ou de mémoires, mais de la vie scientifique intense qui y a eu lieu, à travers la tenue de séminaires, colloques, ou grâce à la présence de nombreux chercheurs invités. Plusieurs chercheurs y ont en effet séjourné, notamment Efraim Fishbein, Colette Laborde, Henrich Bauersfeld, Ernst Von Glasersfeld, Kenneth Tobin, Anncik Weil Barais, Gaalen Erickson, Geoffrey Saxe, Guy Brousseau, Yves Chevallard.

Plusieurs séminaires réguliers et colloques internationaux<sup>40</sup> y ont été organisés, ouverts à une communauté plus large de chercheurs en didactique et de praticiens. On peut penser par exemple au colloque sur les représentations dans

---

<sup>38</sup> Nadine Bednarz était membre de l'équipe fondatrice du CIRADE (1979-1980). Parmi les chercheurs du centre en 1981, figurent Claude Janvier et Maurice Bélanger. Le CIRADE regroupait, à ses débuts, des chercheurs du Département de psychologie, de sciences de l'éducation et de mathématiques de l'UQAM. Une scission s'est produite en 1983, donnant lieu à une réorientation majeure des travaux du centre, autour de la thématique de l'appropriation des savoirs. Claude Janvier a été directeur du centre de 1984 à 1985. Nadine Bednarz en a été la directrice de 1985 à 1991, puis de 1992 à 1996, Richard Pallascio assumant la direction intérimaire de 1991 à 1992. Le CIRADE a été reconnu centre de recherche par le fonds FCAR dès 1986, et ce, jusqu'en 2004.

<sup>39</sup> On peut penser notamment à Jacinthe Giroux, Louise Poirier, Sylvine Schmidt, Suzanne Vincent, Sophie René de Cotret, Lily Bacon, Michel Beaudoin, aux étudiants de maîtrise et doctorat de l'École normale de Marrakech qui y ont séjourné pendant plusieurs années.

<sup>40</sup> Ces séminaires ont été publiés dans les cahiers du CIRADE, et souvent filmés (plusieurs vidéos de ces séminaires sont disponibles); les colloques ont tous fait l'objet de publications externes ou internes.

l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques (voir Janvier, 1987), réunissant des chercheurs invités tels James Kaput, Richard Lesh, John Mason, Ernst Von Glasersfeld, Gerald Goldin, Andrea diSessa, Gérard Vergnaud; au colloque sur les notions d'obstacle épistémologique et de conflit sociocognitif dans l'apprentissage (voir Bednarz et Garnier, 1989) qui réunissait, parmi les invités, des didacticiens des mathématiques (Gérard Vergnaud, Guy Brousseau, Laureen Resnick, Anna Sierpiska), des didacticiens des sciences (Laurence Viennot, Andrée Tiberghien, Samuel Joshua, Jean-Louis Martinand, André Giordan), des psychosociologues (Michel Gilly, Agnès Blaye, Maria Luisa Schubauer Leoni, Serge Moscovici), des épistémologues (Ernst Von Glasersfeld); ou encore, le colloque sur l'émergence et le développement de la pensée algébrique (réunissant des chercheurs invités tels Teresa Rojano, Ricardo Nemirovsky, Luis Radford, John Mason, David Wheeler, Katleen Heid) (voir Bednarz et al., 1996).

Cette activité scientifique intense a constitué un forum important de discussions, d'échanges pour la communauté de chercheurs et d'étudiants du centre, mais aussi pour la communauté éducative plus large, contribuant à l'établissement graduel d'une entreprise commune et d'un répertoire partagé. Quelle conception de la didactique se dégage de ces travaux?

### 3.5.1 Quelle didactique?

Nous ne retrouvons pas dans le cas du CIRADE, comme dans celui du CRD, de projet explicite portant sur la didactique. Il ne s'agit pas d'un centre de recherche en didactique, mais, de fait, plusieurs didacticiens s'y retrouvent. Le projet du centre est centré sur « l'appropriation avertie des savoirs », une appropriation qu'on cherche à documenter, éclairer, analyser en l'abordant sous différents angles : du point de vue des apprenants, des interactions entre différents acteurs, du point de vue de l'intervenant.

Les échanges autour de ce projet, par leur caractère multidisciplinaire, ont contribué, pour les didacticiens des mathématiques, à une ouverture sur d'autres didactiques (didactique des sciences, du français, des langues secondes, de la morale), qui n'ont pas été sans influence sur la façon de concevoir leurs travaux de recherche dans ce domaine. Par exemple, les travaux menés sur les représentations des sciences (Desaultels et Larochelle, 1989) interrogeant le processus de production d'un savoir scientifique, et plus particulièrement le caractère construit et négocié de ce savoir (Larochelle et Desaultels, 1992), leurs fondements théoriques, puisant notamment au courant de la sociologie des sciences (Callon, 1989; Callon et Latour, 1991; Latour, 1989), ont été à la source d'un recadrage des travaux de recherche en didactique des mathématiques, contribuant à intégrer davantage les dimensions épistémologique et sociologique. En ce sens,

la confrontation au sein du CIRADE entre différentes problématiques didactiques a contribué à ouvrir un espace de possibilités pour la didactique des mathématiques elle-même.

Un autre élément ayant joué un rôle non négligeable dans l'évolution des travaux de recherche en didactique des mathématiques au CIRADE a été la mise en place des écoles recherches dès 1990, expérience qui fut à l'origine du développement des recherches collaboratives avec les praticiens de ces écoles, puis d'autres écoles (Bednarz et al., 2001; Desgagné et al., 2001). Cherchant à répondre au constat d'éloignement de la recherche par rapport à la pratique, ces travaux ont permis de développer de nouvelles connaissances en didactique des mathématiques prenant en compte le point de vue des enseignants et leurs savoirs d'expérience dans la construction de nouveaux savoirs didactiques liés à la pratique (Bednarz, 2004).

Enfin, un dernier élément non négligeable dans l'évolution des recherches développées au centre, est le travail de recherche engagé par plusieurs chercheurs en dehors de l'école : notamment, dans les études de Claude Janvier portant sur les raisonnements de techniciens en électronique en contexte de travail, ou celles de Richard Pallascio portant sur le développement de la représentation spatiale chez les Inuits.

De ce travail se dégage donc une conception qui sort du cadre usuel de la didactique des mathématiques : une didactique ouverte à d'autres didactiques dans d'autres disciplines, une didactique cherchant à articuler davantage didactique de recherche et didactique praticienne par le travail dans les écoles-recherches et les recherches collaboratives, une didactique dans laquelle le rôle structurant du contexte apparaît central, en particulier dans les travaux réalisés en dehors du cadre scolaire.

### 3.5.2 Filiations théoriques des travaux

Une réflexion épistémologique autour du constructivisme est au fondement des travaux de recherche du centre, comme le montrent les différentes demandes de centre réalisées au cours de la période 1980-2004, mais également plusieurs des séminaires et colloques organisés durant cette période et les publications de chercheurs du centre (voir notamment Bednarz et Garnier, 1989; Janvier, 1996; Jonnaert et Masciotra, 2004; Laroche et al., 1998; Laroche et Bednarz, 1994).

Cette réflexion puisera aussi à d'autres cadres théoriques. On assiste en effet, au fil du temps, en relation avec la vie scientifique du centre, à un élargissement à d'autres cadres théoriques. Ces cadres théoriques agissent comme ressources structurantes dans le développement de la recherche en didactique des mathématiques. On peut penser, par exemple, à la psychologie sociale et au

concept de conflit sociocognitif, présent dans le colloque international organisé en 1986 sur la construction des savoirs (voir Garnier et Bednarz, 1989) ou, plus tard, toujours emprunté au champ de la psychologie sociale, au concept de représentation sociale repris dans les travaux en didactique des sciences. On peut également penser à la perspective interactionniste, très présente chez Bauersfeld et l'école allemande, au fondement des travaux qui seront réalisés sur la culture de la classe en mathématiques (voir par exemple Bednarz, 1998). On peut citer aussi les théories socioculturelles (voir par exemple Garnier et al., 1991), la sociologie des sciences (Latour, 1987) qui jouera un grand rôle dans les travaux en didactique des sciences, ou encore la cognition située (Lave, 1988, 1991) qui influencera fortement les travaux de Janvier sur les raisonnements des techniciens en électronique en milieu de travail, ou encore les travaux menés en recherche collaborative (Bednarz et al., 2001).

Plus spécifiquement, en lien avec les théorisations propres à la didactique, les chercheurs trouveront également des concepts éclairants pour leurs analyses dans la théorie des situations didactiques de Brousseau, la théorie des champs conceptuels de Vergnaud, les concepts développés en didactique des sciences, tels ceux de pratique sociale de référence, de didactique praticienne de Martinand (1993).

### 3.5.3 Quelques objets novateurs au moment où ils ont été abordés

Nous ne reprenons ici que quelques-uns des objets de recherche abordés dans les travaux du centre qui, au moment de leur exploration, présentaient un caractère novateur<sup>41</sup>. Il en est ainsi, par exemple, des recherches portant sur les questions de changement conceptuel. La clarification du concept d'obstacle, la prise en compte des significations sociales des savoirs (Janvier et al., 1989; Lemoyne et Bertrand, 1989), les questions de développement conceptuel, de traitement didactique des obstacles, à travers l'analyse des conditions d'évolution des conceptions d'élèves et la prise en compte du rôle possible du conflit, sont ainsi au cœur du colloque international organisé en 1986 au CIRADE (Bednarz et Garnier, 1989).

L'analyse des interactions in situ dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques a également été considérée très tôt dans les recherches du centre (voir par exemple Bednarz et Garnier, 1989; Dufour-Janvier et Bednarz, 1989).

Les problèmes de représentation en enseignement des mathématiques ont également constitué un pivot central de la réflexion de plusieurs chercheurs du

---

<sup>41</sup> Le terme novateur est ici pris dans le sens suivant : les thèmes abordés dans ces recherches ont souvent été repris par la communauté de chercheurs en didactique des mathématiques, et ce, bien après que ces thématiques aient été abordées et traitées par les chercheurs du CIRADE.

centre, comme le montre le colloque international organisé sur ce thème en 1984 au CIRADE (voir Janvier, 1987). On peut également penser à l'éclairage apporté sur la contextualisation des apprentissages et la construction de connaissances en contexte, au cœur de plusieurs travaux de recherche du centre, portant notamment sur les apprentissages de techniciens en électronique en milieu de travail (Janvier, 1990, 1991) ou le développement des habiletés spatiales chez les Inuits (Pallascio, 1995).

#### 3.5.4 Une réflexion méthodologique importante

Un travail en profondeur sera également conduit sur le plan méthodologique, visant à fonder les approches de recherche développées par les chercheurs du centre. Les différents colloques et les écoles d'été organisés à cette fin au CIRADE témoignent d'une volonté d'approfondir cette réflexion méthodologique. On retrouve une telle volonté, par exemple, dans les écoles d'été organisées autour de certaines analyses de données : école d'été portant sur le traitement de données multidimensionnelles, à travers les analyses des correspondances multiples ou l'analyse hiérarchique développée par Régis Gras (voir Bednarz, 1987); école d'été sur l'analyse qualitative et la théorisation ancrée. C'est cette même volonté qui est au fondement de l'organisation d'une journée d'étude portant sur l'entrevue au sein de différentes recherches. On peut finalement penser au travail de conceptualisation engagé par les chercheurs depuis plusieurs années, pour expliciter les fondements théoriques et méthodologiques des nouvelles approches de recherche que constituent les approches collaboratives en éducation : explicitation du modèle de recherche, de ses fondements théoriques et épistémologiques, critères de rigueur (voir notamment Bednarz, 1998; Desgagné et al., 2001).

### **3.6 Retour sur les analyses réalisées sur différents groupes : une lecture transversale**

En reprenant la grille de lecture que nous avons précisée au début de ce texte (voir 1.5.2), nous ferons une lecture transversale des analyses réalisées dans les différents groupes de recherche, de manière à mettre en évidence le portrait qui s'en dégage.

#### 3.6.1 Quel projet? Quelle didactique?

Rappelons ici quelles étaient nos questions de départ : quelle est la vision de la didactique qui se dégage de l'analyse de chacun de ces groupes? De quelle didactique parle-t-on? Que recouvre-t-elle? Quelles sont les finalités du travail poursuivi dans chacun des groupes?

Les analyses précédentes mettent en évidence une diversité de conceptualisations de la didactique des mathématiques en lien avec des projets différents guidant le travail des didacticiens dans chacun de ces groupes (voir figure 4).

Dans le cas du CRD, nous sommes plus près de la didactique française et de sa volonté de faire de la didactique une discipline scientifique. Le projet des didacticiens vise ici à asseoir la didactique sur des bases scientifiques solides, fondant une théorie de l'enseignement. Dans le cas des autres groupes de recherche analysés, la perspective est très différente. Le projet qui les guide est davantage articulé sur la pratique. Il prend toutefois des formes très différentes dans le centre en psychométrie de Diénès, où le travail en est surtout un de développement autour d'une théorie de l'apprentissage des structures abstraites, chez Lunkenbein où la pratique de l'enseignant constitue une ressource contribuant à la définition même de la didactique, ou encore au CIRADE où une prise en compte des savoirs des enseignants, de la didactique praticienne, est au centre des recherches collaboratives développées. Dans la section didactique de l'UQÀM, cette pratique de l'enseignement est également très présente. Nous sommes toutefois plus près, dans ce cas, d'une didactique professionnelle, dans la mesure où, d'une part, les travaux de recherche élaborés sont enracinés dans la formation des enseignants et viennent éclairer en retour cette dernière et, d'autre part, dans la mesure où une didactique de formation est précisée. Enfin, les travaux du CIRADE, en ouvrant sur d'autres didactiques des disciplines, se rapprochent, dans une certaine mesure, d'une « didactique comparée ».

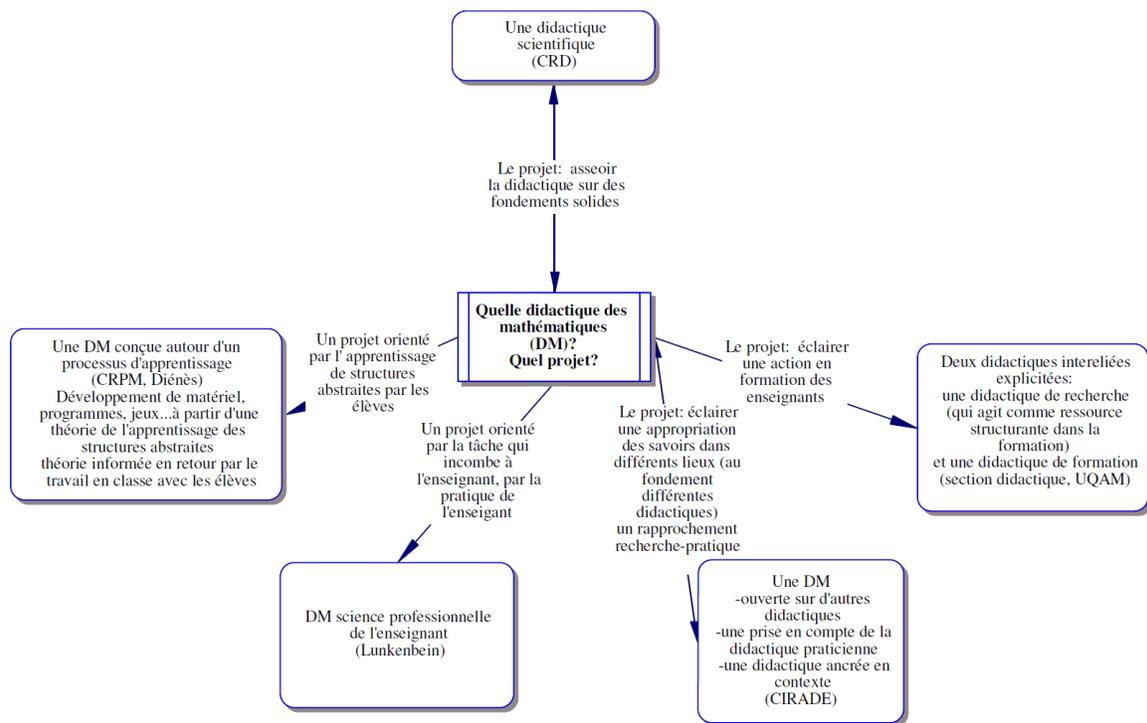


Figure 4 : Vision de la didactique des mathématiques qui se dégage de l'analyse des différents groupes

### 3.6.2 Quelles filiations théoriques traversent les différents groupes?

Un fil directeur commun traverse clairement les différentes recherches examinées au sein des groupes, celui du constructivisme. On retrouve cette perspective théorique de manière implicite chez Diénès, dont les travaux ont été influencés par Piaget et Bruner. Ces fondements constructivistes sont explicites chez Lunkenbein, avec sa conception génétique de l'enseignement des mathématiques et son concept de groupement emprunté à Piaget. Dans le cas du CRD, il fonde le travail des chercheurs, comme le montre l'organisation du symposium de 1971 et les différentes analyses que nous avons réalisées des projets plus précis en didactique des mathématiques. Il est également très présent dans les travaux de recherche du CIRADE et de la section didactique de l'UQAM.

Même si ce constructivisme est influencé au départ par Piaget, le rapport entre la didactique et la psychologie génétique est très vite interrogé : on le voit, par exemple, dans les échanges entre les chercheurs du CRD au symposium de 1971. De ce constructivisme, on retiendra surtout la dimension épistémologique, très présente dans les travaux de la section didactique et du CIRADE (voir Larochelle et Bednarz, 1994; Larochelle et al., 1998). Enfin, ces fondements évolueront avec le

CIRADE vers une prise en compte de plus en plus grande de la dimension sociale, faisant place à un socioconstructivisme.

On assiste par ailleurs au fil du temps à une diversification, à un élargissement des cadres théoriques qui fondent les travaux de recherche dans ces groupes: la théorie de l'apprentissage des structures abstraites chez Diénès, les travaux nord-américains en didactique des sciences au CRD, les théories socioculturelles, l'interactionnisme, la psychologie sociale et les concepts de conflits, représentation sociale, la théorie des situations didactiques, la théorie des champs conceptuels, la cognition située avec le CIRADE.

Cette diversification s'accompagne d'une complexification des objets de recherche abordés par les chercheurs dans leurs travaux.

### 3.6.3 Des orientations méthodologiques spécifiques se dégagent-elles?

Différentes orientations méthodologiques, cohérentes avec les projets explicités précédemment, se dégagent de l'analyse de chacun des groupes. Ainsi, on a recours à :

- des expériences didactiques contrôlées, dans le cas du CRD, permettant de mettre à l'épreuve les constructions théoriques élaborées;
- des recherches-développements dans le cas du centre de recherche en psychomathématique, visant à documenter le processus d'apprentissage des structures abstraites et l'apport des jeux, du matériel, des programmes développés sur cette base. Ces recherches s'accompagnent aussi de recherches évaluatives;
- l'expérimentation de protocoles d'entrevue, de « teaching experiment », de séquences d'enseignement élaborées parfois sur une longue période de temps, ainsi qu'à des analyses qualitatives, interprétatives, visant à mieux comprendre ce qui s'y passe du point de vue des apprentissages, dans le cas de Lunkenbein, de la section didactique de l'UQÀM et du CIRADE;
- des recherches collaboratives développées avec des praticiens du milieu scolaire, visant à éclairer la co-construction de savoirs liés à la pratique, dans le cas du CIRADE.

### 3.6.4 Quels sont les liens des recherches développées dans ces groupes avec la pratique?

Dans le cas du CRD, le chercheur occupe une position externe par rapport à la pratique: il travaille sur des expériences didactiques dont il contrôle les conditions, expériences menées en classe auprès de différents groupes. La visée est avant tout théorique: elle a pour but de mettre à l'épreuve un certain nombre de

schèmes théoriques. L'enseignant est ici absent du corpus de données et de l'analyse.<sup>42</sup>

Plusieurs groupes chercheront à prendre en compte, à l'opposé, la situation réelle de la classe. C'est le cas notamment du centre de recherche en psychomathématique, dans lequel du matériel, des jeux, des programmes sont élaborés et expérimentés dans des contextes éducatifs divers, et dont les retombées sont nombreuses : élaboration de matériel, jeux, fiches, livres, films... C'est le cas également des recherches menées par Lunkenbein, par les chercheurs du CIRADE et de la section didactique de l'UQÀM, où des situations d'enseignement sont élaborées auprès de groupes d'élèves ou de classes, sur une longue période de temps. Les retombées de ces recherches, dans le cas de la section didactique de l'UQÀM, prennent la forme d'outils conceptuels, de situations d'enseignement, d'un cadre de référence réinvesti dans la formation. L'enseignant est toutefois absent de la conception de ces situations et de leur analyse, et l'éclairage sur la formation est peu documenté.

Finalement, dans les recherches collaboratives développées à partir de 1990 au CIRADE, l'enseignant est un élément central, intervenant avec le chercheur dans la co-construction de savoirs liés à la pratique en enseignement des mathématiques. Les retombées de ces recherches servent à la fois la recherche et la pratique contribuant, d'une part, au développement professionnel des enseignants impliqués dans ces recherches et apportant, d'autre part, sur le plan de la recherche, un éclairage sur la didactique praticienne et les contributions respectives des enseignants et des chercheurs dans l'élaboration de situations d'enseignement en mathématiques, non seulement fécondes sur le plan des apprentissages mais également viables en pratique.

## Conclusion

Les analyses précédentes révèlent la richesse et la diversité des premiers travaux de recherche menés en didactique des mathématiques au Québec au sein des groupes considérés. Une communauté de chercheurs, caractérisée par la diversité, émerge de cette analyse, rejoignant en cela ce que révélait Mura dans l'enquête menée en 1993 (Mura, 1998). Toutefois, à partir de ce qui ressort de l'analyse menée dans ces différents groupes, ce retour aux sources vient considérablement enrichir notre vision de la didactique des mathématiques. Cette dernière dépasse en effet (voir figure 4) la simple dichotomie : analyser, expliquer, comprendre les

---

<sup>42</sup> On observe toutefois, une différence dans le cas du projet portant sur l'apprentissage et l'enseignement en milieu défavorisé. La visée n'y est pas seulement théorique et l'enseignant, par la mise en évidence « des schèmes du maître », fait partie intégrante de l'analyse.

phénomènes d'enseignement des mathématiques, et contribuer à l'amélioration de cet enseignement.

On assiste par ailleurs, au fil du temps, à une diversification et à une complexification des recherches en didactique des mathématiques, à la fois du point de vue des objets abordés, des outils théoriques mobilisés et des approches méthodologiques mises en œuvre. Cette analyse nous permet de reconstruire le sens profond des travaux de recherche menés en didactique des mathématiques au Québec dans différents groupes et de repérer, au delà du portrait diversifié qui en ressort, les filiations théoriques qui traversent ces différentes recherches.

À travers leur vision de la didactique et d'un projet articulé, pour plusieurs d'entre eux, sur la pratique d'enseignement ou (et) des préoccupations de formation, un autre lien les unit. Cette articulation avec la pratique est présente dans le centre de Diénès, chez Lunkenbein, dans le travail de la section didactique de l'UQÀM et dans les recherches collaboratives menées au CIRADE. La richesse des ressources mobilisées et les retombées de ces travaux illustrent par ailleurs la force et le dynamisme de la didactique des mathématiques au Québec durant cette période. Elles montrent l'importance de la poursuite du travail de mise en commun que nous avons amorcée à l'occasion de cette reconstruction.

## Références

Allard, H., Bibeau, R., de la Chevrotière, P., Fortier, M., Goupille, C., Hamel, M., Lunkenbein, D. et Thérien, L. (1977). *Labaction. Ateliers présentés par l'équipe de recherche en didactique de la mathématique* [Rapport no 18, document de travail inédit]. Université de Sherbrooke.

Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. Dans R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer et B. Winkelmann (dir.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (p. 27-39). Kluwer Academic Publishers.

Arzarello, F. et Bartolini Bussi, M. G. (1998). Italian trends in research in mathematical education: A national case study from an international perspective. Dans A. Sierpiska et J. Kilpatrick (dir.), *Mathematics education as a research domain: A Search for Identity* (p. 243-262). Kluwer Academic Publishers.

Bednarz, N. (1986). *Actes du colloque Recherches sur l'apprentissage : analyse des correspondances et méthodes statistiques apparentées*. Cahiers du CIRADE, Université du Québec à Montréal.

Bednarz, N. (1987). *Actes de la rencontre MEQ/CIRADE/Commissions scolaires : intérêts et priorités de la recherche*. Cahiers du CIRADE, Université du Québec à Montréal.

Bednarz, N. (dir.) (1998). *Quelques notes et réflexions sur la recherche collaborative et le partenariat dans le domaine de l'éducation*. Journées du CIRADE.

Bednarz, N. (2001) Didactique des mathématiques et formation des enseignants. Le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(1), 61-80.

Bednarz, N. (2004). Collaborative Research and Professional Development of Teachers in Mathematics. Dans M. Niss (dir.), *Proceedings of the Tenth International Congress on Mathematical Education* (p. 1-15). Roskilde University.

Bednarz, N. et Garnier, C. (1989). *Construction des savoirs : obstacles et conflits*. Éditions Agence d'Arc.

Bednarz, N. et Gattuso, L. (1999). Professional development for preservice mathematics teacher. Dans Y. M. Pothier (dir.), *Proceedings of the 1998 annual meeting of the Canadian mathematics education study group* (p. 73-83). University of British Columbia.

Bednarz, N., Gattuso, L. et Mary, C. (1995). Formation à l'intervention d'un futur enseignant en mathématiques au secondaire. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 35(1), 17-30.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 13(1), 33-57.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1984a). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N*, 33, 5-31.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1984b). Problèmes d'apprentissage de la mesure au primaire et éléments d'apprentissage pertinents. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 24(3), 9-17.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1985). La numération : une stratégie didactique cherchant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N*, 34, 5-17.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1992). L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une caractérisation du scénario actuel et des problèmes qu'il pose aux élèves. Dans A. Daife (dir.), *Actes du colloque sur la didactique des mathématiques et la formation des enseignants* (p. 21-40). École Normale Supérieure de Marrakech.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1994). The emergence and development of algebra in a problem-solving context: an analysis of problems. Dans J. P. da Ponte et J. F. Matos

(dir.), *Proceedings of the 18<sup>th</sup> Annual conference of the International group for the psychology of mathematics education. Volume 2* (p. 64-71). University of Lisbon.

Bednarz, N., Kieran, C. et Lee, L. (1996). *Approaches to algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Kluwer.

Bednarz, N. et Perrin-Glorian, M. J. (2005). Formation à l'enseignement des mathématiques : articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone* [Cédérom]. Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques

Bednarz, N., Poirier, L., Desgagné, S. et Couture, C. (2001). Conception de séquences d'enseignement en mathématiques : une nécessaire prise en compte des praticiens. Dans A. Mercier, G. Lemoyne et A. Rouchier (dir.), *Le génie didactique : usages et mésusages des théories de l'enseignement* (p. 43-69). Éditions de Boeck.

Bélangier, M. (1977-1978). *Rapport annuel du Centre de recherche en didactique*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-144/1). Université du Québec à Montréal.

Bergeron, J. C., Herscovics, N. et Kieran, C. (1987). *Proceedings of the eleventh international conference of Psychology of Mathematics Education (PME-XI)*. Montréal.

Bergeron, J. C. et Hercovics, N. (1983). *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA-V)*. Montréal.

Boileau, A. (2008). Une expérience de formation à l'utilisation de la technologie pour de futurs enseignants en mathématiques au secondaire. Dans N. Bednarz et C. Mary (dir.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2006*. Éditions du CRP.

Boileau, A. et Garançon, M. (1993). Géométrie et formation des enseignants au secondaire. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec, 33(1), 40-49*.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* [thèse de doctorat d'état, Université de Bordeaux 1].

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions la Pensée sauvage.

Callon, M. (1989). *La science et ses réseaux : genèse et circulation des faits scientifiques*. Éditions la Découverte.

Callon, M. et Latour, M. (1991). *La science telle qu'elle se fait. Anthologie de la sociologie des sciences de langue anglaise*. Éditions la Découverte.

Charbonneau, L. (1991). Du raisonnement laissé à lui-même au raisonnement outillé : l'algèbre depuis Babylone jusqu'à Viète. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec), 31(4), 9-15*.

Charbonneau, L. (1992). Les retombées de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. Dans A. Daife (dir.), *Actes du colloque sur la didactique des mathématiques et la formation des enseignants* (p. 87-102). École Normale Supérieure de Marrakech.

CIEAEM. (1973) *Le développement de l'activité mathématique dans l'éducation. Actes de la 25<sup>ème</sup> rencontre de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM)*. Université Laval.

Désautels, J. et Larochelle, M. (1989). *Qu'est-ce que le savoir scientifique? Points de vue d'adolescents et d'adolescentes*. Presses de l'Université Laval.

Desgagné, S., Bednarz, N., Couture, C., Poirier, L. et Lebuis, P. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27(1), 33-64.

Dienes, Z. P. (1960). *Building up Mathematics*. Hutchinson.

Dienes, Z. P. (1971). An example of the passage from the concrete to the manipulative of formal systems. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 337-352.

Dienes, Z. P. (1973a). *Rapport général et travaux accomplis ou en cours au Centre de Recherches en Psycho-Mathématique*. Université de Sherbrooke.

Dienes, Z. P. (1973b). *Mathematics through the senses, games, dance and art*. The National Foundation for Educational Research

Dienes, Z. P. (1987). Lessons involving music, language and mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 6, 171-181.

Dienes, Z. P. (2000). The theory of the six stages of learning with integers. *Mathematics in School*, 29, 27-33.

Dienes, Z. P. et Jeeves, M. A. (1965). *Thinking in Structures*. Hutchinson.

Dufour-Janvier, B. et Bednarz, N. (1989). Situations conflictuelles expérimentées pour faire face à quelques obstacles dans une approche constructiviste de l'arithmétique au primaire, (315-333). Dans N. Bednarz et C. Garnier (Dir.). *Construction des savoirs : obstacles et conflits*. / Actes du colloque international Obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif. Les éditions Agence d'Arc Ottawa.

Dufour-Janvier, B. et Hosson, N. (1999). L'étudiant futur enseignant en interaction, dans le cadre d'activités géométriques variées : observations et éléments de réflexion. Dans B. Côté (dir.), *De Euclide à Cabri : le point sur la didactique de la Géométrie. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 39-53). Université du Québec à Montréal.

Ernest, P. (1998). A postmodern perspective on research in mathematics education. Dans A. Sierpinska et J. Kilpatrick (dir.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (p. 71-86). Kluwer Academic Publishers.

Garançon, M., Kieran, C. et Boileau, A. (1990). Introducing Algebra : A functional approach in a computer environment. Dans G. Booker, P. Cobb et T. N. de Mendicuti (dir.), *Proceedings of the 14<sup>th</sup> international Conference for the Psychology of Mathematics Education. Volume 2* (p. 51-58). PME program Committee.

Garançon, M., Kieran, C. et Boileau, A. (1993). Using a discrete computer graphing environment in algebra problem solving: Notions of infinity/continuity. Dans I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu et F. L. Lin (dir.), *Proceedings of the 17<sup>th</sup> international Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. II, 25-32). PME program Committee

Garnier, C. et Bednarz, N. (1989). *Actes du colloque sur l'observation*. CIRADE, UQÀM, 211-215.

Garnier, C., Bednarz, N. et Ulanovskaya, I. (1991). *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale*. Éditions De Boeck.

Gaulin, C., Hodgson, B. R., Wheeler, D. H. et Egsgard, J. C. (1994). *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education/Actes du 7<sup>e</sup> Congrès international sur l'enseignement des mathématiques*. Les Presses de l'Université Laval.

Goupil, C. et Therrien, L. (1987). *Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Actes de la 39<sup>ème</sup> rencontre de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM)*. Université de Sherbrooke.

Gravemeijer, K. (1998). Developmental Research as a Research Method. Dans A. Sierpinska et J. Kilpatrick (dir.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (p. 277-296). Kluwer Academic Publishers.

Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations: Studies and teaching experiments* [thèse de doctorat inédite]. University of Nottingham.

Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and the learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, C. (1990). Contextualization and mathematics for all. Dans T. J. Cooney et C. R. Hirsch (dir.), *Teaching and learning mathematics in 1990s* (p. 183-193). National Council of Teachers of Mathematics.

Janvier, C. (1991). Contextualisation et représentation dans l'utilisation des mathématiques. Dans C. Garnier, N. Bednarz et I. Ulanovskaya (dir.), *Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale* (p. 129-147). Éditions De Boeck.

Janvier, C. (1994). *Le volume, mais où sont les formules? Document d'accompagnement*. Éditions Modulo

Janvier, C. (1996). Constructivism and its consequences for training teachers. Dans L. P. Steffe et P. Nesher (dir.), *Theories of mathematical learning* (p. 449-463). Lawrence Erlbaum.

Janvier, C., Charbonneau, L. et René de Cotret, S. (1989). Obstacles épistémologiques à la notion de variable : perspectives historiques. Dans N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Construction des savoirs : obstacles et conflits* (p. 64-75). Éditions Agence d'Arc.

Jonnaert, P. et Masciotra, D. (2004). *Constructivisme - Choix contemporains. Hommage à Ernst von Glasersfeld*. Presses de l'Université du Québec.

Kieran, C. (2003). The twentieth-century emergence of the canadian mathematics education research community. Dans G. M. Stanic et J. Kilpatrick (dir.), *A history of school mathematics. Volume 2* (p. 1701-1776). NCTM

Kieran, C., Boileau, A. et Garançon, M. (1989). Processus of mathematization in algebra problem solving within a computer environment: A functional approach. Dans C. A. Maher, G. A. Goldin et R. B. Davis (dir.), *Proceedings of the 11<sup>th</sup> annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 26-34). PME-NA Committee.

Lajoie, C. et Pallascio, R. (2001) Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. Dans J. Novotna et M. Hejny (dir.), *Proceedings of the International Symposium Elementary Mathematics Teaching* (p. 104-109). Charles University.

Larochelle, M. et Bednarz, N. (1994). À propos du constructivisme et de l'éducation. *Revue des sciences de l'éducation*, 20(1), 5-20.

Larochelle, M., Bednarz, N. et Garrison, J. (1998). *Constructivism and education*. Cambridge University Press.

Larochelle, M. et Désaultels, J. (1992). *Autour de l'idée de science. Itinéraires cognitifs d'étudiants et d'étudiantes*. Presses de l'Université Laval et De Boeck

Latour, B. (1987). *Science in action*. Harvard University Press.

Latour, B. (1989). *La science en action*. Éditions la Découverte

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice : Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life*. Cambridge University Press.

Lave, J. (1991). Acquisition des savoirs et pratiques de groupe. *Sociologie et société*, 23(1), 149-162.

Lave, J. et Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.

Lefebvre, J. (1991). Qu'est devenue l'algèbre? *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 33(4), 27-32.

Lemoyne, G. (1996). La recherche en didactique des mathématiques au Québec : rétrospectives et perspectives. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 36(3), 31-40.

Lemoyne, G. et Bertrand, (1989). Des relations additives aux relations multiplicatives : construction socio-cognitive de représentations de ces relations. (286-305). Dans N. Bednarz et C. Garnier (Dir.). *Construction des savoirs : obstacles et conflits. / Actes du colloque international Obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif*. Les éditions Agence d'Arc Ottawa.

Leung, F. K. S., Graf, K.-D. et Lopez-Real, F. J. (2006). *Mathematics Education in Different Cultural Traditions. A Comparative Study of East Asia and the West. The 13<sup>th</sup> ICMI Study*. Springer

Lunkenbein, D. (1977a). *Didactique de la mathématique* [Rapport no 16, septembre]. Université de Sherbrooke.

Lunkenbein, D. (1977b). *Groupements de treillis* [Rapport no 19, novembre]. Université de Sherbrooke.

Lunkenbein, D. (1980). Géométrie dans l'enseignement au primaire [Document inédit]. Université de Sherbrooke.

Lunkenbein, D. (1981). Groupings in the process of concept formation. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 37-42.

Lunkenbein, D. (1983a). Mental Structural images characterizing Van Hiele Levels of Thinking. Dans J. C. Bergeron et N. Hercovics (dir.), *Proceedings of the fifth Annual Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Volume 2* (p. 255-262). Montréal

Lunkenbein, D. (1983b). Didactique de la mathématique : Science professionnelle de l'enseignant. *Bulletin AMQ (Association mathématique du Québec)*, 23(1), 27-32.

Lunkenbein, D. (1984-1985). La résolution de problèmes et le processus d'apprentissage en mathématique. *Instantanés mathématiques, Numéro spécial D*, 5-9.

Margolinas, C. (1998) Relations between the theoretical field and the practical field in mathematics education. Dans A. Sierpinska et J. Kilpatrick (dir.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (p. 351-356). Kluwer Academic Publishers

Martinand, J. L. (1993). Organisation et mise en œuvre des contenus d'enseignement. Esquisse problématique. *Recherches en didactiques : contribution à la formation des maîtres*, 135-143.

Mitchelmore, M. C., Lunkenbein, D., Yokochi, K. et Bishop, A. J. (1983). The development of Children's Spatial Ideas. Dans M. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollack et M. Suydam (dir.), *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (p. 171-178). Birkhäuser

Morf, A. (1973-1974). *4<sup>e</sup> Rapport annuel du Centre de recherche en didactique*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-144/1). Université du Québec à Montréal.

Morf, A. (1974-1975). *5<sup>e</sup> Rapport annuel du Centre de recherche en didactique*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-144/1). Université du Québec à Montréal.

Morf, A. (1976-1977). *6<sup>e</sup> Rapport annuel du Centre de recherche en didactique*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-144/1). Université du Québec à Montréal.

Mura, R. (1994). Les didacticiens et les didacticiennes des mathématiques au Canada : un portrait de famille. Dans M. Quigley (dir.), *Proceedings of the 1994 annual meeting of the Canadian mathematics education study group* (p. 91-113). University of Regina.

Mura, R. (1998). What is Mathematics Education? A Survey of Mathematics Educators in Canada. Dans A. Sierpinska et J. Kilpatrick (dir.), *Mathematics as a research domain: A search for identity* (p. 105-116). Kluwer Academic Publishers.

Pallascio, R. (1995). Observations de représentations géométriques et spatiales dans un contexte d'acculturation mathématique. *Actes du colloque sur les représentations dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, 193-209.

Post, T. (1981). The role of manipulative materials in the learning of mathematical concepts. Dans M. Lindquis (dir.), *Selected issues in mathematics education* (p. 109-131). McCutchan Publishing Corporation.

Sierpinska, A. (1995). Some reflections on the phenomenon of French Didactique. *Journal für Mathematik Didaktik*, 16(3/4), 163-192.

Sierpinska, A. et Kilpatrick, J. (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Kluwer Academic Publishers

Sriraman, B. et Lesh, R. (2007). Leaders in mathematical thinking and learning. A conversation with Zoltan P. Dienes. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 59-75.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. Cambridge University Press.

### **Autres notes inédites consultées en lien avec le centre de recherche en didactique**

Bélanger, M. (1971). *Les transformations de la psychologie opératoire chez les Américains : exemples de la didactique des sciences à l'élémentaire* [verbatim de l'enregistrement de la conférence (16 pages)]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

Desjardins, M. et Morf, A. (1971). *Plan provisoire du symposium. Document 1*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

Morf, A. (1971) *Discours d'ouverture du symposium* [verbatim de l'enregistrement]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Bulletin préparatoire no 2 du symposium 1971*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/2). Université du Québec à Montréal.

*Compte rendu du Symposium 1971*. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Discussion qui a suivi la conférence de M. Bélanger (1971)* [verbatim de l'enregistrement de la discussion]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Discussion qui a suivi la conférence de A. Morf (1971) portant sur les conditions d'une théorie autonome de l'enseignement* [verbatim de l'enregistrement de la discussion]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Discussion qui a suivi la conférence de J. B. Grize (1971) portant sur psychologie, épistémologie et didactique* [verbatim de l'enregistrement de la discussion]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Discussion qui a suivi l'exposé de S. Papert (1971) portant sur « Est-ce que la genèse s'apprend? »* [verbatim de l'enregistrement de la discussion]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Le symposium de didactique de Montréal 1971. La recherche.* Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.

*Mémo 1971. Fondements scientifiques de la didactique.* Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/3). Université du Québec à Montréal.

*Programme du symposium 1971.* Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/2). Université du Québec à Montréal.

*Résumés des conférences du symposium 1971.* [Résumés des conférences de Morf, A.; Bélanger, M.; Piaget, J.; Gréco, P.; Aebli, H.; Easley, J. A. et Witz, K.; Grize, J.B.; Papert, S.]. Service des archives et de gestion des documents. Fonds d'archives du CRD (104U-806/1). Université du Québec à Montréal.