



Enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire : tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu

Mathieu THIBAUT

Université du Québec en Outaouais

mathieu.thibault@uqo.ca

Laurent THEIS

Université de Sherbrooke

laurent.theis@USherbrooke.ca

Résumé : Plusieurs écrits suggèrent que le contexte de jeu peut soutenir l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, notamment en probabilités. Nous abordons dans cet article des enjeux à considérer lors du recours au contexte de jeu, afin de contribuer à une réflexion probabiliste de l'élève et éviter les glissements vers un contrat de jeu où l'unique but serait de jouer. Nous nous appuyons sur des définitions de jeu mathématique pour proposer une définition de jeu probabiliste. La situation « Pile ou face ? » a été planifiée, puis expérimentée dans une classe multiniveau de 4^e et 5^e années d'une école primaire. Parmi les résultats analysés, nous faisons ressortir quatre catégories d'enjeux et de glissements du pilotage en classe du jeu probabiliste qui ont contribué à la tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu.

Mots-clés : didactique des probabilités, jeu probabiliste, contrat de jeu

Piloting a probabilistic game in a primary school classroom: disruption of the balance between play and probabilistic learning

Abstract: Many studies suggest that games can support teaching and learning mathematics, particularly with probability. In this article, we discuss points to consider when using games to contribute to students' probabilistic thinking, and how to avoid sliding toward a game contract where the only goal is to play. We base our proposed definition for probabilistic games on existing definitions of mathematical games. The game "Heads or tails" was used to plan and experiment with a probabilistic situation in a

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2023, vol 4, p. 3-36.

<https://doi.org/10.71403/ec6ty958>

grade 4/5 split class. Among the results analyzed, we highlight four categories of issues and shifts that arose during the probabilistic game, and what contributed to disrupting the balance between play and probabilistic learning.

Keywords: probability education, probabilistic games, game contract

1. Mise en contexte

En mathématiques, le domaine des probabilités permet d'exploiter des situations de jeu qui favorisent l'engagement des élèves (Rajotte et Héroux, 2021). En effet, plusieurs écrits scientifiques font valoir le potentiel du jeu dans des situations probabilistes à différents ordres d'enseignement pour différentes intentions. On retrouve notamment des jeux probabilistes pour des élèves du primaire au Québec (Côté et Biron, 2019; Homier et al., 2021; Martin et Mai Huy, 2015; Poirier et Carbonneau, 2002; Theis et al., 2019; Thibault, 2019), qui est l'un des endroits où l'enseignement des probabilités débute avec de jeunes élèves, soit dès la première année du primaire (élèves de 6-7 ans). Les jeux probabilistes peuvent dans ce contexte avoir un potentiel intéressant pour travailler les probabilités avec des élèves aussi jeunes. Pour les élèves du secondaire au Québec (élèves de 12-17 ans), des chercheur·es ont expérimenté des jeux probabilistes (Broley et al., 2015). C'est aussi le cas à divers endroits du monde pour des élèves d'âge équivalent, par exemple aux États-Unis (Lee et al., 2010; Pratt, 2000), au Mexique (Hernandez et al., 2010) ou encore en France (Parzysz, 2009). Les jeux probabilistes sont aussi utilisés dans la formation initiale à l'enseignement des probabilités (Chernoff, 2019; Kazak et Pratt, 2017; Koparan, 2019), pour soutenir le développement de la pensée probabiliste des futur·es enseignant·es. Batanero et al. (2010), ont utilisé un jeu contre-intuitif comme un outil didactique dans un contexte de formation continue d'enseignant·es en exercice, qui sont placé·es en posture d'apprenant·es pour aborder des situations qui sont parfois plus complexes qu'elles ne le paraissent. Selon ces chercheur·es, de telles situations probabilistes contre-intuitives pourraient susciter une activité mathématique chez ces personnes enseignantes, alors qu'elles seraient amenées à développer leurs connaissances et compétences liées à l'enseignement des probabilités.

Ainsi, de tels écrits sous-entendent que le contexte de jeu soutient l'apprentissage et l'enseignement des probabilités. Toutefois, de telles situations ont été analysées du point de vue de leur contenu, mais pas nécessairement du côté de l'interaction entre l'action de jouer et l'apprentissage. Le jeu semble une porte d'entrée importante pour s'engager dans une situation probabiliste, mais des glissements potentiels nous semblent aussi importants à considérer. Par exemple, l'excitation liée au gain dans un jeu pourrait prendre le dessus sur les objectifs d'apprentissage sous-jacents. En effet, la distanciation est ce qui distingue le simple jeu (pour

jouer), qui vient avec l'envie de gagner et l'excitation qui y est associée sans nécessairement mettre de l'avant un apprentissage, du jeu dans un contexte scolaire (pour apprendre en jouant), mais cette distanciation peut être difficile à mettre en place lorsque les élèves sont absorbés par le jeu. Savard (2015) met d'ailleurs de l'avant le danger du jeu dans un contexte spécifique du jeu de hasard et d'argent, où la prise de décision éclairée et la gestion du risque sont des enjeux importants à considérer pour éviter que l'élève développe des comportements liés au jeu excessif.

Dans des jeux probabilistes en contexte scolaire, la visée n'est pas nécessairement de gagner au jeu, mais plutôt de réaliser des essais et de confronter des stratégies dans l'intention de trouver celle qui est optimale pour le jeu. Par exemple, dans le jeu probabiliste Rouge ou noire (Homier et al., 2021), deux élèves sont invités à s'affronter, en prédisant à tour de rôle la couleur (rouge ou noire) de la prochaine carte d'un paquet de cartes à jouer. Lorsque la carte est retournée, l'élève conserve la carte si sa prédiction était juste. Chaque joueur se répète à son tour ce processus de prédiction et de vérification. Lorsque tout le paquet est écoulé, l'élève gagnant est la personne ayant accumulé le plus de cartes, donc le plus grand nombre de prédictions justes. En cours de jeu entre des élèves, des stratégies plus aléatoires au début laissent place graduellement à des stratégies plus réfléchies, lorsque les élèves viennent à remarquer que des stratégies peuvent optimiser leur probabilité de gagner au jeu. Dans ce contexte, il nous apparaît important d'éviter que l'unique but des élèves soit de jouer, en maintenant une stratégie de prédictions au hasard, donc sans être à la recherche d'une stratégie optimale pour gagner à ce jeu.

Un tel glissement vers ce que nous appellerons un contrat de jeu nous semble être un sous-phénomène de quelque chose de plus large, qui est la tension entre l'intérêt du jeu et de gagner au jeu (qui concernent des événements uniques) et la nécessaire distanciation du jeu (qui se fait par une réflexion sur un grand nombre d'essais) pour entrer dans un raisonnement probabiliste. Puisque cette tension ne semble pas avoir été documentée dans les écrits scientifiques, nous abordons dans cet article des enjeux à considérer pour contribuer à une réflexion probabiliste de l'élève et éviter les glissements vers un contrat de jeu.

2. Cadre conceptuel

Certains écrits scientifiques offrent des éléments pour définir ce qu'est un jeu. Toutefois, ces définitions sont polysémiques et ne font pas nécessairement appel aux mêmes objets. Ainsi, certains auteurs définissent plutôt en quoi consiste un jeu mathématique alors que d'autres utilisent le concept de jeu pour modéliser l'enseignement-apprentissage. Nous allons, dans les paragraphes suivants, décrire

certaines définitions du jeu et argumenter quels éléments nous retenons pour définir en quoi consistent un contrat de jeu ainsi qu'un jeu mathématique et un jeu probabiliste.

2.1 Jeu et contrat de jeu

Pour Brousseau (1998), l'une des visées est de modéliser une situation d'enseignement comme un jeu. Il propose cinq définitions du jeu (p. 82) :

- 1) l'ensemble des relations à modéliser sous forme d'une « activité physique ou mentale, purement gratuite, généralement fondée sur la convention ou la fiction, qui n'a pas dans la conscience de celui qui s'y livre d'autre fin qu'elle-même, d'autre but que le plaisir qu'elle procure;
- 2) l'organisation de cette activité sous un système de règles définissant un succès et un échec, un gain et une perte;
- 3) ce qui sert à jouer, les instruments du jeu;
- 4) la manière dont on joue, le play;
- 5) l'ensemble des positions entre lesquelles le joueur peut choisir dans un état donné de jeu.

Dans la première définition, une personne qui joue en ne visant que le plaisir se place dans une posture que nous nommons le contrat de jeu. Le contrat de jeu se distingue du contrat didactique que Brousseau (1998) a défini par les comportements attendus entre l'élève et la personne enseignante, qui définissent le fonctionnement de la classe au regard du savoir visé. Dans le cas du contrat de jeu, les élèves se placent dans une posture qui s'éloigne de l'intention d'apprentissage. Ainsi, deux dimensions sont au cœur d'un contrat de jeu, soit l'activité ludique et la volonté de gagner. En effet, lorsque le jeu permet une activité ludique qui n'a d'autre but que le plaisir qu'elle procure (comme dans la première définition de jeu de Brousseau) et que les personnes qui jouent ont une volonté de gagner, le contrat de jeu peut l'emporter sur l'intention d'apprentissage.

Parmi ces cinq définitions de la notion de jeu selon Brousseau (1998), la quatrième définition nous semble également évocatrice : « C'est parfois la « manière dont on joue, le "play". Dans le cas où il s'agira de procédures, nous préférons les termes de "tactique" ou de stratégie » (p. 82). On constate ainsi qu'il y a une double considération : le jeu n'est pas seulement la situation (initiale), car il englobe tout ce qui se passe dans le déroulement de la situation, incluant les manières de jouer, ce qui peut faire ressortir le raisonnement mathématique associé aux stratégies mobilisées. D'ailleurs, Brousseau (1998) rappelle l'importance de la connaissance à développer dans un jeu : « Le jeu doit être tel que la connaissance apparaisse [sous] la forme choisie, comme la solution ou comme le moyen d'établir la stratégie

optimale » (p. 80). La manière dont on joue vient alors orienter si c'est le contrat de jeu ou l'intention d'apprentissage qui prendra l'avantage. Au lieu de simplement jouer par plaisir, la personne qui joue a l'opportunité de prendre du recul par rapport à la situation de jeu.

Dans sa thèse de doctorat, Héroux (2023) fait ressortir cinq caractéristiques d'un jeu. Ainsi, des règles, une mécanique (où le joueur doit prendre des décisions), une finalité, des joueurs, puis un côté fictif sont des éléments qui caractérisent un jeu.

Pour sa part, Sensevy (2012) se situe dans une perspective plus large puisqu'il propose d'utiliser la notion de jeu comme un modèle pour analyser l'activité humaine ainsi que l'activité d'enseignement-apprentissage comme un jeu. Dans sa visée de modéliser l'enseignement-apprentissage, il distingue les règles définitoires (liées à la deuxième définition de Brousseau, 1998) et les règles stratégiques de ces jeux.

Un jeu possède des *règles définitoires* (qui correspondent *grosso modo*, dans les jeux « conventionnels », au règlement du jeu), qui peuvent souvent se ramener aux règles constitutives mises en avant par Searle. Il nécessite des *règles stratégiques* qui, comme le décrit Hintikka, *explicitent* comment bien jouer au jeu (elles peuvent par exemple être transmises par un connaisseur du jeu à un moins connaisseur), et des *stratégies* (effectives), qui constituent pour le joueur la manière concrète d'agir dans une praxis déterminée, en révélant (plus ou moins) un certain sens du jeu. (Sensevy, 2012, p. 112, italique dans l'original)

La personne qui s'engage dans un jeu accepte alors de se conformer aux règles définitoires, mais l'apprentissage découle plus spécifiquement de la compréhension de règles stratégiques et de stratégies qui permettent de bien jouer au jeu. Sensevy (2012) précise aussi qu'« [u]n tel *jeu d'apprentissage* caractérise le jeu du professeur sur le jeu de l'élève dans la dialectique entre les connaissances antérieures de l'élève (telles qu'elles apparaissent au sein du contrat didactique) et les capacités que l'élève doit construire (grâce à son action dans le milieu didactique) » (p. 117, italique dans l'original). Avec l'apprentissage comme visée, il ne s'agit alors pas d'un simple jeu et il s'agit plutôt d'un jeu mathématique (et d'un jeu probabiliste).

2.2 Jeu mathématique et jeu probabiliste

Dans sa thèse de doctorat, Pelay (2011) s'intéresse à différentes définitions du jeu mathématique et arrive au constat qu'il n'y a pas de définition unique. Selon Faradji (2014), il est possible de définir un jeu mathématique selon des conditions précises :

Une activité menée au moyen d'un jeu est mathématique si elle réunit les cinq conditions suivantes :

- 1) Le jeu doit générer [...] une activité de résolution de problèmes.
- 2) Le jeu induit le recours à une technique de résolution clairement identifiable.
- 3) Pour mener à bien sa recherche de solution, le joueur peut faire preuve de méthode.
- 4) Le joueur a la possibilité d'anticiper les résultats de son action.
- 5) Le jeu offre au joueur la possibilité de rendre compte à voix haute de sa démarche. (p. 2)

De telles conditions indiquent clairement que le jeu mathématique va bien au-delà du simple jeu, car c'est le raisonnement mathématique et non pas seulement le plaisir de jouer qui est au cœur de la situation, portant ainsi une intention d'apprentissage. En guise d'exemple, Brousseau (1998) présente le jeu de la course à 20. Dans ce jeu, les règles définitives sont énoncées (« réussir à dire "20" en ajoutant 1 ou 2 au nombre dit par l'autre », p. 25), puis les élèves expérimentent des stratégies qui peuvent s'avérer plus ou moins efficaces. Le jeu fournit alors une rétroaction aux élèves concernant l'adéquation des stratégies mises en place. La rétroaction est ici « une influence de la situation sur l'élève. Cette influence est reçue par l'élève comme une sanction, positive ou négative, relative à son action et qui lui permet d'ajuster cette action, d'accepter ou de rejeter une hypothèse, de choisir entre plusieurs solutions la meilleure » (Brousseau, 1998, p. 31). Ainsi, dans la course à 20, la rétroaction offerte par le jeu (l'action de jouer, de faire des choix stratégiques, etc.) permet directement de faire évoluer la stratégie et de construire des connaissances intermédiaires. On commence par se rendre compte que c'est celui qui dit 17 qui gagne, ensuite que c'est celui qui dit 14 qui gagne, etc. Ensuite, on construit des règles plus générales. Il est à noter que, lorsque la règle stratégique est reconnue (soit de se ramener dans la chaîne gagnante 2-5-8-11-14-17-20), l'excitation du jeu disparaît complètement et il n'y a plus tellement d'intérêt à jouer, car cette règle stratégique permet de gagner à tout coup si on commence à jouer. C'est aussi ce que disent Héroux et Proulx (2015) en s'appuyant sur les travaux de Brousseau : « Ainsi, comme le jeu a pour but l'atteinte d'une connaissance visée, il n'a pas de pérennité, car une fois le jeu réussi, une fois la connaissance développée (qui est la stratégie/solution gagnante du jeu), le jeu ne peut plus être joué, il est terminé, car le défi n'existe plus » (p. 88).

Puisque le jeu de la course à 20 réunit les cinq conditions de Faradji (2014), nous le considérons comme un jeu mathématique, même si Brousseau (1998) ne l'a pas nommé de cette façon. Il est à noter que les caractéristiques d'un jeu mathématique peuvent influencer la manière dont on y joue (quatrième définition de Brousseau, 1998). Par exemple, il est préférable qu'un jeu soit suffisamment simple pour qu'on puisse s'y engager, mais pas trop simple pour qu'on en fasse l'analyse

trop rapidement et que ça provoque la « mort » du jeu sans avoir pu développer des connaissances sous-jacentes au jeu. Mais l'excitation vécue par les élèves peut aussi influencer leur manière de jouer, car l'excitation peut être telle que le simple jeu prend toute la place, sans d'autre but que le plaisir qu'elle procure (première définition de Brousseau, 1998), ce qui n'amène donc pas à développer des connaissances et à glisser vers un contrat de jeu.

Maintenant que quelques balises ont été fixées pour circonscrire ce qu'est un jeu mathématique, il convient de se pencher plus particulièrement sur le jeu probabiliste. À cet effet, nous nous intéresserons plus particulièrement à deux types de jeux décrits dans la classification d'Ascher (1998, dans Héroux et Proulx, 2015). D'un côté, il y a les jeux de hasard tels que le bingo, le pile ou face ou les dés. Ces jeux sont des jeux de hasard qu'on pourrait qualifier de « purs » dans le sens que leur issue ne dépend pas de l'habileté ou de la stratégie de la personne qui joue. Ces jeux permettent de travailler les probabilités et de faire des prédictions sur les issues les plus probables à ces jeux. Il y aurait ici une distinction à apporter entre le jeu de hasard, qui pourrait avoir un potentiel probabiliste si on n'est pas dans une posture de contrat de jeu, et le jeu probabiliste, qui a forcément une visée de développement de connaissance probabiliste. De l'autre côté, il y a les jeux de stratégie comme les jeux d'échecs ou de dame (Ascher, 1998, dans Héroux et Proulx, 2015). Contrairement aux jeux de hasard décrits précédemment, ceux-ci mobilisent des raisonnements de type « implication logique » et « on peut [y] retrouver un raisonnement qui s'enchaîne pas-à-pas et un raisonnement de type combinatoire » (Héroux et Proulx, 2015, p. 687). Ces deux types de jeu impliquent alors une part de hasard, autant sur le déroulement du jeu que sur son issue : on ne peut pas connaître à l'avance la personne gagnante, même si une personne qui joue a recours à des stratégies plus efficaces qu'une autre. La différence centrale entre les deux est que l'habileté de la personne qui joue peut influencer l'issue du jeu stratégique, mais pas du jeu de hasard.

Pour cette étude, nous définissons un jeu probabiliste comme un jeu mathématique ancré dans une situation aléatoire et dont la visée est le développement d'une connaissance probabiliste. Comme nous l'avons vu plus haut avec Brousseau (1998), des jeux de ce type ont été développés dans l'optique de placer l'élève dans des situations où la clé de la réussite au jeu est la recherche de la stratégie optimale de gagner.

Après avoir donné en exemple le jeu probabiliste Rouge ou noire (Homier et al., 2021) dans la section de mise en contexte, il convient de mentionner aussi la situation fondamentale de Brousseau et al. (2002), soit la bouteille probabiliste. Cette situation met en jeu une bouteille dont son contenu (cinq billes de deux couleurs différentes) est caché et où il est possible de voir une seule bille

à la fois en retournant la bouteille. Ce jeu probabiliste est particulier puisqu'il force l'entrée par l'approche fréquentielle, étant donné qu'on ne peut pas calculer la probabilité par l'approche théorique sans avoir accès au contenu de la bouteille (Martin et Theis, 2016). Il faut donc réaliser des essais pour émettre une prédiction quant au nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille, puis mettre à l'épreuve cette prédiction en faisant ressortir une tendance dans les résultats.

Cette recherche pose donc l'objectif suivant : décrire et comprendre les enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire au niveau de la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu.

3. Considérations méthodologiques

La présente expérimentation fait partie d'un projet de recherche plus large qui s'est intéressé à des dispositifs d'aide aux élèves en difficulté intégrés dans des classes régulières du primaire. Dans le cadre de cette recherche de nature collaborative (Desgagné et al., 2001), une équipe de chercheur·es a collaboré avec des enseignantes du primaire et des orthopédagogues à élaborer des situations qui étaient ensuite pilotées en classe par les enseignantes. Dans cet article, nous allons nous centrer sur la façon dont le contexte ludique a influencé les conditions didactiques de la situation probabiliste expérimentée dans une classe multiniveau d'une vingtaine d'élèves de 4^e et 5^e années (10-11 ans) d'une école primaire d'un milieu rural du Québec.

La planification de la situation « Pile ou face ? » à expérimenter a été réalisée lors d'une demi-journée, en présence du deuxième auteur de cet article, de l'enseignante de la classe et de l'orthopédagogue de l'école. Le problème suivant a été élaboré pour être présenté aux élèves : « On jette deux pièces de monnaie. Lequel des événements suivants est le plus probable : obtenir deux fois le côté face, obtenir deux fois le côté pile ou obtenir un côté pile et un côté face ? ».

Lors de cette rencontre de planification, nous avons élaboré un déroulement possible qui incluait les moments suivants : 1) la présentation de la consigne et la réalisation, par l'enseignante, du jeu à une reprise en grand groupe afin de s'assurer d'une compréhension commune du jeu; 2) l'élaboration d'une prédiction initiale intuitive; 3) la réalisation de 10 essais en équipes; 4) la discussion en grand groupe des résultats obtenus dans les sous-groupes avec l'émission de premières prédictions sur les probabilités sous-jacentes; 5) la réalisation en sous-groupe d'un nombre plus grand d'essais – 50 au total dans chaque équipe; 6) la discussion en grand groupe des résultats obtenus avec un raffinement des prédictions par les fréquences observées; 7) la mise en commun des essais réalisés par chacun des groupes – 500 essais en tout; 8) l'élaboration d'une prédiction finale sur les probabilités sous-jacentes à partir des fréquences obtenues; puis 9) l'élaboration en

grand groupe d'un arbre des probabilités afin de déterminer une probabilité précise.

La situation a ensuite été expérimentée par l'enseignante en classe, avec le soutien de l'orthopédagogue qui était également présente. Pour l'enregistrement vidéo de la séquence en classe, nous avons utilisé deux caméras : une première avec un plan large pendant les plénières et qui suivait l'enseignante lorsqu'elle intervenait dans les travaux de groupe et une deuxième avec un plan fixe sur une équipe de deux élèves. Des transcriptions ont été réalisées pour l'ensemble des enregistrements. Pour des fins d'analyse, nous avons considéré à la fois ce qui s'est passé dans les plénières et les interactions des deux élèves filmées lors du travail d'équipe.

Dans la section des résultats, les interactions d'une équipe de deux élèves sont analysées, pour faire ressortir la tension entre un contrat de jeu (notamment par la manifestation des élèves dans le jeu) et une réflexion probabiliste sur ce jeu. À la suite d'une analyse fine des transcriptions verbatim et de discussions entre les chercheurs, une catégorisation émergente nous a permis de faire ressortir quatre types d'enjeux qui seront présentés à la section suivante. Préalablement, afin de bien situer la situation expérimentée, nous allons en faire une analyse a priori, en suivant le modèle d'Assude et al. (2011), qui inclut une analyse ascendante, une analyse descendante, puis une analyse des problèmes professionnels¹. Nous allons d'abord en faire une analyse ascendante, en précisant les tâches qui la composent et les techniques possibles pour travailler ces tâches. Ensuite, l'analyse descendante servira à situer les concepts à l'étude selon les attentes institutionnelles. Finalement, nous allons décrire quelques problèmes professionnels liés à des enjeux conceptuels susceptibles d'être soulevés par cette situation.

3.1 Analyse ascendante

L'une des caractéristiques de cette situation est que l'on ne veut pas seulement expérimenter le jeu lui-même, mais particulièrement tester l'efficacité de stratégies appliquées à ce jeu. Dans une telle situation « à double détente » (Thibault, 2021), il ne s'agit donc pas de rechercher la probabilité de gagner, mais de définir un ensemble de stratégies puis, parmi celles-ci, de chercher celle qui procure la probabilité la plus élevée de gagner.

Une autre caractéristique de cette situation est son aspect contre-intuitif. En effet, elle présente trois issues possibles, mais ces issues ne sont pas toutes équiprobables. En effet, l'évènement « un côté pile et un côté face » peut être

¹ Ce cadre d'analyse n'est pas détaillé davantage dans cet article puisqu'il a fait l'objet d'une publication précédente (Assude et al., 2011).

obtenu de deux manières différentes : 1) pile sur la pièce A et face sur la pièce B ou encore 2) face sur la pièce A et pile sur la pièce B alors que les événements « deux côtés pile » et « deux côtés face » ne peuvent être obtenus que d'une seule manière. Il en résulte une probabilité de $\frac{1}{4}$ respectivement pour les événements « deux côtés pile » et « deux côtés face » ainsi qu'une probabilité de $\frac{2}{4}$ pour l'évènement « un côté pile et un côté face ». Il est à noter que, dans le titre du jeu proposé par l'enseignante, « Pile ou face ? », on évoque une expérience aléatoire simple (une seule étape) alors que le lancer de deux pièces de monnaie correspond plutôt à une expérience aléatoire composée (avec deux étapes dans ce cas). Le titre pourrait donc amener les élèves à confondre un événement composé avec un événement simple.

La situation planifiée comprend essentiellement six types de tâches, qui sont décrites dans le Tableau 1.

Tableau 1. Description des 6 tâches liées au jeu probabiliste

Tâche	Description
T0	Émettre une prédiction initiale intuitive concernant l'évènement le plus probable
T1	Réaliser une expérimentation en lançant deux pièces de monnaie
T2	Constater et noter le résultat d'un essai
T3	Compiler les résultats de l'expérimentation
T4	Émettre une prédiction sur la probabilité sous-jacente de chacun des événements
T5	Calculer la probabilité de chacun des événements

Regardons maintenant quelles sont les différentes techniques qui peuvent être mises en place pour travailler ces tâches. Pour T0, à l'instar de l'approche subjective, les élèves se basent sur les informations disponibles à un moment donné, incluant leurs expériences vécues dans des situations similaires, ce qui les amène à émettre une prédiction. Cette prédiction intuitive pourrait être erronée et sera mise à l'épreuve dans les tâches suivantes.

Pour T1, il est prévu que les élèves disposent de deux pièces de monnaie. Différentes techniques de lancer peuvent être mises en place. Ces techniques n'ont en soi aucune influence sur l'issue du résultat, pour autant qu'elles soient effectuées de manière à obtenir un résultat qui ne peut être prévu (ou contrôlé). Par ailleurs, il est possible de lancer simultanément les pièces ou encore de les lancer l'une après l'autre. Ce choix de lancer simultanément ou non les pièces n'influence toutefois pas l'issue de l'expérimentation.

Enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire

Pour T2, il suffit de lire le résultat des lancers en vérifiant quel côté de chacune des pièces est visible après le lancer. Il est toutefois important de considérer ici que pour l'évènement « un côté pile » et « un côté face », il s'agit du même résultat peu importe l'ordre de la pièce qui arbore « pile » ou « face » (pile-face ou face-pile). Après avoir constaté le résultat obtenu, il faut le noter. Les élèves doivent ainsi mettre en œuvre une technique pour garder une trace des expérimentations réalisées. Ils pourraient alors garder des traces en marquant chaque essai d'un trait (ou d'un crochet) dans la colonne appropriée d'un tableau à trois colonnes (pile-pile, face-face, pile-face). Ils pourraient aussi écrire chacun des essais en les marquant des acronymes PP, PF ou FF. Cette option comporterait toutefois l'enjeu de décider s'il faut considérer conjointement les configurations PF et FP ou s'il faut les compter séparément. Ensuite, ils doivent garder une trace du nombre total d'essais réalisés afin d'arrêter leurs expérimentations au nombre demandé (10 ou 50).

Quant à T3, si les résultats ont été notés efficacement dans la tâche précédente, les élèves n'ont qu'à dénombrer les occurrences de réalisation de chaque évènement.

La tâche T4 demande d'émettre une prédiction sur la probabilité sous-jacente à la situation. Tout comme dans T0, les élèves pourraient demeurer dans une prédiction intuitive, mais il est aussi possible de s'appuyer sur des résultats obtenus par les essais pour fournir une prédiction éclairée. Les élèves pourraient alors convertir l'effectif obtenu après un nombre donné d'essais en fréquence, c'est-à-dire une fraction dans laquelle le dénominateur correspond au total des essais réalisés et le numérateur aux essais favorables obtenus, puis utiliser cette fraction comme estimation de la probabilité sous-jacente. Il est important de noter ici que chaque fois que cette compilation est réalisée, le nombre d'essais inclut tous les essais réalisés précédemment. De manière moins précise, il serait également envisageable de convertir l'effectif obtenu en fraction approximative et d'utiliser celle-ci comme estimation de la probabilité. Évidemment, ces deux techniques sont plus ou moins précises selon le nombre d'essais qui ont été réalisés auparavant : selon la loi des grands nombres, la réalisation d'essais permet, à mesure que la fréquence se stabilise, d'inférer la probabilité associée à un évènement avec un niveau de confiance qui augmente en même temps que s'accroît le nombre d'essais.

Pour T5, différentes techniques sont possibles pour calculer la probabilité de chacun des évènements. Tout d'abord, des élèves pourraient faire un arbre des probabilités, qui permettrait d'accéder directement à la probabilité d'un évènement par le rapport entre le nombre de cas favorables de cet évènement et le nombre de cas possibles. Or, ces techniques (reliées à l'approche théorique) sont ici peu plausibles de se produire par les élèves puisque la consigne de la situation

demande explicitement de faire des expérimentations (dans l'approche fréquentielle). Il serait possible que des élèves remarquent qu'il y a quatre résultats possibles (PP, PF, FP et FF) et attribuent les probabilités correspondantes, sans nécessairement avoir recours à des représentations mathématiques comme l'arbre des probabilités ou le tableau à double entrée.

Cette analyse ascendante révèle quelques particularités de cette situation. Ainsi, ce sont toujours les mêmes tâches qui se répètent tout au long de la situation : le côté répétitif est nécessaire pour générer un grand nombre d'essais. En même temps, les tâches T1 à T3 ne permettent pas une grande variété de techniques différentes et le choix de celles-ci n'a pas d'influence sur le résultat final. Elles ne devraient pas non plus poser une difficulté conceptuelle à l'élève qui devrait les maîtriser à ce moment de sa scolarité. Finalement, T4 se distingue par son caractère évolutif. Réalisée à plusieurs moments de la situation proposée, une prédiction est susceptible de changer au fur et à mesure que la situation avance. Ces changements ne s'expliquent toutefois pas par le recours à des techniques différentes au fil de l'évolution de la situation, mais plutôt par le fait que les résultats obtenus (fréquences observées par l'expérimentation) tendent à s'approcher des probabilités lorsque le nombre d'essais augmente.

Il nous semble également important de préciser qu'à l'instar de toutes les situations de probabilités qui impliquent des expérimentations, la rétroaction qu'offre la situation est plutôt diffuse. En effet, en raison du caractère aléatoire de la situation, la même action ne donne pas nécessairement le même résultat. Dans un jeu probabiliste, par sa nature, la rétroaction est différente, plus floue que dans d'autres jeux mathématiques. Par ailleurs, au bout d'un certain temps, il faut que l'élève se rende compte que certaines options du jeu « Pile ou face ? » surviennent plus fréquemment dans les résultats que d'autres. Cette réalisation prend cependant du temps et ne peut pas se faire à partir d'un seul essai. Au contraire, dans le jeu de la course à 20, il est possible de se rendre compte d'un point de vue théorique que 17 fait toujours gagner parce qu'on voit bien que, peu importe ce que l'autre joueur se va faire, on peut arriver à 20. Ce moment de « révélation » est plus difficile dans le cas d'un jeu probabiliste. La situation proposée répond ainsi plus difficilement à la définition que « [l]e jeu doit être tel que la connaissance apparaisse [sous] la forme choisie, comme la solution ou comme le moyen d'établir la stratégie optimale » (Brousseau, 1998, p. 80). Par ailleurs, contrairement à la course à 20, le recours à la stratégie optimale dans le jeu probabiliste ne permet pas nécessairement de gagner, en raison du caractère aléatoire de la situation.

De plus, l'important n'est pas autant dans la solution en elle-même, soit de reconnaître que l'option « un pile et un face » est plus probable, que dans le processus. En effet, pour favoriser le développement de la pensée probabiliste,

c'est davantage le processus qui importe, par le questionnement sur le nombre d'essais, par la prise de conscience que la stabilisation des fréquences vers la probabilité, par l'importance des allers-retours entre les prédictions et les essais réalisés, puis par l'utilisation de représentations variées et d'explications pour expliquer le raisonnement théorique.

3.2 Analyse descendante

L'enseignement des probabilités au Québec se distingue entre autres par le fait qu'il commence dès le début de l'école primaire, alors que les programmes de formation (Gouvernement du Québec, 2006) prescrivent que les élèves soient confrontés à des concepts de base liés aux phénomènes aléatoires dès la première année (élèves de 6-7 ans). Dès les premières expérimentations, les élèves sont amenés à dénombrer les résultats d'une expérience aléatoire. Toutefois, cette démarche n'est structurée dans un tableau ou un diagramme en arbre qu'à partir des attentes à l'égard des élèves du deuxième et du troisième cycle du primaire (élèves de 8-12 ans). C'est également au deuxième et au troisième cycle que les élèves sont amenés à déterminer une probabilité qu'un événement se produise. En effet, cette probabilité s'appuie sur des écritures fractionnaires, qui se développent parallèlement dans le domaine de l'arithmétique à cet âge (Gouvernement du Québec, 2006; Martin et al., 2019). L'articulation des approches fréquentielle et théorique y apparaît toutefois de manière indirecte, puisque le programme le formule sous forme de « comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus » (Gouvernement du Québec, 2006, p. 138). Il n'y est donc pas nécessairement question de dégager une probabilité à partir d'une fréquence obtenue, comme ce sera le cas dans notre situation, mais plutôt de comparer les résultats avec des résultats théoriques déjà connus. Par ailleurs, il convient de mentionner que la loi des grands nombres, même si elle est centrale à l'articulation des approches théorique et fréquentielle et permet de découvrir la règle stratégique dans le jeu probabiliste, n'apparaît pas du tout (pas même implicitement) dans les programmes de formation.

La Progression des apprentissages au primaire (Gouvernement du Québec, 2009) n'est pas plus explicite concernant l'articulation des approches fréquentielle et théorique puisqu'elle se limite elle aussi à la comparaison « des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus » (p. 21). Ce document précise toutefois la forme que doivent prendre les écritures probabilistes : « [u]tiliser la notation fractionnaire, la notion décimale ou le pourcentage pour quantifier une probabilité » (p. 21) est l'un des concepts et processus attendus au troisième cycle du primaire (élèves de 10-12 ans). L'approche subjective apparaît explicitement seulement dans les documents ministériels du secondaire, mais on en retrouve des

traces implicites dans la Progression des apprentissages du primaire lorsqu'il est question de raisonnement intuitif et de prédiction.

La situation que nous avons élaborée se situe donc à l'intérieur des attentes des documents ministériels. En effet, comme les probabilités ont été au programme des années précédentes, on peut s'attendre à ce que les élèves de 4^e et 5^e années soient déjà familiers avec certaines situations impliquant le hasard, notamment en ayant fait des expériences aléatoires, en ayant noté les résultats obtenus et en ayant rencontré la notation fractionnaire (et décimale et pourcentage) pour exprimer des probabilités. Toutefois, tel que mentionné précédemment, inférer une probabilité inconnue au départ à partir de la réalisation d'une expérimentation n'est pas mentionné explicitement dans les programmes, même si cet objet nous semble à la portée des élèves.

3.3 Analyse des problèmes professionnels liés à des enjeux conceptuels

Si l'articulation des approches fréquentielle et théorique dans l'enseignement des probabilités est souvent mise de l'avant dans les recherches (Batanero, 2014; Batanero et Diaz, 2012; Jones et al., 2007), ces travaux ne se penchent généralement pas sur la façon d'opérationnaliser cette articulation (Martin et Theis, 2016). Cette articulation des approches est toutefois nécessaire afin de permettre aux élèves de faire des prédictions sur une probabilité, par exemple à partir de fréquences obtenues lors d'une expérimentation.

Ainsi, l'une des caractéristiques de l'approche fréquentielle est qu'elle inclut une variabilité inhérente. Ainsi, d'une série d'expérimentations à l'autre, l'application d'une même technique ne produit pas toujours le même résultat. Cette variabilité peut alors devenir un enjeu pour l'enseignante dans la gestion didactique de la situation. En effet, après la première série de 10 essais de la situation proposée dans cet article, il ne serait pas surprenant que les résultats entre les différentes équipes soient fort différents. Il est alors possible que certaines équipes tirent des conclusions de nature différente que d'autres équipes à partir d'un petit nombre d'essais. Cette différence risque toutefois de s'estomper au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente.

Il n'est pas évident non plus d'émettre une prédiction quant aux probabilités sous-jacentes à partir de résultats d'expérimentation. Avec un nombre suffisamment élevé d'essais, il est fort probable de dégager une tendance que l'évènement « un pile et un face » survienne plus fréquemment que chacun des deux autres évènements. Toutefois, il est difficile de réaliser le passage à la probabilité à partir de ces fréquences. En effet, les fractions obtenues par l'expérimentation ne correspondent probablement pas exactement à celles des probabilités sous-jacentes à la situation et qui peuvent être déterminées à l'aide

d'un arbre de probabilités, par exemple. L'enseignante n'a alors comme seul choix de passer par le constat que les fréquences observées correspondent à peu près aux probabilités. Ce constat est toutefois rendu plus difficile par l'absence, dans les programmes, de la loi des grands nombres, qui n'y apparaît que de manière implicite, mais qui est essentielle pour comprendre le lien entre les probabilités et les fréquences.

4. Résultats

Pour un aperçu du déroulement de la situation, un synopsis se trouve en annexe. Dans l'ensemble, un premier regard sur la leçon d'environ 56 minutes permet de voir des élèves qui sont engagés, émettent des prédictions, manipulent du matériel et construisent un arbre des probabilités. Toutefois, en analysant cette leçon de manière plus approfondie, on retrouve une tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu. Les enjeux qui en découlent sont parfois liés au pilotage de la leçon par l'enseignante ainsi qu'aux actions déployés par les élèves, mais loin de nous l'idée de critiquer le travail de l'enseignante ou celui des élèves. Il convient plutôt de faire ressortir les difficultés de saisir dans l'action les opportunités pour favoriser une réflexion probabiliste afin d'éviter que les élèves se placent dans un contrat de jeu. Cette analyse nous permet d'ailleurs d'offrir de manière constructive des pistes pour prendre en compte les enjeux relevés (sous-section 5.3).

En guise de brève analyse a posteriori des six tâches liées au jeu probabiliste (voir tableau 1), les élèves ont été en mesure d'aborder les tâches T0 à T3 (prédiction initiale, lancer, noter et compiler) par les techniques anticipées, mais dans une optique de contrat de jeu plutôt que d'une réflexion probabiliste sur ce jeu. La tâche T4 (prédiction éclairée) n'a pas été mise de l'avant explicitement, car les élèves n'ont pas eu l'opportunité de revenir sur leur prédiction. En ce qui concerne la tâche T5 (calcul), elle a principalement été gérée par l'enseignante qui a construit l'arbre des probabilités, sans trop donner l'occasion aux élèves de s'y investir. D'ailleurs, les tâches T4 et T5 n'ont pas été annoncées dans la démonstration et explication du jeu. Les prochaines sous-sections permettent de rendre compte des actions réalisées par les élèves et l'enseignante dans le jeu probabiliste.

Afin de structurer la présentation des résultats, nous faisons ressortir quatre catégories d'enjeux du pilotage en classe du jeu probabiliste qui ont contribué à la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu : 1) présentation de la situation comme un jeu; 2) excitation liée au jeu chez les élèves; 3) enjeux liés aux modalités du jeu proposées par l'enseignante; 4) difficultés de ramener la situation à une situation mathématique et de se distancier des résultats. Ces résultats s'accompagnent d'extraits en classe,

notamment des propos de l'enseignante, de l'orthopédagogue et des élèves ciblés Nadège et Fannie (pseudonymes).

4.1 Présentation de la situation comme un jeu

Au début de la situation, l'enseignante commence par annoncer qu'« on va faire un jeu cet après-midi : pile ou face ». Dès le départ, elle se positionne ainsi dans un contrat de jeu puisqu'elle présente la situation non pas comme une situation mathématique ou de probabilités, mais comme un jeu. Par la suite, elle annonce d'autres éléments liés au déroulement de la situation : « On va faire un jeu de pile ou face [...] Je vais vous donner une feuille, et vous allez devoir compiler vos tirages [...] chaque équipe aura un tableau comme ça, c'est pour vous aider à compiler ». Ensuite, l'enseignante propose à l'orthopédagogue de faire un exemple au tableau. « Donc, j'ai deux 25 sous. Je les lance en même temps [les pièces semblent être tombées au sol] et je note, d'accord, sur quoi ils vont être arrivés. D'accord ? Donc j'ouvre. Ici, j'ai pile-pile ». L'orthopédagogue constate le résultat (pile-pile), et explique qu'elle va faire un crochet dans la rangée prévue pour compiler les essais « pile-pile ». Les feuilles sont ensuite distribuées.

Dans cette première approche de la situation, plusieurs constats s'imposent. Tout d'abord, comme mentionné plus haut, l'enseignante installe les élèves dans un contrat de jeu, par sa dimension ludique. Or, pour l'instant, le but du jeu n'est pas encore expliqué aux élèves. D'une certaine manière, l'enseignante énonce une série de règles définitoires (Sensevy, 2012) de la situation aux élèves, mais sans que le but du jeu ne soit clair. D'ailleurs, même à ce stade-ci, la situation n'est pas encore située ni à l'intérieur des probabilités, ni même à l'intérieur du domaine des mathématiques. Les seules informations qui sont fournies sont d'ordre procédural (il faut faire des essais et les compiler), mais elle ne donne pas d'informations ni sur la façon de gagner au jeu annoncé, ni sur la nécessité de faire une prédiction de l'issue la plus probable. Le but du jeu annoncé reste ainsi implicite, ce qui rend difficile l'élaboration de règles stratégiques par les élèves et, ultérieurement, la distanciation de la situation.

Après la distribution des feuilles de travail, l'enseignante donne quelques informations concernant le déroulement de la situation (elle demande d'inscrire sur la feuille quel côté de la pièce de monnaie correspond à pile et lequel correspond à face) et elle démarre le travail en dyade avec la consigne suivante : « J'aimerais qu'en équipe vous déterminiez une case, par exemple, dire : moi, je pense qu'après nos essais, on va avoir plus de pile-pile. Donc, [...] si je crois à ça, je vais écrire mon nom à côté. ». Elle s'adresse ensuite à l'orthopédagogue : « Penses-tu que c'est pile-face ou face-face qui va gagner le plus souvent ? » et elle demande aux élèves d'émettre une prédiction : « Qui va gagner ? C'est parti ! ».

À la suite de ces explications supplémentaires, les intentions du jeu restent implicites. L'enseignante a maintenant précisé qu'il faut prédire quelle configuration sera la plus fréquente, en se basant sur une croyance, et elle introduit ensuite l'idée de gagner à l'activité, sans préciser si c'est une configuration (la plus fréquente) qui « gagne » ou encore si c'est l'élève qui a fait une bonne prédiction qui « gagne ». Cette nuance n'est pas anodine puisque, selon l'interprétation qu'en font les élèves, le lien entre les probabilités théoriques et les fréquences obtenues est plus ou moins difficile. En effet, pour les élèves qui comprennent que c'est la personne qui fait la « bonne » prédiction qui gagne, on se retrouve dans un pari dans lequel on mise sur une combinaison en espérant que celle choisie soit la plus fréquente. Par contre, pour les élèves qui comprennent qu'il faut déterminer la combinaison qui gagne le plus souvent, le lien entre les résultats obtenus et les probabilités théoriques sous-jacentes est probablement plus facile à faire.

Ce n'est qu'après que les élèves ont fait, en équipe, une prédiction initiale sur « qui va gagner », que la tâche est énoncée pour la première fois de manière complète, lors d'un retour par l'enseignante : « À main levée, qui pensez-vous qui a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face... ou c'est pareil ? ». C'est ainsi dans cet extrait qu'elle situe pour la première fois la situation dans le cadre d'un vocabulaire probabiliste (« les chances de gagner »). Certains élèves réalisent ensuite leurs essais et l'enseignante s'adresse à nouveau au groupe : « Est-ce qu'il y en a qui ont gagné leur prédiction ? ».

Dans cet extrait, plusieurs ambiguïtés sur la finalité du jeu persistent toutefois. Ainsi, la première question concernant la plus grande « chance » de gagner n'est plus posée en termes de l'occurrence la plus fréquente, mais plutôt de la probabilité la plus élevée de gagner ? Par ailleurs, cette question laisse sous-entendre que c'est l'occurrence la plus fréquente au jeu qui « gagne » ou qui a « le plus de chances de gagner ». Or, par la suite, la question de savoir si des élèves ont gagné leur prédiction se situe à nouveau dans une perspective d'un élève qui gagne une prédiction qu'il a faite initialement.

D'ailleurs, dans l'équipe de Nadège et Fannie, cette ambiguïté se traduit aussi dans les échanges des coéquipières. À la suite de la question de l'enseignante pour savoir s'il y en a qui ont gagné leur prédiction, Fannie lève la main, mais Nadège lui fait signe que non, car elles ont obtenu seulement 2 essais sur 10 correspondant à leur prédiction. Fannie lui répond : « Tu as gagné là » (en désignant un des essais qui correspond à leur prédiction initiale). Ici aussi, il y a donc un glissement entre le fait de faire une bonne prédiction dans un essai isolé et de prédire l'évènement qui sera le plus fréquent au bout d'une série d'essais.

4.2 Excitation liée au jeu chez les élèves

Dans une autre catégorie d'enjeux du pilotage en classe, nous avons pu observer tout au long de l'expérimentation diverses réactions des élèves, soit des manifestations d'excitation qui amènent même une élève à tricher pour gagner à tout prix.

Lors de la réalisation de cette tâche pour les 10 premiers essais, des élèves expriment des réactions émotives qui sont des manifestations du contrat de jeu. Dès le premier essai, l'équipe formée par Fannie et Nadège obtient « pile-pile » et Fannie est déçue (« Ah non ! »). Son langage non verbal exprime qu'elle est découragée (elle se tient la tête) parce que cela ne donne pas le résultat espéré correspondant à sa prédiction, soit « un pile et un face ». Elle se place ainsi dans un contrat de jeu sous une dimension de volonté de gagner, où elle a misé sur un événement et qu'elle perd si ce n'est pas celui-là qui survient. Après le quatrième essai (pile-pile), elles expriment encore de la déception et Nadège dit « On aurait dû faire [la prédiction] pile-pile, mais ça aurait été face-face ». Ces propos suggèrent que Nadège s'attribue une malchance digne d'une malédiction qui les empêcherait de gagner peu importe leur prédiction. Après le cinquième essai, Fannie exprime encore de la déception (« Aaaah! Mais non ! »), alors elles restent prises dans une dynamique de perdre ou de gagner, sans entrer dans une réflexion probabiliste. Au septième essai (toujours pas de pile-face), les pièces sont lancées une à la fois et, après avoir obtenu face, Fannie dit « Caribou, caribou » (qui correspond à pile), dans une tentative de contrôler le hasard en nommant le résultat qu'elle souhaite obtenir. Aux huitième et neuvième essais, elles obtiennent enfin « pile-face » et sont contentes (« Ouiii ! »). Un peu plus tard, Nadège dit « Coup de chance » avant de lancer les pièces, comme si elle espérait que ces paroles allaient exercer un certain contrôle pour lui porter chance. Lorsque l'orthopédagogue leur demande comment ça se passe, elles répondent : « Pas très bien », ce qui renforce l'idée qu'elles se placent dans un jeu différent (gagner leur prédiction) à celui prévu (déterminer l'évènement le plus probable).

Lors de la réalisation des 40 essais supplémentaires, nous avons à nouveau perçu des manifestations de réactions émotives et d'excitation chez Nadège, mais surtout chez Fannie. Ces réactions qui perdurent dans le temps prennent parfois la forme de langage verbal, soit des exclamations positives en obtenant « un pile et une face » (beaucoup de « Oui ! », surtout quand elles obtiennent une série d'essais favorables où Fannie dit même « On a rattrapé ») ou des exclamations négatives sinon. Le langage non verbal est aussi bien présent pour appuyer les réactions, par exemple lorsqu'elles lèvent les bras, tapent des mains et sourient en obtenant « un pile et une face » ou baissent la tête, se cachent les yeux et se prennent la tête sinon.

D'ailleurs, Nadège veut tellement que sa prédiction se réalise qu'elle est prête à tricher à trois reprises, mais Fannie ne la laisse pas faire. En effet, à l'un de ces moments, elle dit : « On triche » et lance les pièces une à la fois, puis retourne la deuxième pièce qui ne lui convient pas, mais Fannie n'en tient pas compte et note le résultat (perdant). Donc, ces deux élèves sont bel et bien centrées sur le jeu, mais dans un contrat de jeu porté par la volonté de gagner, ce qui les amène à exprimer une excitation sur les résultats d'essais individuels réalisés et non pas pour les connaissances sous-jacentes au jeu probabiliste.

4.3 Enjeux liés aux modalités du jeu proposé par l'enseignante

Notre analyse révèle aussi des enjeux liés aux modalités du jeu proposées par l'enseignante. En effet, considérant ces modalités, les élèves sont actifs, mais ils ont peu de contrôle sur la situation. D'une part, les élèves sont amenés à émettre une prédiction initiale de façon intuitive. Après quelques minutes accordées à l'explication des règles définitives et des consignes (par exemple, comment noter les résultats, comment lancer les pièces de monnaie, etc.), l'enseignante n'a pas encore annoncé que le but du jeu est de connaître l'évènement le plus probable (en observant l'évènement le plus fréquent dans les expérimentations). On peut se demander sur quoi les élèves peuvent appuyer leur prédiction initiale. Est-ce un choix fait au hasard ? Sans intention précise ou réflexion sur laquelle s'appuyer, il ne faut donc pas s'étonner que les élèves définissent leur propre visée pour le jeu. Par ailleurs, lorsque l'intention du jeu est finalement révélée, l'enseignante demande aux élèves de choisir une configuration qui ressortira le plus souvent, l'option de l'équiprobabilité n'est pas proposée. Ce n'est qu'après que les élèves ont fait leur choix que l'enseignante précise la consigne : « Qui pensez-vous a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face ou c'est pareil » ? Or, comme les élèves ont déjà fait leur choix, il est peu probable qu'il y en ait maintenant qui considèrent l'équiprobabilité comme une option.

D'autre part, lorsque les élèves ont choisi l'évènement parmi les trois options disponibles (PP, PF et FF), ils n'ont plus la possibilité par la suite de changer ce choix et ils ne peuvent qu'espérer gagner avec le choix initial. Les contraintes énoncées par l'enseignante empêchent ainsi de réévaluer la prédiction initiale, ce qui ne favorise pas l'idée de trouver la stratégie optimale dans une situation à double détente. Lors du retour, l'enseignante demande : « Donc on a fait 10 essais. Est-ce qu'il y en a qui ont gagné leur prédiction ? ». Ce retour sur la prédiction par l'enseignante est à nouveau formulé dans l'idée de gagner ou de constater si on avait raison plutôt que d'évaluer si les trois options ont les mêmes probabilités de se produire, puis de revoir leur stratégie.

Il y a donc un glissement entre la tâche telle que nous l'avions planifiée et la façon dont elle a été présentée aux élèves. Ce glissement se traduit surtout par le but annoncé pour la situation : dans la classe, les élèves doivent miser sur un évènement et ne peuvent plus revenir sur leur choix. Ils sont donc dans une optique où ils gagnent si les résultats obtenus confirment le choix qu'ils avaient pris initialement, sans entrer dans une réelle réflexion mathématique qui leur permettrait d'avoir une prise sur la situation.

4.4 Difficultés de ramener la situation à une situation mathématique et de se distancier des résultats

Dans une situation probabiliste, le retour visant à articuler l'approche fréquentielle avec l'approche théorique (par la loi des grands nombres) est loin d'être facile à piloter, mais ce retour est sans doute encore plus difficile après que la situation a été présentée comme un jeu (4.1), qu'une excitation liée au jeu ait pris le dessus (4.2) et lorsque les modalités du jeu proposées ne favorisent pas une réelle réflexion mathématique (4.3). Notre analyse fait ainsi ressortir une tension qui s'est installée entre un contrat de jeu et un objectif plus large de prendre du recul par rapport aux essais en raisonnant sur un grand nombre d'essais. En effet, nous observons une rupture dans le déroulement de la séance : les élèves sont d'abord amenés à jouer à un jeu et on leur demande ensuite de faire un travail mathématique, mais sans que cela ne se fasse simultanément.

Nous allons maintenant faire ressortir plus précisément les difficultés de l'enseignante à ramener la situation à une situation mathématique et à amener les élèves à se distancier des résultats. Ces difficultés sont apparues lorsque l'enseignante a présenté les outils mathématiques 1) pour compiler tous les essais du groupe; 2) pour transformer les fréquences obtenues en pourcentages; 3) pour construire le diagramme en arbre; et 4) pour aborder implicitement l'idée de la loi des grands nombres.

Après que toutes les équipes ont réalisé leur échantillon de 10 essais et leur échantillon de 40 essais, l'enseignante leur demande : « Comment on va faire pour déterminer celui qui avait vraiment le plus de chance de gagner ? ». Cette question est formulée au passé, ce qui n'est pas tout à fait neutre, car cela suggère de réfléchir sur la probabilité théorique telle qu'elle se présentait initialement plutôt que d'inférer une probabilité théorique à partir des fréquences observées pour faire le lien entre les approches fréquentielle et théorique. Ici, le questionnement vise à prendre du recul par rapport au jeu, mais Nadège répond « Bien tu regardes celui que tu avais le plus tantôt [...], c'était pile-pile tantôt qui gagnait » en se fiant à l'évènement obtenu le plus fréquemment, sans parvenir à se détacher de ses échantillons dont la taille est limitée (10 essais et 40 essais). Par la suite, c'est

Enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire

l'enseignante qui suggère une « manière plus mathématique » en amenant l'idée qu'il faut « compiler vos résultats dans le tableau ». Ainsi, l'enseignante propose aux élèves de compiler tous les essais au tableau, soit les 50 essais de chacune des 10 équipes, puis de « calculer pour voir [le résultat final] ». À l'aide d'une calculatrice, elle additionne les effectifs obtenus pour chaque événement et obtient ces résultats : 131 pile-pile, 251 pile-face et 118 face-face. L'enseignante annonce alors que pile-face « a gagné ».

L'enseignante demande ensuite de transformer les fréquences (exprimées en fractions) en pourcentages. Par des approximations, elle trouve des fractions « équivalentes » et transforme en pourcentages en effectuant une division par la calculatrice : $131/500 \approx 130/500 = 26\%$ pile-pile; $251/500 \approx 250/500 = 50\%$ pile-face; $118/500 \approx 120/500 = 24\%$ face-face. À partir des résultats affichés au tableau, illustrés dans la figure 1, l'enseignante demande ensuite : « Qui avait finalement le plus de chances de gagner ? », ce qui suggère qu'elle veut amener les élèves vers un raisonnement théorique. Les élèves semblent bien comprendre que c'est pile-face, mais ne parviennent pas à expliquer pourquoi. L'enseignante explique alors : « En premier lieu, quand on a fait 10 essais, ce n'était pas concluant. Mais là, avec toute la classe, on s'est rendu à 500 essais et on est arrivé à ces chiffres-là. [...] Donc, pile-face a vraiment remporté haut la palme ». Toutefois, l'explication des résultats n'est pas facile pour les élèves. Ils ne convoquent pas d'arguments qui leur permettraient de faire le lien avec les probabilités théoriques, mais plutôt des conceptions probabilistes (par exemple, « pile-face a gagné parce qu'il y a plus de personnes qui croyaient que c'est lui qui allait gagner »).

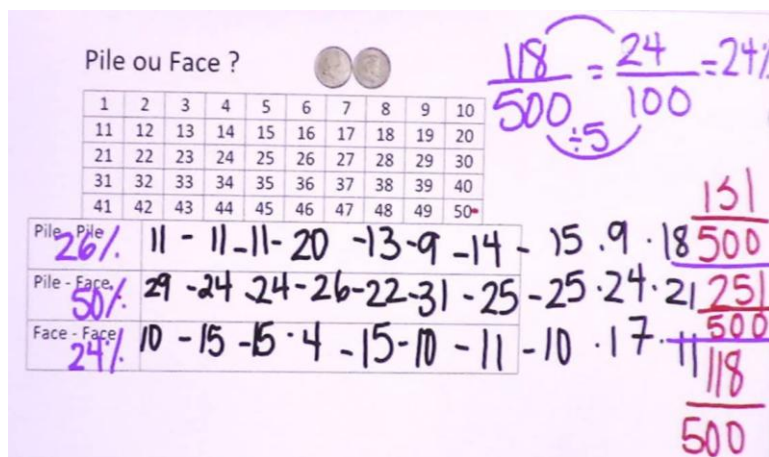


Figure 1. Fréquences en fractions et en pourcentages des 500 essais réalisés par les élèves, compilés par l'enseignante

C'est donc l'enseignante qui guide vers un raisonnement théorique. Elle propose d'y aller « étape par étape » et demande à Fannie « C'est quoi nos possibilités qu'on

avait avec ce premier 25 sous-là ? ». L'enseignante construit alors progressivement le diagramme en arbre (voir figure 2) sans faire appel à la mémoire didactique des élèves et leur demande « pile-face, face-pile est-ce que ça change quelque chose ? ». Cette question pourrait être interprétée de deux façons : cela change quelque chose parce que ce sont deux résultats distincts (PF et FP) ou encore cela ne change rien parce que cela revient au même événement (un pile et un face). Dans tous les cas, la complexité de reconnaître les quatre issues possibles de deux pièces de monnaie (PP, PF, FP et FF), liées à trois événements (deux pile, un pile et un face, deux face) pose problème chez les élèves. L'explication est ensuite portée par l'enseignante : « face-pile et pile-face [sont] comme ensemble, ils combinent leur chance ». Par cette verbalisation, l'enseignante veut expliquer que l'événement « un pile et un face » (représenté à maintes reprises par « pile-face ») est en fait composé de deux cas possibles, soit PF et FP si on ordonne les deux pièces de monnaie.

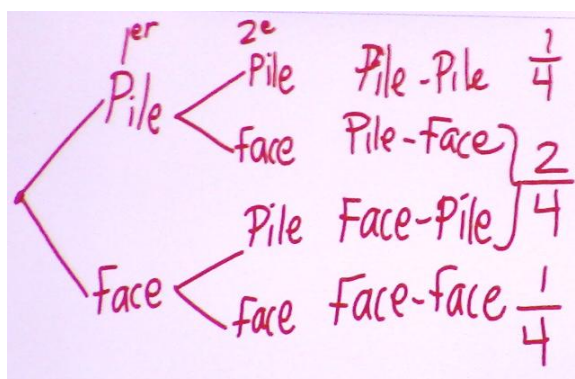


Figure 2. Diagramme en arbre de la situation, produit par l'enseignante

Ensuite, l'enseignante fait ressortir que les probabilités théoriques sont de $\frac{1}{4}$ ou 25 % pour pile-pile, $\frac{2}{4}$ ou 50 % pour pile-face (ou face-pile), puis $\frac{1}{4}$ ou 25 % pour face-face, sans remettre en contexte ces événements. Ces probabilités sont très près de ce qui avait été obtenu pour 500 essais (26 %, 50 % et 24 %). Fannie dit alors « Mais c'est de la magie ! », ce qui suggère que cette stabilisation des fréquences vers les probabilités est étonnante. Quand un élève dit que ça aurait dû donner 25 % au lieu de 26 %, l'enseignante répond : « Oui, mais c'est normal que ça varie un petit peu. Puis, si on voulait que ça varie encore moins, on aurait pu se rendre à mille essais ».

Par la suite, elle nomme que même si « c'est du hasard, on sait qu'il y a une logique mathématique derrière ça » et qu'en faisant « l'arbre des probabilités, on est en mesure de déterminer les vraies chances, les vrais pourcentages, la vraie probabilité en fait qu'un résultat arrive ». Une discussion sur les probabilités obtenues s'ensuit et l'enseignante précise qu'« en théorie, tu as 50 % de chances de

tomber sur pile-face », mais que lorsqu'on fait « juste 10 [essais] ça ne donnera pas le même résultat que si tu le fais 500 fois ». Elle précise aussi qu'on « n'a pas de contrôle sur ce qui va se choisir et qu'on ne sait pas vraiment si ça va arriver pile ou face (dans un essai donné) ». Donc, elle soutient que l'évènement « un pile et un face » ne surviendra pas nécessairement plus fréquemment que les autres évènements pour un échantillon de petite taille, mais « en ayant un échantillon plus grand, c'est là que tu vas t'approcher de la théorie du vrai 50 % ». Ainsi, l'enseignante aborde implicitement l'idée de la loi des grands nombres, mais on peut difficilement évaluer la compréhension des élèves à ce sujet.

5. Discussions et remarques conclusives

En guise d'analyse synthèse des enjeux relevés, l'expérimentation de la situation « Pile ou face ? » a permis d'observer que les élèves ont glissé vers un jeu de « qui va gagner », glissement favorisé par la façon dont le jeu a été présenté par l'enseignante (annonce tardive de l'intention, impossibilité de changer de prédiction). Le contrat de jeu, amplifié par l'excitation de gagner en jouant, a aussi soulevé la difficulté de ramener les élèves à une réflexion mathématique où il faudrait articuler l'approche fréquentielle avec l'approche théorique. Lors du pilotage de la situation, l'enseignante est presque dans une démarche d'ostension, car l'avancement des idées probabilistes est fortement guidé par elle plutôt que de venir naturellement des élèves. Au regard de ces résultats, cet article ouvre sur quatre aspects et conclut : 1) spécificités du jeu probabiliste par rapport à d'autres types de jeux; 2) utilité du jeu probabiliste; 3) proposition de pistes pour prendre en compte les enjeux relevés; 4) pistes pour la formation et pour la recherche.

5.1 Spécificités du jeu probabiliste par rapport à d'autres types de jeux

Afin de dégager certaines spécificités du jeu probabiliste que nous avons expérimenté et mettre en perspective certaines des difficultés vécues dans la mise en place de cette situation, nous proposons dans cette section de comparer sa structure avec celle de la course à 20 de Brousseau (1998) qui est un jeu mathématique fondateur. Tout d'abord, il nous semble important de clarifier que dans les deux jeux, la visée conceptuelle n'est pas révélée d'emblée aux élèves. Autant que dans la situation de Brousseau, les élèves qui entrent dans le jeu ne savent pas qu'il s'agit d'un travail de construction de la division, autant que les élèves dans notre jeu probabiliste ne savent pas que la situation convoque les probabilités théoriques et le fait de considérer deux cas possibles (PF et FP) comme un seul évènement (un pile et un face).

Ensuite, une autre distinction nous semble importante : la course à 20 constitue un jeu dans lequel deux partenaires jouent l'un contre l'autre. Ainsi, comme l'explique Brousseau (1998), « à chaque coup, la situation se modifie (elle est

modifiée par le partenaire) » (p. 32). Il s'agit donc d'une situation dynamique, qui présente des situations de jeu diversifiées. D'un autre côté, notre jeu probabiliste semble beaucoup plus unidimensionnel. Avec l'aide de l'enseignante, les élèves ont compilé un grand nombre d'essais qui a permis de tirer des conclusions sur l'évènement le plus probable. Par ailleurs, même si les élèves ont travaillé en équipe, l'interaction entre eux n'a pas réellement permis de faire avancer la réflexion probabiliste, même lorsque l'enseignante a compilé les résultats de toutes les équipes.

De plus, les deux situations ne donnent pas les mêmes moyens aux élèves pour construire une stratégie gagnante au jeu proposé. Dans la course à 20, Brousseau (1998) précise qu'« au fur et à mesure que l'enfant joue de nouvelles parties, il va développer des stratégies, c'est-à-dire des raisons de jouer un nombre plutôt qu'un autre » (p. 32). C'est l'ajustement de leurs stratégies qui permet aux élèves de gagner au jeu et de construire ultimement les connaissances sous-jacentes. Notre jeu probabiliste se distingue à plusieurs niveaux à cet égard. Tout d'abord, l'éventail de stratégies possibles à mettre en place est limité, par la nature des tâches et techniques à déployer dans la situation. La seule façon d'obtenir des informations qui permettent de raffiner la prédiction était de répéter, à de nombreuses reprises, les tâches T1 à T3 (lancer les pièces de monnaie, constater et noter le résultat d'un essai, puis compiler les résultats). Ensuite, puisque l'enseignante ne permettait pas de changer de prédiction lors de l'expérimentation avec des pièces de monnaie, la construction d'une stratégie gagnante devenait difficile, voire impossible, dans cette situation. Finalement, la rétroaction obtenue par la mise en place de ces stratégies était diffuse, en raison du caractère aléatoire des probabilités.

5.2 Utilité du jeu probabiliste

Notre expérimentation amène à questionner la contribution du jeu à l'apprentissage des probabilités. Le choix de recourir à un jeu probabiliste a contribué sans équivoque à l'engagement des élèves dans la situation. Les élèves étaient actifs et ont bien participé à ce qui était demandé par l'enseignante. Même si l'intention didactique, guidée par l'enseignante, n'était pas tout à fait claire au cours de l'expérimentation, l'aspect ludique a amené les élèves à comprendre rapidement le fonctionnement de la situation et à se prêter au jeu.

Puisque le contrat de jeu a favorisé des manifestations d'excitation qui ont pris toute la place au détriment d'une réflexion probabiliste, on peut se demander quelle est l'utilité de l'excitation dans l'apprentissage. Faudrait-il la laisser se manifester, en acceptant qu'elle fait partie du jeu et qu'elle accroît l'engagement dans la situation ? Au contraire, faudrait-il l'éviter à tout prix pour ne pas qu'elle

nuise à l'apprentissage ? En guise de compromis, il nous semble important de trouver le bon équilibre en canalisant cette excitation, de manière à bénéficier de l'engagement qu'elle apporte sans nuire à l'apprentissage, c'est-à-dire en ramenant au besoin les élèves vers la réelle intention de ce jeu probabiliste.

On peut aussi se demander si un simulateur d'expériences aléatoires permettrait d'éviter de demeurer dans un contrat de jeu. En limitant le temps d'expérimentation à l'aide des pièces de monnaie, le fait de jouer permettrait une compréhension de la situation ainsi qu'un engagement des élèves, ce qui serait utile au début, mais la simulation d'un grand nombre d'essais éviterait le glissement vers un contrat de jeu. Un simulateur pourrait ainsi être utilisé assez tôt dans la situation (après l'échantillon de 10 essais, par exemple) pour générer davantage d'essais ou encore être utilisé plus tard (après la réalisation des 50 essais) pour valider les essais réalisés.

5.3 Proposition de pistes pour prendre en compte les enjeux relevés

En complément de notre analyse de l'expérimentation en classe, nous jugeons important de soulever quelques propositions pour favoriser le développement de la pensée probabiliste dans ce jeu. Nous offrons quatre pistes pour prendre en compte les enjeux relevés.

La première piste consiste à favoriser des allers-retours entre la prédiction et les résultats obtenus. En effet, des allers-retours fréquents vers des prédictions qui se raffinent (au début, après 10 essais, après 50 essais, après l'explication théorique) pourraient soutenir une dialectique de l'action telle que suggérée par Brousseau (1998). L'approche subjective, si elle était ramenée régulièrement dans l'opérationnalisation en classe (Homier, 2022), permettrait d'amener l'élève en prise de décision pour le ramener sur l'intention de la situation et d'ajuster sa prédiction. Ce recul face au jeu, au fur et à mesure que les essais s'accumulent et que la tendance devient claire, permettrait ainsi d'éviter de glisser vers un contrat de jeu.

Une deuxième piste serait de veiller à ce que le pilotage soit planifié, mais moins guidé par l'enseignant·e. Dans la présente expérimentation, c'est l'enseignante qui a imposé la plupart des idées mathématiques. Au lieu de guider les élèves de façon dirigée, il nous apparaît préférable de les questionner pour les amener à établir eux-mêmes leurs choix et à faire ressortir les idées mathématiques. Nous sommes toutefois conscients de la difficulté de piloter des discussions probabilistes plus ouvertes, en ne sachant pas où les raisonnements des élèves nous mèneront. À titre d'exemple, pour amener les élèves à mettre en commun les essais des différentes équipes, il serait possible de faire ressortir les échantillons d'essais de quelques équipes, puis de leur demander comment on pourrait obtenir une tendance plus

fiable. Par le biais de questions de relance au besoin, les élèves seraient ainsi amenés à constater que les résultats des 500 essais des 10 équipes seraient plus fiables que les résultats de chacune des équipes, d'où l'intérêt de les compiler. D'ailleurs, en ce qui concerne le nombre d'essais, nous comprenons l'intention de simplifier les calculs des fréquences en demandant aux élèves de réaliser 10 essais, puis 40 essais supplémentaires, mais ce choix (qui avait été fait lors de la préparation entre l'enseignante, l'orthopédagogue et les didacticiens) prive les élèves d'une réflexion probabiliste liée à la loi des grands nombres. En laissant les élèves choisir eux-mêmes le nombre d'essais à réaliser, puis en les questionnant à ce sujet, ils pourraient constater que plus on fait d'essais, plus on peut être confiant que la tendance obtenue sera fiable, en tenant aussi compte de l'effort à déployer pour réaliser un grand nombre d'essais.

En guise de troisième piste, simuler à l'aide d'un outil technologique un grand nombre d'essais du jeu probabiliste permettrait de rendre invisibles les essais individuels. Le recours à un simulateur pour cette situation permettrait alors d'éviter l'attrait d'essayer de gagner dans des essais individuels, diminuant ainsi l'excitation qui accompagne le fait de jouer. Il est à noter qu'il serait possible de limiter l'excitation des élèves après un certain nombre de lancers, en les amenant à s'entendre sur l'évènement le plus probable. Alors, le reste de la séance pourrait être consacré à déterminer la probabilité de l'évènement le plus probable. Quand on utilise un simulateur comme celui de la figure 3, ce n'est pas le fait de jouer qui est au cœur de l'action, mais plutôt l'intention d'inférer la probabilité si on ne la connaît pas ou de valider expérimentalement le raisonnement théorique après avoir déterminé la probabilité. Ce simulateur permet ainsi de cliquer sur le drapeau vert pour lancer les deux pièces de monnaie, qui « s'animent » à droite. Le résultat (2 fois pile, 2 fois face ou 1 fois pile et 1 fois face) est compilé à gauche, puis les fréquences se calculent automatiquement au milieu. Au bas, on retrouve deux boutons qui permettent de réaliser un nombre voulu d'essais en mode turbo, puis de remettre à zéro les compteurs. On voit les résultats d'un échantillon de 1 000 essais de ce simulateur à la figure 3, qui permettent d'inférer les probabilités des trois évènements.

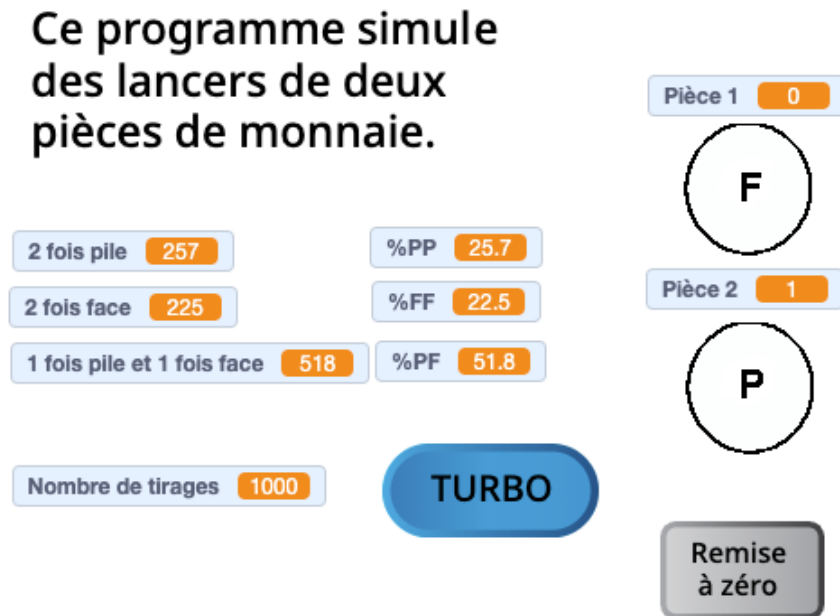


Figure 3. Simulateur de deux pièces de monnaie (Thibault, 2023)

Il pourrait être tentant de vouloir remplacer les essais avec du matériel par des essais du simulateur pour gagner du temps, car les 500 essais réalisés et compilés en classe au bout de quelques dizaines de minutes peuvent être réalisés par le simulateur en une seconde à peine. Cependant, le recours au simulateur ne devrait pas remplacer le matériel et devrait plutôt être utilisé en complémentarité à celui-ci, notamment pour donner un sens à la loi des grands nombres. Thibault (2019) aborde divers rôles d'un simulateur ainsi que l'accompagnement de l'enseignant·e pour exploiter le plein potentiel d'un simulateur avec des élèves.

La quatrième piste consiste à éviter un vocabulaire associé au jeu et au gain et utiliser plutôt un vocabulaire orienté vers une terminologie probabiliste, à la fois dans l'annonce du jeu et lors de son pilotage en classe. En effet, Savard (2008) suggère d'employer le vocabulaire avec rigueur dans l'enseignement des probabilités, notamment en employant les termes « possibilités » et « probabilités » au lieu de « chances ». Cela permettrait d'éviter de confondre la chance (être chanceux) avec les chances mathématiques (probabilités). Par exemple, plutôt que de dire « deux chances sur quatre », nous suggérons d'employer les termes « deux cas favorables sur quatre cas possibles » ou « une probabilité de deux quarts ».

5.4 Pistes pour la formation et la recherche

Comme nous avons pu le constater, avoir recours au jeu pour apprendre en probabilités n'est pas aussi simple qu'il paraît. Nous avons fait ressortir des difficultés qui sont spécifiques au milieu et au contrat qui ont prévalu dans

l'expérimentation, par exemple la présentation du problème comme un jeu dans lequel il faut deviner. D'autres difficultés observées dans cette expérimentation sont probablement révélatrices de difficultés qui se posent de manière plus générale avec l'enseignement des probabilités (faire le lien entre l'approche théorique et l'approche fréquentielle, accepter le non-déterminisme d'une expérience aléatoire, gérer les conceptions probabilistes des élèves, etc.), ce qui permet de dégager des pistes pour la formation. En effet, les enjeux d'enseignement sont souvent liés à des enjeux de formation (Thibault, 2021). Autant en formation initiale qu'en formation continue, nous croyons qu'une offre plus complète en didactique des probabilités devrait être mise sur place. En particulier, il nous semble important de tenir compte des quatre pistes proposées à la section précédente (5.3), puis de travailler explicitement l'articulation des trois approches probabilistes (subjective, fréquentielle et théorique) avec les (futures) personnes enseignantes.

En ce qui concerne la recherche, d'autres travaux permettraient de mieux comprendre les apports et les limites du recours au jeu probabiliste, en approfondissant la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu. Il serait pertinent de se pencher plus précisément sur les distinctions entre le pilotage d'un jeu probabiliste et le pilotage d'autres jeux mathématiques. De plus, un regard plus approfondi pourrait être porté sur les conditions didactiques à mettre en place pour favoriser le développement de la pensée probabiliste. Nous croyons aussi que des recherches participatives, comme cette recherche collaborative, favorisent les liens théorie-pratique et contribuent à la fois à l'avancement des connaissances et au développement professionnel.

Finalement, cette citation nous encourage à chercher le bon équilibre entre jouer et apprendre en mathématiques :

Le jeu mathématique nous interroge. Est-il trop sérieux pour être ludique ? Est-il trop léger pour être instructif ? Dans son approche la plus élevée, il peut s'apparenter à un objet d'étude et sa pratique peut nous éclairer sur ce qu'est ou devrait être une activité mathématique digne de ce nom. Dans sa pratique la plus courante, il peut déboucher sur un divertissement au cours duquel l'intuition et l'aléa peuvent occuper une large place. Dans les deux cas, mais à des niveaux différents, il enrichit notre esprit en multipliant les différentes représentations mentales que nous pouvons avoir des objets et notions mathématiques. (Faradji, 2014, p. 4)

Références

- Assude, T., Perez, J. M., Tambone, J. et Vérillon, A. (2011). Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Éducation et didactique*, (5-2), 65-84. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1213>
- Batanero, C. (2014). Probability teaching and learning. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 491-496). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_128
- Batanero, C., Contreras, J. M., Fernandes, J. A. et Ojeda, M. M. (2010). Paradoxical games as a didactic tool to train teachers in probability. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)* (paper C105).
- Batanero, C. et Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13.
- Broley, L., Buteau, C. et Muller, E. (2015). The e-brock bugs computer game: What if becoming a (better) mathematician were a fun-filled adventure? *Ontario Mathematics Gazette*, 53(3), 28-32.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions la Pensée sauvage.
- Brousseau, G., Brousseau, N. et Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 363-411. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00078-0](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00078-0)
- Chernoff, E. J. (2019). L'espace échantillonnal : un univers d'interprétations possibles. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 195-217). Presses de l'Université du Québec.
- Côté, L. et Biron, D. (2019). Initier les élèves du préscolaire aux premiers concepts probabilistes par les jeux de règles. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 101-125). Presses de l'Université du Québec.
- Desgagné, S., Bednarz, N., Lebus, P., Poirier, L. et Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27(1), 33-64. <https://doi.org/10.7202/000305ar>
- Gouvernement du Québec. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire*. Ministère de l'Éducation.
- Gouvernement du Québec. (2009). *Progression des apprentissages au primaire : mathématique*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Faradji, D. (2014). Qu'est-ce qu'un jeu mathématique ? *Le portail des IREM : Pop'Math*, 1-4.

Hernandez, T. H. M., Kataoka, V. Y. et de Oliveira, M. S. (2010). Random walks in teaching probability at the high school. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)* (paper 2B1).

Héroux, S. (2023). *Étude exploratoire de l'activité mathématique lors de séances de jeux en classe du primaire* [thèse de doctorat inédite]. Université du Québec à Montréal.

Héroux, S. et Proulx, J. (2015). Réflexions sur l'utilisation des jeux mathématiques en classe du primaire. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit et C. Lajoie (dir.), *Regards sur le travail de l'enseignant de mathématiques. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 87-94). Université de Sherbrooke.

Homier, M., Martin, V. et Héroux, S. (2021). Rouge ou noire ? De la pure chance vers une réflexion stratégique. *Revue Envol*, 177, 22-29.

Homier, M. (2022). *Connaissances mobilisées lors de l'intégration de l'approche subjective dans l'enseignement des probabilités : récit d'une collaboration avec deux enseignantes du 3^e cycle du primaire* [mémoire de maîtrise. Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. <https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/19945>

Jones, G. A., Langrall, C. W. et Mooney, E. S. (2007). Research in probability: responding to classroom realities. Dans F. K. Lester (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 909-956). Information Age Publishing Inc.

Kazak, S. et Pratt, D. (2017). Pre-service mathematics teachers' use of probability models in making informal inferences about a chance game. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 287-304.

Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 6(2), 235-258. <https://doi.org/10.21449/ijate.566563>

Lee, H. S., Angotti, R. L. et Tarr, J. E. (2010). Making comparisons between observed data and expected outcomes: Students' informal hypothesis testing with probability simulation tools. *Statistics Education Research Journal*, 9(1), 68-96.

Martin, V. et Mai Huy, K. (2015). Une réflexion didactique sur des activités pour penser l'enseignement-apprentissage des probabilités et de la statistique à l'école primaire. *Bulletin AMQ*, LV(3), 50-67.

Martin, V. et Theis, L. (2016). L'articulation des perspectives fréquentielle et théorique dans l'enseignement des probabilités : regard sur un changement de posture chez un enseignant du primaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 16(4), 345-358. <https://doi.org/10.1080/14926156.2016.1235745>

Martin, V., Thibault, M. et Theis, L. (2019). Introduction. L'enseignement des premiers concepts de probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 1-16). Presses de l'Université du Québec.

Parzysz, B. (2009). De l'expérience aléatoire au modèle, via la simulation. *Repères - IREM*, 74, 91-103.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique* [thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I]. TEL. <https://theses.hal.science/tel-00665076/document>

Poirier, L. et Carbonneau, A.-M. (2002). Expérimentation d'un conte probabiliste dans une classe multi-âges du premier cycle du primaire. *Instantanées mathématiques*, 38(3), 4-12.

Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602-625. <http://doi.org/10.2307/749889>

Rajotte, T. et Héroux, S. (2021). *Le jeu en classe de mathématiques. Engager activement les élèves et favoriser leur apprentissage*. Chenelière Éducation.

Savard, A. (2008). *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision* [thèse de doctorat, Université Laval]. Corpus. <http://hdl.handle.net/20.500.11794/19943>

Savard, A. (2015). Making decisions about gambling: The influence of risk on children's arguments. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1), 226-245.

Sensevy, G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *Nouvelles perspectives en sciences sociales : Revue internationale de systémique complexe et d'études relationnelles*, 7(2), 105-132. <https://doi.org/10.7202/1013056ar>

Theis, L., Mai Huy, K. et Parent, A. (2019). Une situation-problème probabiliste pour travailler des conceptions erronées à travers une articulation des approches fréquentielle et théorique en sixième année du primaire. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 145-168). Presses de l'Université du Québec.

Thibault, M. (2019). Le recours à des simulateurs pour l'enseignement des probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 169-191). Presses de l'Université du Québec.

Thibault, M. (2021). *Recherche-formation sur l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques : enjeux de formation* [thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal,]. Archipel. <https://archipel.uqam.ca/14804/>

Thibault, M. (2023). *Pile ou face (2 pièces)*. Scratch. <https://scratch.mit.edu/projects/783714275>

Annexe 1 : Synopsis du déroulement de la situation

1. L'enseignante annonce aux élèves « qu'on va faire un jeu de pile ou face cet après-midi », que les élèves auront une feuille de compilation et qu'ils devront compiler les résultats de leurs essais, sans toutefois préciser les règles de jeu à ce stade-ci.
2. L'enseignante fait une démonstration en lançant simultanément deux pièces de monnaie et en notant le résultat obtenu. Elle précise à quelle face de la pièce correspond le terme « pile » et à laquelle correspond le terme « face » en s'appuyant sur les images qu'on peut y voir et elle montre comment elle indique le résultat dans le fichier de compilation. Les feuilles sont distribuées.
3. L'enseignante demande aux élèves de déterminer en équipe un événement (pile-pile, face-face ou pile-face) qu'ils pensent voir sortir le plus souvent. Elle demande l'avis à l'orthopédagogue : « Penses-tu que c'est pile-face ou face-face qui va *gagner* le plus souvent » ? L'enseignante répète qu'il faut écrire « qui va *gagner* ». Cette question arrive ensuite : « Qui a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face... ou c'est pareil ? ».
4. Travail en équipe : Nadège demande une précision, en aparté : « Admettons que si [l'autre élève de l'équipe] a décidé pile-face, est-ce que j'ai le droit de décider pile-face aussi ». L'enseignante confirme qu'elles ont le droit de le faire (« ça ne me dérange pas ») et leur demande pourquoi l'équipe a choisi « pile-face ». Nadège répond « qu'on ne savait pas quoi marquer ». L'enseignante affirme qu'ils ont donc choisi au hasard. Fannie nomme que lorsqu'on les lance, ils sont tout le temps différents.
5. En grand groupe : l'enseignante demande à main levée aux élèves ce qui va « avoir le plus de chances de gagner, pile-pile, pile-face ou face-pile ». Elle prend la réponse de plusieurs élèves. Elle leur demande de faire 10 essais.
6. Les deux élèves réalisent des essais. Ils commentent plusieurs essais, soit en étant contentes d'avoir obtenu le résultat souhaité ou en étant déçues de ne pas l'avoir obtenu. L'enseignante passe et vérifie que tous les essais ont été réalisés. Elle nomme les résultats (5 PP, 2 PF et 3 FF).
7. Retour en grand groupe : l'enseignante demande à une équipe « lequel des trois a gagné » et demande de nommer les occurrences. Elle répète la même question avec d'autres groupes. Ensuite, elle demande si tout le monde a les mêmes chances de gagner, peu importe le choix qu'ils ont fait. L'enseignante consulte brièvement l'orthopédagogue (elle lui mentionne qu'il est nécessaire de comparer les échantillons d'essais) pour savoir si les essais se poursuivent sur la même feuille ou s'il faut recommencer sur une autre feuille. Elle annonce

ensuite la consigne suivante : on va te donner une deuxième feuille, on va réessayer, mais 40 fois. Elle explique qu'il faut commencer à compter les essais à 11 (de manière à comptabiliser 50 essais en tout). Elle précise qu'il ne faut pas choisir une autre « catégorie », que c'est simplement pour poursuivre les essais (avec l'hypothèse initiale).

8. Travail en équipe : les élèves réalisent les 40 essais et manifestent leur joie ou leur déception, en fonction des résultats obtenus.
9. Retour en grand groupe : l'enseignant demande si les résultats sont semblables ou différents (par rapport au premier échantillon de 10 essais). Ensuite, elle demande comment on peut savoir qui avait le plus de chances de gagner. Elle annonce qu'elle va compiler les résultats obtenus au tableau. Elle additionne les résultats obtenus pour chaque événement (131 pile-pile – 251 pile-face et 118 face-face). L'enseignante annonce que pile-face « a gagné » et demande de transformer les résultats obtenus en pourcentage, par une division.
10. L'enseignante demande qui avait finalement le plus de chances de gagner. Les élèves émettent plusieurs hypothèses, dont certaines liées à des conceptions probabilistes. L'enseignante construit ensuite un diagramme en arbre au tableau. Elle explique que « face-pile » et « pile-face » sont « comme ensemble, ils combinent leur chance ». Elle calcule en pourcentage la probabilité associée à chaque événement et elle compare ces pourcentages à ceux obtenus dans les essais. Elle mentionne que même si « c'est du hasard, on sait qu'il y a une logique mathématique derrière ça » et qu'en faisant « l'arbre des probabilités, on est en mesure de déterminer les vraies chances ». Une discussion sur les probabilités obtenues s'ensuit et l'enseignante précise qu'« en théorie, tu as 50 % de chances de tomber sur pile-face », mais que, lorsqu'on a fait 10 essais, on n'a pas nécessairement obtenu le même résultat. Elle précise aussi qu'on « n'a pas de contrôle sur ce qui va se choisir et qu'on ne sait pas vraiment si ça va arriver pile ou face (dans un essai donné) ».