



Activité mathématique des élèves et construction des apprentissages en géométrie plane

Sylvie BLANQUART

INSPE de l'académie de Bordeaux – Lab E3D

Sylvie.blanquart@u-bordeaux.fr

Résumé : L'objet de ce travail est d'analyser l'activité mathématique d'élèves confrontés à une ingénierie didactique qui leur assigne une place centrale dans la construction des apprentissages. Le domaine d'étude est la géométrie plane en fin de primaire, début de secondaire. Nous étudions l'activité mathématique des élèves par l'intermédiaire des raisonnements produits et des connaissances mobilisées. Plus particulièrement nous cherchons à identifier les caractéristiques des raisonnements produits par des élèves lors des phases d'action et de formulation d'une situation de reproduction de figures dans le méso-espace.

Mots-clés : géométrie, raisonnements, méso-espace, apprentissage

Pupils' mathematical activity and construction of learning in plane geometry

Abstract: The purpose of this research is to analyze the mathematical activity of pupils confronted with didactic engineering that places them at the heart of the process of constructing their learning. The field of study is plane geometry at the end of primary school and beginning of secondary school. We examine pupils' mathematical activity through the reasoning they produce and the knowledge they apply. More specifically, we seek to identify the characteristics of the reasoning produced by pupils during the action and formulation phases of a situation involving the reproduction of figures in meso-space.

Keywords: geometry, reasoning, meso-space, learning

Introduction

L'objet de ce travail, issu d'une recherche menée dans le cadre d'une thèse, est d'analyser les raisonnements produits par des élèves confrontés à des situations à dimension adidactique (Mercier, 1997; Bloch, 1999), qui leur attribue une place

centrale dans la construction des apprentissages. Notre domaine d'étude est la reproduction de figures en géométrie plane au cycle 3 qui comprend les deux dernières classes de primaire et la première année de l'enseignement secondaire en France (élèves de 9 à 12 ans). Nous étudions l'activité mathématique des élèves par l'intermédiaire des raisonnements produits et des connaissances mobilisées avec pour cadre théorique de référence la théorie des situations didactiques (TSD), (Brousseau, 1998). Notre étude vise à prendre en considération les raisonnements produits par les élèves en situation d'action et de formulation, qu'ils soient valides ou erronés. Nous souhaitons pouvoir caractériser les raisonnements destinés à justifier, argumenter, prouver, mais aussi ceux qui guident les décisions dans l'action, orientent les choix tout au long de l'activité de l'élève lors d'une activité de reproduction de figure en géométrie plane. Plus précisément, l'objectif de cet article est d'apporter des éléments de réponse à la question suivante : quelles sont les caractéristiques des raisonnements produits par des élèves lors des phases d'action et de formulation d'une situation de reproduction de figure plane dans le méso-espace?

Après avoir présenté les éléments théoriques utiles à notre étude, nous abordons la méthodologie de recherche employée avant d'explicitier nos analyses et principaux résultats.

1. Cadre de référence

Concernant les éléments théoriques, nous exposons des éléments relatifs au domaine d'étude, la géométrie, (section 1.1), puis des composantes de notre cadre théorique principal, la théorie des situations didactiques (section 1.2). Nous présentons ensuite l'outil d'analyse des raisonnements que nous avons mobilisé dans le contexte de cette recherche (section 1.3) pour finir par la description de l'ingénierie didactique retenue (section 1.4).

1.1 Étude du savoir visé : la géométrie

Dans cette partie, après avoir évoqué la distinction entre connaissances spatiales et connaissances géométriques nous présenterons une modélisation des différentes tailles d'espace puis une réflexion sur la visualisation des figures.

1.1.1 Connaissances spatiales et connaissances géométriques

Depuis les travaux de Berthelot et Salin (1992), deux champs de connaissances sont souvent distingués dans les recherches françaises relatives à l'enseignement de la géométrie : les connaissances géométriques et les connaissances spatiales. Caractériser plus précisément ces deux champs de connaissances et leurs interactions, étudier le rôle des connaissances spatiales dans le développement des connaissances géométriques soulèvent de nombreuses questions dont rendent

compte les cours et le débat¹ sur le thème de la géométrie de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques (Houdement, 2019; Mathé et Mithalal, 2019; Soury-Lavergne et Maschietto, 2019).

Les connaissances géométriques portent sur les objets géométriques (objets idéels qui ne sont pas directement accessibles par les sens) et sur leurs relations (Petitfour, 2015; Mathé et Mithalal, 2019).

Les travaux internationaux considèrent le spatial en relation avec des apprentissages qui dépassent souvent le domaine de la géométrie. Ils étudient notamment les corrélations entre réussites à des tests de compétences spatiales et connaissances scientifiques (Houdement, 2019).

Dans les travaux français, les connaissances spatiales sont caractérisées par les problèmes qu'elles permettent de résoudre, les situations dans lesquelles elles s'expriment (Houdement, 2019). Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2019), cela inclut : « la caractérisation des formes, de l'orientation, des positions et des mouvements » (p. 101).

Il y a consensus pour placer l'usage de représentations sémiotiques de l'espace environnant au cœur du champ de ces connaissances. Cerner les connaissances spatiales mises en œuvre lors de tâches de reproduction de figures est plus complexe et fait objet de débat. Pour Houdement (2019), le travail autour de la visualisation des figures relève du spatial. D'après Mathé cité par Bessot, Chaachoua et Perrin-Glorian (Débat 19^e EE, 2019), le travail sur des dessins en géométrie relève de pratiques différentes de celles employées dans la résolution de problèmes pratiques. Aussi, elle suggère de distinguer les connaissances procédurales utiles dans la construction de dessin des connaissances spatiales mobilisées lors de la résolution de problèmes pratiques, ce qui n'est pas l'avis d'autres chercheurs. Ainsi, Bessot, Chachoua et Perrin-Glorian (Débat 19^e EE, 2019) précisent que des connaissances spatiales peuvent se manifester dans un travail sur feuille de papier, par exemple quand un sujet prend des repères par rapport aux bords de la feuille.

Soury-Lavergne et Maschietto (2019) soulignent l'importance de ce qu'elles nomment « espace graphique » à l'interface entre ces deux champs de connaissances spatiales et géométriques et le rôle pivot que cet espace graphique peut ainsi jouer. En effet cet espace graphique permet à la fois la modélisation de problèmes spatiaux posés dans l'espace sensible et l'interprétation de ce modèle produit comme une représentation d'objets géométriques (figure 1).

¹ Ce débat occupe les pages 117 à 126 des Actes. Nous le référencerons par Débat 19^e EE, 2019.

Elles précisent : quand un problème est posé dans l'espace sensible ou l'espace graphique, les connaissances spatiales peuvent être suffisantes pour le résoudre.

Les connaissances spatiales sont efficaces pour résoudre les problèmes posés dans l'espace sensible ou graphique et le passage aux connaissances géométriques n'est requis que dans un second temps, lorsqu'un travail de modélisation s'avère nécessaire pour résoudre le problème. Réciproquement, les connaissances géométriques sont nécessaires et incontournables lorsque le problème se pose dans le champ géométrique, les espaces graphique ou sensible offrant un moyen d'explorer le problème. À l'école primaire, la priorité n'est pas aux problèmes purement géométriques. En revanche, les problèmes géométriques, traitables dans l'espace graphique et pouvant donner lieu à une problématisation dans le champ conceptuel des connaissances spatiales sont ceux à privilégier, comme l'indiquaient déjà Berthelot et Salin (1993; 1995). (Soury-Lavergne et Maschietto, 2019, p. 103)

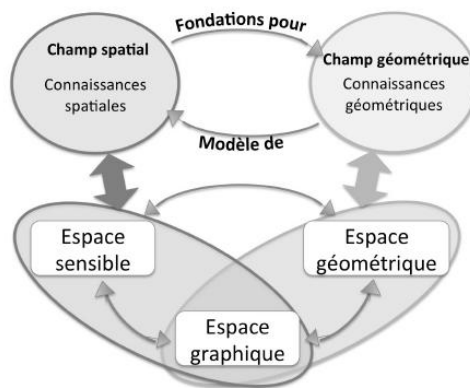


Figure 1. Rôle pivot de l'espace graphique dans la mise en relation des connaissances spatiales (Soury-Lavergne et Maschietto, 2019, p. 103)

Nous en retenons que la reproduction de figures joue un rôle essentiel dans l'articulation entre connaissances spatiales et géométriques, mais qu'il est difficile de circonscrire précisément les connaissances spatiales en jeu.

1.1.2 Les différentes tailles d'espaces

Selon l'espace avec lequel le sujet est en interaction, celui-ci développe des modèles conceptuels différents. Berthelot et Salin (1992) et Brousseau (2000), considèrent trois types d'espaces : le micro-espace; le méso-espace et le macro-espace. Le micro-espace est l'espace des interactions liées à la manipulation des petits objets, le méso-espace celui des déplacements domestiques, le macro-espace recouvre un territoire plus vaste dans lequel la vue ne permet plus que le contrôle d'une petite partie de l'espace d'interaction.

Quand un sujet travaille dans un micro-espace, il est à l'extérieur de cet espace. Il perçoit l'objet qu'il étudie dans sa globalité. Toutes les positions relatives entre sujet et objet sont possibles, fournissant au sujet des informations exhaustives sur cet objet. Les actions sont peu coûteuses et leurs effets immédiatement perceptibles (Brousseau, 1983 et Gálvez, 1985; cités par Berthelot et Salin 1992). Pour un élève, c'est par exemple l'espace de la table de travail. Quand le sujet est confronté à des tâches dans le méso-espace, il fait partie de l'espace dans lequel il travaille. Il peut s'y déplacer rapidement et change alors de point de vue sur les objets qui y sont placés. Ses déplacements le confrontent à différentes perspectives qui peuvent modifier sa perception des relations spatiales par lesquelles il identifie les objets dans le micro-espace. La salle de classe, la cour d'école sont des exemples de méso-espace pour les élèves. Le sujet est aussi à l'intérieur du macro-espace et s'y déplace tandis que les objets sont fixes. Mais cette fois-ci, la vue ne permet plus que le contrôle d'une petite partie de l'espace d'interaction, celle qui est autour du sujet et par conséquent varie tout au long de son déplacement (Berthelot et Salin, 1992, p. 101). Ainsi, le sujet doit reconstruire une représentation globale du macro-espace à partir de visions partielles. Le macro-espace (immeuble, quartier, ville) ne sera pas convoqué dans ce travail.

1.1.3 La visualisation des figures

De nombreuses recherches récentes dans le domaine de la géométrie soulignent l'importance du regard porté sur les figures par les élèves pour produire des raisonnements en géométrie. Ces recherches proposent des situations dont l'objectif est de faire évoluer le regard des élèves sur les figures et visent a priori une meilleure utilisation de la figure avec pour horizon l'entrée dans la Géométrie 2 (Houdement, 2007) en prenant appui sur les travaux de Duval (Bulf et Celi, 2016; Perrin-Glorian et Godin, 2014).

Duval (1994) relève qu'une figure ne « montre » pas la même chose à l'élève de primaire, de collège ou de lycée qu'à son enseignant : cela l'amène à différencier deux types de visualisation : la visualisation iconique et la visualisation non iconique. « Par visualisation, il faut entendre un processus actif et situé : le sujet s'engage dans un problème et à cette fin organise (de manière consciente ou non) sa perception des formes » (Mathé et al., 2020, p. 35).

« La visualisation iconique repose sur une ressemblance entre la forme reconnue dans un tracé et la forme caractéristique de l'objet à identifier » (Duval, 2005, p. 15). Dans ce type de visualisation, la forme est discriminée à partir de son contour et apparaît stable, indépendante des opérations que l'on pratique sur elle. Il y a une résistance à sortir du contour fermé de la figure qui ne peut pas être décomposée en d'autres formes semblables ou différentes dans une démarche heuristique

(Duval, 2005). Ce mode de visualisation constitue un obstacle dans l'entrée dans la géométrie.

La visualisation non iconique se fonde sur la décomposition des formes perçues en unités figurales de même dimension ou de dimension inférieure. Duval (2005) considère que l'apprentissage de la géométrie sollicite trois modes de visualisation non iconique; la décomposition méréologique, la décomposition instrumentale et la déconstruction dimensionnelle. Ils ont en commun un enrichissement heuristique de la figure pour y faire apparaître des formes que le regard ne perçoit pas immédiatement. La décomposition méréologique est une décomposition en unités figurales de même dimension que la figure d'origine. La décomposition instrumentale est déclenchée par la construction des figures à l'aide des instruments. Avec la déconstruction dimensionnelle, l'espace est considéré du point de vue de ses dimensions. La visualisation repose alors sur une décomposition en unités figurales de dimension inférieure à celle de la figure initiale : points (0D) ou lignes (1D) dans le cadre de la géométrie plane. Elle est étroitement corrélée à une activité discursive sur la figure étudiée. Ainsi, une unité figurale 1D peut être désignée directement : segment, droite. Cette désignation peut également se faire selon son appartenance à une unité figurale de dimension supérieure : rayon d'un cercle, diamètre d'un cercle, diagonale d'un polygone, côté d'un polygone. Enfin cette même unité figurale 1D peut être désignée par l'intermédiaire de sa relation à une autre unité figurale de même dimension (perpendiculaire, parallèle, symétrique) (Duval, 2014).

1.2 Éléments issus de la théorie des situations didactiques

Pour Brousseau (2012), en situation d'enseignement, le milieu est pour un sujet, l'environnement avec lequel il interagit. Il comprend des éléments matériels, physiques mais aussi des objets virtuels, règles, contraintes, représentations sémiotiques et peut être transformé par l'activité de ce sujet. Ce milieu peut également contenir d'autres sujets (élève, professeur) en interaction.

Brousseau (1998) appelle situation didactique, une situation dans laquelle se manifeste, implicitement ou explicitement, une intention d'enseigner une connaissance comme moyen de traitement de la situation. Une situation adidactique est une situation didactique associée à une connaissance (ou un savoir), clairement identifiée par l'enseignant, dans laquelle l'intention d'enseigner est effacée pour laisser à l'élève le plus d'initiative possible et lui permettre d'agir, réfléchir, prendre des décisions de lui-même. Nous parlons de situation à dimension adidactique à l'instar de Mercier (1997) et Bloch (1999) pour dénommer les situations qui permettent des moments d'interaction adidactique du sujet avec le milieu. Ces situations à dimension adidactique sont caractérisées

par : « un milieu offrant une certaine marge pour l'activité mathématique de l'élève, ainsi que pour l'exploitation de cette activité lors du processus d'institutionnalisation » (Bloch, 1999, p. 138).

1.2.1 Des connaissances au savoir

Dans ce cadre de la TSD, les connaissances sont de l'ordre du privé, dépendantes de l'activité du sujet en contexte. Liées à l'histoire du sujet comme résultats intériorisés de son expérience individuelle, elles se manifestent essentiellement en situation comme moyens non nécessairement (ou facilement) explicitables de résoudre une situation. Elles permettent la prise de décision en vue de parvenir à un but (Brousseau et Centeno, 1991). Elles se placent donc du côté du contrôle de la situation par l'élève (Bloch, 1999) sans être obligatoirement formulées : « Une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation » (Margolinas, 2014, p. 15).

Les savoirs sont le fait d'une construction collective dans une institution (celle des mathématiciens ou celle des programmes de mathématiques), ils sont formulés, formalisés, validés. Ils ne dépendent ni du contexte ni du sujet qui les emploie : ils sont décontextualisés, détemporalisés, dépersonnalisés (Margolinas, 2014). Ils se placent du côté de la communication et de la validation (Bloch, 1999). Ils sont légitimés par des motifs rationnels propres aux mathématiques : les raisons de savoir (Bessot, 2011).

Une connaissance mise en œuvre dans une situation, puis identifiée, formulée, reconnue comme utile pour d'autres situations, a vocation à devenir une référence, être mémorisée et acquérir un statut institutionnel de savoir. Ce processus est « l'institutionnalisation ».

1.2.2 Le répertoire didactique

Les connaissances et savoirs qui sont construits au sein d'une classe se structurent au fur et à mesure des apprentissages. C'est ce qui constitue le répertoire didactique de la classe. Gibel (2018) définit ce répertoire didactique de la classe comme « l'ensemble des moyens que le professeur pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement » (p. 26). Mais, comme il le précise : « le répertoire didactique d'un élève, autrement dit le répertoire utilisé par un élève lorsqu'il est confronté à une situation, peut bien évidemment différer du répertoire didactique de la classe » (Gibel, 2018, p. 27).

La construction du répertoire didactique de la classe est organisée pour permettre aux élèves de mobiliser rapidement les éléments dont ils ont besoin quand ils s'engagent dans une tâche mathématique.

Les éléments du répertoire didactique liés à l'apprentissage d'une notion mathématique peuvent être du vocabulaire (désignation orale ou écrite d'objets, de relations), des représentations sémiotiques, des techniques (algorithmes de calcul, techniques de construction), des propriétés associées à cette notion, des propriétés d'objets qui s'y rattachent, des procédures de résolution d'une classe de problèmes et les différents champs d'utilisation de cette notion.

L'élève en situation d'apprentissage mobilise des éléments de son répertoire didactique, qui fait potentiellement partie du milieu. C'est sur ce répertoire didactique déjà construit que l'enseignant pourra s'appuyer pour proposer des situations amenant les élèves à acquérir de nouvelles connaissances et savoirs.

1.2.3 Les niveaux de milieux

Nous poursuivrons cette présentation par l'étude du modèle de structuration du milieu introduit par Brousseau (1986), modifié par Margolinas (1995) et complété par Bloch (1999). La fonction de ce modèle tel qu'il est présenté par Bloch (1999) est en particulier de « mieux analyser les contraintes et les libertés réelles du professeur qui cherche à gérer une situation adidactique » (p. 135).

Le modèle que nous allons présenter a pour première fonction de prévoir les interactions élève/milieu à travers les connaissances mises en jeu à chaque niveau, en considérant que les élèves sont dans un rapport interne à la situation (Bloch, 2002). Il sera un point d'appui pour étudier les raisonnements produits par les élèves lors d'une situation à composante adidactique.

Ce modèle se présente sous forme d'emboîtement de situations, repérées par leur « niveau », modélisant les différents rôles de l'élève et de l'enseignant. Chaque situation d'un niveau n constitue le milieu du niveau immédiatement supérieur $n + 1$. L'ensemble des niveaux négatifs correspond aux situations adidactiques, le niveau de base ($n = 0$) étant celui de la situation didactique (Margolinas, 1995).

Au niveau inférieur ($n = -3$), le sujet (acteur objectif) « effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, répertoriées et qui sont supposées connues de l'élève puisqu'elles doivent lui être communiquées. Il s'agit donc de procédures, d'algorithmes » (Brousseau, 1986, p. 59). Cet élève objectif, en interaction avec le milieu matériel, définit la situation objective (Figure 2).

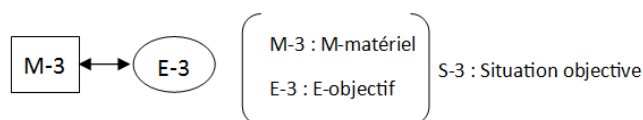


Figure 2. Modélisation de la situation objective

Au niveau immédiatement supérieur, les rapports effectifs de l'acteur objectif avec le milieu objectif constituent la « situation de référence ». L'élève agissant (E - 2) interagit avec le milieu objectif (M - 2) avec pour enjeu la résolution d'un problème. Il mobilise des connaissances pour agir et interpréter les rétroactions. Le milieu objectif (M - 2) s'enrichit de ces actions et des informations perçues en retour.

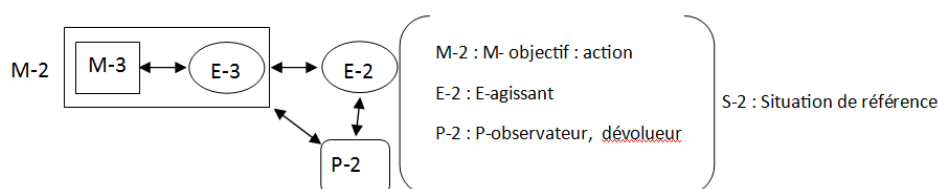


Figure 3. Modélisation de la situation de référence

Dans la situation d'apprentissage (niveau M - 1), le sujet « établit des rapports non plus avec le milieu objectif, mais avec une intériorisation des rapports qu'un sujet agissant (lui ou un autre) a avec le milieu objectif » (Berthelot et Salin, 1992, p. 42). Ainsi le milieu de référence (M - 1) comprend non seulement les actions construites au niveau (M - 2) mais aussi des énoncés qui rendent compte de ces actions et de leur bien-fondé.

La présentation schématique de l'ensemble rend compte de l'emboîtement des situations, tandis que la synthèse sous forme de tableau permet une vision plus globale des différentes positions du milieu, de l'élève, et du professeur (**Erreur ! Source du renvoi introuvable., Erreur ! Source du renvoi introuvable.**).

Dans nos analyses, nous ferons fonctionner ce cadre dans le contexte de la géométrie.

Tableau 1. Niveaux de milieu (Bloch, 2005, p. 55)

M0 : M-d'apprentissage : institutionnalisation	E0 : Élève	P0 :Professeur enseignant	S0 : Situation didactique	
M-1 : M-de référence : formulation validation	E-1 : E-apprenant	P-1 : P-régulateur : aide à l'argumentation	S-1 : situation d'apprentissage	
M-2 : M-objectif : action	E-2 : E-agissant	P-2 : P-observateur, dévolueur	S-2 : situation de référence	Niveaux adidactiques
M-3 : M-matériel	E-3 : E-objectif		S-3 : situation objective	

Comme nous cherchons à analyser les raisonnements produits par des élèves confrontés à des situations à dimension adidactique, nous allons maintenant nous intéresser à ce que sont les raisonnements.

1.3 Étude des raisonnements

Dans cette section après avoir apporté des éléments de réponse à la question « Qu'est-ce qu'un raisonnement? », nous présenterons un modèle d'analyse des raisonnements que nous utilisons dans nos travaux.

1.3.1 Qu'est-ce qu'un raisonnement?

Pour Blanché (1973), « raisonner c'est donc faire une inférence ou combiner des inférences » (p. 15). Cette définition première sert de référence dans de nombreux travaux de didactique qui portent sur l'argumentation, la preuve ou la démonstration (Cabassut, 2005; Douaire, 2006; Pedemonte, 2002). Nous retrouvons également des énoncés proches dans les travaux de Jeannotte et Corriveau (2015) et Gauthier (2015).

Selon Gibel (2018), les raisonnements produits par les élèves en classe de mathématiques sont majoritairement modélisables par une inférence ou une suite finie d'inférences coordonnées suivant les règles de la logique. Cependant, il note que lors d'une situation d'apprentissage, tous les raisonnements produits par les élèves ne sont pas formulés verbalement. Par ailleurs, certaines formulations, syntaxiquement correctes, relèvent d'une citation mémorisée et non pas d'un véritable raisonnement construit par le sujet.

En accord avec ces propos il nous apparaît que les raisonnements élaborés dans le cadre de la Géométrie 2 (Houdement, 2007), où le mode de production des connaissances est le raisonnement hypothético-déductif à partir de définitions et théorèmes textuels, sont facilement identifiables. Mais la production de connaissances dans le cadre de la Géométrie 1 n'est pas réductible à un travail sur des énoncés. Ainsi, définir les raisonnements uniquement en termes d'inférences ou de successions d'inférences ne permet pas de rendre compte de la diversité des raisonnements qui peuvent être générés par les élèves dans le paradigme G1.

Afin de circonscrire plus précisément ce que nous retiendrons comme raisonnement nous nous référons donc aux travaux de Brousseau et Gibel (2005).

Ces auteurs établissent quatre critères qui permettent de déterminer si un raisonnement présumé peut être qualifié de raisonnement effectif :

- Il peut être explicité de manière même partielle par le sujet, qui dispose des connaissances nécessaires à son élaboration.

- Il est intentionnel. Il est produit volontairement par le sujet dans un but déterminé.
- Dans la recherche du but à atteindre, le raisonnement supposé modifie de façon positive l'environnement du sujet. Il enrichit le milieu avec lequel le sujet interagit par l'apport d'une nouvelle connaissance. Il réduit une incertitude, permet une action.
- Il est motivé, justifié par sa valeur intrinsèque, par des arguments de « pertinence, de cohérence, d'adéquation, d'adaptation » (Brousseau et Gibel, 2005, p. 15).

En conséquence, nous ne considérerons pas comme raisonnement effectif :

- Toute action ou formulation involontaire;
- Toute action, formulation ou décision qui ne peut pas être explicitée, même sommairement, par le sujet;
- Toute action qui ne peut pas être construite avec les connaissances dont dispose le sujet;
- Toute action ou formulation qui ne serait pas conduite en fonction d'un but; qui ne procure pas d'avantage au sujet par rapport à l'état initial.

1.3.2 Un modèle d'analyse des raisonnements

Bloch et Gibel (2011) proposent un modèle d'analyse des raisonnements, fondé sur la TSD et sur lequel nous nous appuyons pour nos analyses. Le modèle de structuration du milieu utilisé, lors de l'élaboration de ce modèle d'analyse des raisonnements, est celui de Bloch (2005), issu du modèle de Margolinas (1995), modifié afin de tenir compte du rôle du professeur dans les niveaux didactiques de milieux. Dans les situations didactiques ou à dimension didactique, les différentes étapes de la situation peuvent être à l'origine de raisonnements variés dont la fonction est liée au niveau de milieu en jeu : du côté de la situation de référence, la confrontation à un milieu heuristique (milieu objectif) permet l'élaboration de raisonnements pour l'action; le passage à un milieu de référence dans la situation d'apprentissage favorise l'élaboration de raisonnements pour justifier la validité des méthodes et établir le caractère de nécessité des propriétés utilisées plus ou moins implicitement.

Pour Bloch et Gibel (2011), l'identification des fonctions des raisonnements aide le chercheur à repérer la position des élèves dans ces niveaux de milieux. Nous avons montré (Gibel et Blanquart-Henry, 2017) comment, dans le cadre de la géométrie plane, les fonctions du raisonnement sont effectivement liées à des niveaux de milieux et comment ces fonctions manifestent aussi ces niveaux de milieux.

Nous avons ainsi retenu trois axes du modèle de Bloch et Gibel (2011). Le premier axe d'analyse porte sur la fonction des raisonnements produits en lien avec le niveau de milieu dont ils témoignent en situation d'action ou de formulation. Le deuxième axe repère et organise les représentations et signes qui seraient des observables des raisonnements. Enfin, en lien avec ces observables, le troisième axe d'analyse cherche à identifier les connaissances mobilisées par les élèves, les éléments du répertoire didactique sollicités et leur évolution. Dans les sous-sections suivantes, nous développons le premier axe et présentons plus rapidement les deux autres.

Pour analyser les fonctions des raisonnements, nous commençons notre étude par les raisonnements produits en situation d'action avant d'envisager ceux produits en situation de formulation.

1.3.2.1 Fonctions des raisonnements produits en situation d'action. Dans la présentation qui suit, nous conduisons une réflexion théorique de toutes les fonctions possibles des raisonnements qui peuvent apparaître lors d'une situation adidactique d'action ayant pour enjeu la reproduction d'une figure plane, indépendamment des variables retenues pour une situation donnée.

Dans les situations adidactiques d'action, les raisonnements sont produits par les élèves comme moyens pour établir leurs décisions (Gibel, 2008). Pour établir a priori les fonctions des raisonnements qui peuvent être produits par les élèves lors de la reproduction de figures planes nous commençons par identifier les actions qu'ils sont amenés à prendre lors de la réalisation d'une telle tâche.

Pour cela, nous proposons une classification des actions instrumentées qui peuvent être réalisées par les élèves dans l'espace sensible, avec la médiation d'un artéfact. À chaque catégorie d'action nous associons la fonction des raisonnements qui peuvent la sous-tendre. Ce travail d'analyse a priori est théorique, il conviendra, lors des analyses, de s'assurer qu'une action donnée dénote bien un raisonnement en référence aux critères énoncés ci-dessus. Nous distinguons les actions à réaliser sur le modèle des actions à produire sur le dessin, puis séparons ces actions selon qu'elles visent une prise d'information sur l'objet considéré (médiation épistémique) ou une modification de cet objet (médiation pragmatique) (Rabardel, 1995). Croiser ces deux critères nous amène à définir quatre catégories d'actions :

- Prise d'information sur le modèle à reproduire;
- Prise d'information sur l'objet graphique en construction (le dessin);
- Modification du modèle à reproduire (enrichissement de ce modèle pour repérer des propriétés);
- Modification de l'objet graphique en construction.

Nous définissons ensuite les fonctions des raisonnements qui peuvent être en lien avec chacune de ces catégories d'actions à partir des travaux de Gibel (2015). Enfin, nous regroupons les fonctions des raisonnements identifiées selon qu'elles concernent l'usage des artéfacts, les caractéristiques du modèle à reproduire, l'interprétation des rétroactions ou l'organisation générale des actions. Cela nous conduit à la liste de fonctions possibles des raisonnements que nous retiendrons pour conduire nos analyses :

Concernant l'usage des artéfacts :

- Choix de l'artéfact.
- Adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artéfact.

Concernant les caractéristiques du modèle à reproduire :

- Intuition ou conjecture ponctuelle sur les relations entre objets graphiques ou matériels composant le modèle.
- Identification par le biais d'instruments de caractéristiques du modèle.
- Identification de caractéristiques géométriquement significatives du modèle que doivent satisfaire les objets graphiques produits.
- Intuition ou conjecture ponctuelle concernant des objets qui ne sont pas encore dessinés.

Interprétation des rétroactions :

- Validation ou non d'une conjecture.
- Production d'une nouvelle conjecture.
- Identification de relations entre objets matériels.
- Validation ou non de la procédure en cours.
- Ajustement de l'action en conséquence : poursuite ou abandon/adaptation de la procédure.

Raisonnements d'organisation :

- Identification sur le modèle d'objets déjà reproduits.
- Organisation de la succession d'actions élémentaires pour permettre la reproduction, l'ordre des tracés pouvant conditionner la réussite.

Par exemple, les raisonnements concernant l'usage des artéfacts peuvent avoir pour fonction soit le choix de l'artéfact soit l'adaptation (ou la construction) de ses schèmes d'usage. Ainsi, lorsqu'un groupe d'élèves rend compte oralement de l'utilisation de l'équerre en carton pour fabriquer un gabarit d'angle alors que cette technique ne fait pas partie du répertoire didactique de la classe, nous identifions la production d'un raisonnement par construction de schème d'usage d'un artéfact.

1.3.2.2 Fonctions des raisonnements produits en situation de formulation. De même que nous avons proposé une classification des fonctions des raisonnements spécifiques à l'action, nous avons identifié les raisonnements qui peuvent caractériser la formulation dans le cadre spécifique de la reproduction de figures.

Les raisonnements susceptibles d'être produits au niveau du milieu de référence (M - 1) ont pour fonction la formulation (plus ou moins explicite) ou la justification des raisonnements produits au niveau du milieu objectif. En reprenant les rubriques précédentes, cela nous conduit à identifier les fonctions que nous détaillons ci-dessous.

Concernant l'usage des artéfacts

- Des justifications explicites ou en partie implicites du choix d'un instrument ou de son usage en lien avec les propriétés et les caractéristiques de la figure comme : « Oui, on a pris l'équerre comme quoi ça fera, ça fait un angle droit. »

Concernant les caractéristiques du modèle à reproduire

- La formulation d'une caractéristique du modèle à reproduire et sa validation par une preuve pragmatique. Par exemple, après avoir vérifié par l'intermédiaire du tasseau que tous les côtés d'un losange donné en modèle sont isométriques les élèves concluent : « C'est tous la même longueur ».
- La justification explicite ou en partie implicite de la procédure mise en œuvre en lien avec les caractéristiques du modèle à reproduire. Comme : « Ensuite on a remarqué qu'y avait des, des angles droits, là-bas avec l'équerre, du coup ben on a construit des, on a construit les angles droits ».

Concernant l'interprétation des rétroactions

- L'interprétation et la formulation des rétroactions : « Mais // ce qu'on avait un peu du mal à faire c'était trouver la, la moitié en fait »

Raisonnements d'organisation

- L'explicitation de l'organisation des tâches (raisonnement d'organisation) :
Alors, heu, au début donc on a pris le bâton, donc on a mesuré la heu, la diagonale, là [Montre du doigt la petite diagonale]. [...] Puis ensuite heu, on a [...] On a mesuré là-bas sur heu la figure // Pour avoir notre deuxième diagonale

1.3.2.3 Analyse sémiotique et identification des connaissances et des savoirs. Le deuxième axe que nous retenons repère les signes qui seraient des observables des raisonnements. Ces signes peuvent être des paroles, des tracés, des gestes ou la façon d'utiliser les artéfacts. Pour appréhender les éventuels raisonnements

produits par les élèves, nous avons besoin d'identifier les objets qu'ils considèrent (sur lesquels ils agissent ou dont ils parlent), et les relations qu'ils perçoivent entre ces objets. Pour cela nous essayons de relever la production et l'évolution des différents signes émis par les élèves, non pas indépendamment les uns des autres, mais dans leur relation les uns aux autres (Arzarello, 2006) toujours en relation avec les actions menées (vision synchronique). Dans le foisonnement des signes produits, nous retenons les plus saillants, ceux qui nous apparaissent en lien avec l'activité géométrique en cours.

Enfin, en lien avec ces observables, nous cherchons à identifier les connaissances mobilisées par les élèves, les éléments du répertoire didactique de la classe sollicités et leur évolution. Cela constitue le troisième axe d'étude.

1.4 L'ingénierie retenue

Nous terminons cet exposé du cadre de référence par la présentation de l'ingénierie didactique retenue. Notre ingénierie est composée de ce que nous nommons « un duo de situations ». Après avoir défini le sens de cette expression dans notre travail nous présentons l'ingénierie mise en œuvre puis ses potentialités.

1.4.1.Principe général des duos de situations

Notre thèse concourt à la valorisation de l'alternance de travail dans des espaces de tailles différentes pour engager les élèves dans une problématique de modélisation au sens de Berthelot et Salin (1992). Nous nommons « duo de situations » un ensemble de deux situations, rencontrées de façon successive par les élèves, qui ont le même objectif d'apprentissage et un enjeu similaire pour les élèves. Ici, la production ou la reproduction de losanges. Les deux espaces de tailles différentes sont l'espace graphique d'une feuille de papier (micro-espace) pour l'une des situations et un espace graphique délimité au sol dans le méso-espace pour la deuxième. En nous inspirant des « duos d'artéfacts » de Soury-Lavergne et Maschietto (2019), nous recherchons dans les situations proposées des éléments de complémentarité, de redondance et d'antagonisme qui permettent a priori l'enrichissement des connaissances par la mise en correspondance des deux situations.

Dans ces duos de situations, l'espace graphique du méso-espace est un support plan de taille supérieure à la taille des sujets et permettant leurs déplacements. Les travaux de Perrin-Glorian et Godin (2014, 2018) ont souligné le rôle des instruments dans le travail géométrique, notamment la possibilité ou non d'utiliser un instrument de mesure conventionnel comme la règle graduée. Nous faisons l'hypothèse, comme Perrin-Glorian et Godin, que l'approche des figures

en travaillant les grandeurs (longueurs, angles) sans permettre leur mesure faciliterait l'entrée dans la Géométrie axiomatique ou Géométrie 2 (Houdement, 2007). C'est pourquoi nous associons au travail dans le méso-espace un choix d'artéfacts spécifiques qui ne permettent pas le mesurage.

1.4.2 Présentation de l'ingénierie

Notre ingénierie est composée d'un duo de situations ayant pour objet d'apprentissage les relations géométriques du losange. Elle est organisée sur trois séances. Les deux premières séances sont consacrées à une situation de communication ayant pour enjeu la reproduction d'un losange dans le micro-espace, la troisième séance est réservée à la situation de reproduction de losange dans le méso-espace. Les deux situations ont en commun la présence d'une phase adidactique d'action qui a pour enjeu pour les élèves la reproduction d'un losange donné sous forme de modèle découpé dans du papier. Dans les deux cas, les modèles utilisés dans la classe sont de différentes dimensions, pour pouvoir dégager des propriétés de l'objet théorique losange. Elles permettent en fin de séance le contrôle de la validité de leur production par les élèves eux-mêmes. Les deux situations de reproduction diffèrent essentiellement par la taille de l'espace de travail et les outils à la disposition des élèves.

La situation dans le micro-espace est une situation de communication qui se déroule sur deux séances. Nous ne la détaillons pas ici car nos analyses portent principalement sur la situation dans le méso-espace.

La situation dans le méso-espace est une situation de reproduction de losanges découpés dans un papier résistant et souple, dont les côtés mesurent entre 65 cm et 80 cm. La séance est structurée en trois temps : après une phase de dévolution de l'activité, les élèves sont mis en situation d'action pendant une vingtaine de minutes. Enfin ils sont regroupés pour valider leurs productions et formuler leurs procédures.

Pour la situation d'action, les élèves sont répartis par groupes sous le préau. Chaque groupe se voit attribuer un modèle (grand losange découpé) qui ne peut pas être déplacé en dehors d'une zone bien délimitée, appelée dans cet article « zone des modèles ». La consigne donnée est de représenter le plus précisément possible cette figure par un dessin, au sol, dans un espace réservé, appelé « zone de dessin ». Cette zone de dessin est éloignée de la zone où se trouve le modèle. Ce modèle peut être manipulé, plié, pour prélever des informations. Il permet aussi l'inscription de traces graphiques.

Ensuite, à tour de rôle, chaque groupe expose à l'ensemble de la classe et au professeur comment il a procédé pour effectuer le tracé. Les instruments et outils

mis à disposition des élèves sont : ficelle, ciseaux, un tasseau de bois de 2 m environ par groupe, équerres en carton, feutres, craies de différentes couleurs et brosses pour effacer.

Quand tous les élèves ont terminé leur tracé, à tour de rôle, chaque groupe formule à l'ensemble des élèves de la classe les étapes de sa construction et explicite les procédures qu'il a utilisées. La validité de la procédure est discutée collectivement. Une validation pragmatique dans l'espace sensible par superposition du modèle sur le dessin réalisé termine l'exposé du groupe.

1.4.3 Potentialités de l'ingénierie

Dans cette situation de reproduction de figures dans le méso-espace, les élèves sont d'abord confrontés à une situation d'action dans laquelle ils doivent prendre des décisions pour tracer une figure superposable à une autre. La superposition entre la figure modèle et la figure tracée ne sera autorisée que pour valider ou invalider la production et une fois la tâche considérée achevée. La distance entre la figure modèle et la zone de dessin est telle que les contrôles sur l'action ne sont pas possibles en continu. La reproduction de la figure nécessite donc de la part des élèves une anticipation des actions à partir d'informations partielles. Cet éloignement entre le modèle et sa reproduction, associé à la taille de l'espace et à l'absence de repères spatiaux usuels comme les bords de la feuille, favorise la prise d'informations sur la figure à reproduire, donc le relevé de propriétés et par conséquent le recours aux connaissances de géométrie. Par ailleurs, l'utilisation d'artéfacts non usuels comme la corde ou des tasseaux de bois nécessite souvent la coordination d'au moins deux élèves, ce qui renforce la nécessité d'anticiper les actions. Apparaîtront sans doute des échanges entre élèves sur la technique à mettre en place, des formulations, par des gestes et/ou le langage oral, de l'objectif à atteindre et des contraintes à respecter pour y parvenir. C'est ainsi que la situation proposée favorise a priori l'élaboration de raisonnements variés et l'enrichissement des connaissances.

Après cette présentation de l'ingénierie nous abordons la méthodologie employée.

2. Méthodologie

Dans cette partie dédiée à la méthodologie nous présentons les données collectées puis l'organisation de nos analyses.

2.1 Données collectées

Notre recherche se base sur des analyses cliniques d'interactions entre élèves ou entre élèves et enseignante dans des classes de cycle 3 en France lors d'une séquence de géométrie identique. Cette séquence, construite par des chercheurs,

est constituée du duo de situations présenté dans le paragraphe 1.3. La même fiche descriptive de la séquence a été fournie aux enseignants pour les expérimentations. Au total, 15 séances d'environ 55 min ont été observées dans 4 classes. Toutefois, seule une classe de CM1-CM2 (9-11 ans) est considérée pour cet article. Ceci représente trois séances. Le corpus de données brutes comporte les productions d'élèves et l'enregistrement vidéo de toutes les interventions de l'enseignante lors des phases didactiques, les enregistrements en continu des actions et échanges au sein de certains groupes d'élèves pendant les phases adidactiques et un enregistrement vidéo en plan large de toutes les séances observées. Pour les analyses, un grand nombre de ces données ont été transcrites sous forme de texte, accompagné de photographies.

2.2 Organisation de nos analyses

Pour apporter des éléments de réponse à notre problématique, nous analysons plus particulièrement la mise en œuvre de la situation dans le méso-espace dans une classe de primaire. Les élèves travaillant par groupes de trois ou quatre, nous étudions chaque groupe séparément. L'étude pour un groupe donné suit toujours la même méthodologie : nous étudions les raisonnements produits en situation d'action si nous avons pu filmer le groupe considéré pendant cette phase. Sinon nous reconstituons la procédure employée à partir des éléments dont nous disposons comme les images de la caméra placée en plan large. Ensuite, nous identifions les raisonnements produits par les élèves du groupe lors de la phase de formulation.

Nous présentons ici les analyses menées avec un groupe d'élèves de fin de primaire (CM1-CM2). Ce groupe a été choisi pour plusieurs raisons : il est représentatif des raisonnements produits par les élèves de sa classe; nous disposons d'enregistrements vidéos des phases d'action et de formulation.

3. Analyses et résultats

Cette partie propose une présentation générale des résultats, suivie des phases d'action et de formulation. Nous terminons la partie avec une synthèse.

3.1 Présentation générale

Ce groupe de 3 élèves a reçu comme modèle un losange de 80 cm de côté dont un angle a pour mesure 80 degrés. Lors de la phase de dévolution, l'enseignante a indiqué une fois à l'oral que la figure représentée est un losange. La recherche se décompose en deux temps : les élèves effectuent un premier dessin qu'ils effacent pour en produire un second. Quand nous commençons à filmer le groupe, ils terminent le premier dessin. Nous disposons d'enregistrements vidéos de la fin de

la première construction, de la deuxième construction et de la phase de formulation.

Nous détaillons ici les analyses effectuées pour la phase d'action puis celles relatives à la phase de formulation avant d'en présenter une synthèse.

3.2 Phase d'action

Nous présentons les essais de construction ainsi que les analyses correspondantes.

3.2.1 Phase d'action – premier essai de construction – analyses

Les élèves dessinent trois côtés consécutifs du losange en reportant leur longueur par l'intermédiaire d'une ficelle coupée à la dimension voulue. La même ficelle est utilisée pour les trois côtés. Le quadrilatère est complété par un quatrième côté, sans tenir compte de sa longueur. Ainsi, le premier objet graphique construit est un quadrilatère dont trois côtés seulement ont la même longueur que les côtés du modèle. Les diagonales ne sont pas représentées.

En ce qui concerne les raisonnements, nous notons l'identification de caractéristiques géométriquement significatives du modèle que doit satisfaire l'objet graphique produit. Cependant, seule une partie des caractéristiques du modèle est prise en compte : les élèves ne contrôlent ni la longueur du quatrième côté dessiné ni la longueur d'une diagonale. Ils n'effectuent pas non plus de report d'angle. Par ailleurs, une vision 2D semble prédominer.

Nous notons également une adaptation des schèmes d'usage de la ficelle qui est employée pour construire des côtés isométriques à un côté du modèle (M - 2).

Une connaissance est utilisée implicitement : trois côtés du modèle sont isométriques.

Le dessin achevé, une élève se relève, se déplace d'environ un mètre et observe la production. Elle remet alors en cause la validité de ce dessin : « Heu, y'a un côté un peu plus écarté que l'autre ».

Concernant les raisonnements, il y a interprétation des rétroactions du milieu au niveau M - 2 après un contrôle visuel de la forme globale du dessin (vision 2D).

Du point de vue des signes, le terme « écarté » relève du langage spatial.

À l'aide d'une ficelle les élèves comparent la longueur de la petite diagonale de leur dessin avec celle du modèle. Les longueurs ne sont pas isométriques. Les élèves concluent qu'ils ont fait un mauvais usage de la ficelle.

Il y a interprétation des rétroactions du milieu après un contrôle instrumenté de l'isométrie entre une diagonale du dessin et la diagonale correspondante du modèle. Le raisonnement afférent se situe au niveau (M - 2). La non-conformité du dessin est imputée à une erreur de mesurage, sans remise en cause de la procédure de construction. Nous notons toutefois une évolution dans les connaissances en jeu dans la mesure où une nouvelle caractéristique du modèle est prise en compte.

Par ailleurs, nous notons une adaptation des schèmes d'usage de la ficelle qui est employée pour comparer des longueurs (M - 2).

Les élèves effacent le dessin et entreprennent alors une nouvelle construction.

3.2.2 Phase d'action – deuxième essai de construction – analyses

Les principales étapes de la construction sont représentées ci-dessous. Nous nommons les points par souci de clarté. Sur les dessins des élèves, les points ne sont pas nommés.

Tableau 2. Les étapes de construction pour le deuxième essai

Étape 1.	Étape 2.	Étape 3.	Étape 4.

Étape 1. Les élèves utilisent l'équerre pour tracer deux droites perpendiculaires. Parmi les échanges qui accompagnent leur action nous notons :

El1 : On va tracer deux droites perpendiculaires

El2 : Ah oui, il faut l'équerre[...]

El1 : Il faut tracer deux droites perpendiculaires pour faire un losange.

Du point de vue des raisonnements, il y a explicitation de l'organisation générale des actions au niveau (M - 1). Cette organisation prend en compte les caractéristiques du modèle (M - 1). L'artéfact idoine (l'équerre) est désigné (M - 2). Une connaissance du répertoire de construction est mobilisée et transférée dans le méso-espace en référence à l'objet géométrique en jeu. Elle mobilise l'identification d'éléments 1D et leur relation, et dénote une décomposition instrumentale du modèle à reproduire. S'agissant des signes produits, un langage géométrique adapté est utilisé.

Étape 2. À partir de marques sur le tasseau, les élèves s'apprêtent à reporter la longueur d'une diagonale du modèle sur une des droites perpendiculaires déjà représentées.

El1 : Il faut tracer de jusque-là à en bas [L'élève montre une marque sur le tasseau puis une de ses extrémités].

El2 : Attends, attends, la moitié. Ça c'est pas la moitié. [L'élève montre le point d'intersection des deux droites].

Du côté des raisonnements, les élèves identifient et verbalisent une caractéristique du modèle que doivent satisfaire les objets graphiques qu'ils s'apprêtent à dessiner (M - 2). La connaissance sous-jacente est une propriété du losange : le point d'intersection des diagonales d'un losange est le milieu d'une diagonale. Concernant les signes, le point d'intersection des deux droites est désigné par un geste. La formulation orale qui accompagne ce geste emploie le terme « la moitié » en lieu et place du terme « milieu ».

Étape 3. Pour rendre compte de cette étape, nous nommons I, le point d'intersection des deux droites dessinées. Nous nommons A et B les extrémités du segment en construction.

Les élèves utilisent la ficelle pour comparer les longueurs IA et IB des demi-diagonales. Ils ajustent la position du tasseau jusqu'à obtenir l'égalité $IA = IB$ et verbalisent en désignant le point I : « C'est au milieu ».

Étape 4. Ils procèdent de même pour la seconde diagonale et valident « C'est pile-poil ».

Pour ces deux étapes, s'agissant des raisonnements, des caractéristiques géométriquement signifiantes du modèle sont prises en compte pour produire des objets graphiques (M - 2). Nous notons, comme précédemment, une adaptation des schèmes d'usage de la ficelle qui est employée pour comparer des longueurs (M - 2). La connaissance sous-jacente à cette construction est une propriété du losange : le point d'intersection des diagonales d'un losange est le milieu de chacune d'entre elles. Dans les signes produits nous observons des gestes en lien avec l'action instrumentée et l'usage de la langue naturelle pour valider le dessin produit. Le point d'intersection des deux droites dessinées est désigné par les élèves par des gestes déictiques accompagnés de l'emploi de termes spatiaux « C'est au milieu ».

Étape 5. Les élèves terminent par la représentation des côtés du losange.

3.2.3 Bilan de la phase d'action

Durant cette phase d'action, des raisonnements variés sont produits relevant du milieu objectif comme du milieu de référence. Lors du premier essai de construction, les raisonnements se situent au niveau du milieu objectif. Le dessin achevé, l'interprétation des rétroactions après un contrôle visuel global amène les élèves à invalider le dessin produit et à remettre en cause leur technique de mesurage. Lors du deuxième essai de construction des raisonnements variés, qui relèvent du milieu objectif et du milieu de référence sont observés : identification et verbalisation de caractéristiques que doivent satisfaire les objets graphiques produits (M - 2), organisation générale des actions en lien avec les caractéristiques du modèle (M - 1). Du point de vue des connaissances, nous notons également une évolution entre les deux essais de construction. Tandis que le premier dessin est un contour fermé de la figure qui évoque une vision 2D et ne considère qu'une partie des propriétés du modèle, le second nécessite l'identification d'éléments 1D et leur relation et prend en compte l'ensemble des propriétés nécessaires et suffisantes à la reproduction du modèle. Le regard porté par les élèves sur le dessin semble avoir évolué d'une vision iconique à une vision non iconique au sens de Duval (2005).

L'organisation de cette seconde construction correspond à une procédure présentée en classe le matin et qui prend appui sur les propriétés des diagonales d'un losange (elles sont perpendiculaires, leur point d'intersection est le milieu de chacune d'entre elles). Notons que cette construction du matin utilise en acte la réciproque de la propriété citée : tracer deux droites perpendiculaires, placer deux points symétriques à même distance du point d'intersection sur l'une, faire de même sur l'autre, et joindre les quatre points pour obtenir un losange.

Concernant les signes produits, les élèves accompagnent leur action d'échanges en langage mathématique ou spatial qui témoignent de leur appropriation de cette procédure. Des éléments 1D et leur relation sont évoqués dans un langage géométrique adapté tandis que les éléments 0D sont désignés par des gestes déictiques complétés par des termes spatiaux.

3.3 Phase de formulation

Nous présentons dans cette partie les analyses liées à la phase de formulation.

3.3.1 Phase de formulation - analyses

L'exposé de leur procédure à la classe par ce groupe dure 2 min 55 s. Nous présentons ici uniquement la partie des échanges en lien avec l'explicitation de cette procédure.

El1 : Heu, en fait on a pris la, enfin heu ici. On a pris la longueur avec le, le [montre le tasseau du doigt] //

Du point de vue des raisonnements, l'élève verbalise une prise d'information sur le modèle à partir d'un artefact (M - 2). Concernant les signes produits, les gestes apportent des informations complémentaires au discours.

Ens : la longueur de quoi?

Par son questionnement l'enseignante incite l'élève à désigner l'objet graphique évoqué non pas par geste mais par l'emploi d'un terme adapté.

El1 : De, de, enfin la longueur de la//

El2 : Diamètre

Dans cet extrait, s'agissant des signes, l'élève interrogé ne parvient pas à désigner oralement l'objet graphique en jeu. Un autre élève, que nous notons El2, répond. Il emploie le terme géométrique « diamètre » qui qualifie une unité figurale 1D mais n'est pas correct dans le contexte.

Ens : Le diamètre c'est pour les cercles.

El1 : Après //

Ens : On a pris les longueurs des?

El1 : Des, de//

Ens : La mesure des longueurs des?

El1 : Diamètre.

Ens : Diagonales. Diamètre c'est pour les cercles [...]

El1: Diagonales

L'enseignante renouvelle sa demande de désigner plus précisément l'objet graphique en jeu. En réponse, les élèves utilisent à deux reprises le terme géométrique « diamètre » qui ne correspond pas à l'attendu. Le terme géométrique « diagonale » a du mal à émerger du discours des élèves, c'est l'enseignante qui le formule.

Nous notons que le terme « diagonale » désigne une unité figurale de dimension 1 en lien avec son appartenance au losange, unité figurale de dimension 2. À l'étape de la construction évoquée par les élèves, ce losange n'est pas encore dessiné.

Ens : Ensuite?

El1 : Après, on l'a tracé, après on a fait, ben on a trouvé le milieu de, de notre //

Relativement aux raisonnements, il y a verbalisation des actions (M - 2). Du point de vue des connaissances, le milieu de la diagonale est évoqué.

En ce qui concerne les signes, l'énonciation : « On l'a tracé » évite de nommer l'objet en question. La difficulté de désignation par l'emploi du terme « diagonale » persiste.

Ens : Diagonale

El1 : Diago, diagonale et du coup après on a tracé, du coup ça a formé deux, deux droites perpendiculaires.

S'agissant des raisonnements, nous notons la formulation d'une caractéristique de l'objet graphique (M - 1). La connaissance en jeu est la perpendicularité des diagonales d'un losange. La formulation employée par l'élève peut laisser penser que la perpendicularité des droites est le fruit du hasard alors que nous avons vu que cette construction a été anticipée. En ce qui concerne les signes, l'élève reprend l'expression « droites perpendiculaires » qui a été utilisée par le groupe pendant la phase d'action. Les termes géométriques sont ici utilisés à bon escient. Ils désignent deux unités figurales 1D par l'intermédiaire de leur relation et correspondent au statut de ces éléments figuraux au moment où ils ont été dessinés.

Ens : Très bien.

El1 : Et après on a, enfin, vu que ça, ça prenait ça et ça [montre les sommets], on les a rejoins et ça fait une//

Du point de vue des raisonnements, il y a verbalisation de l'action. Nous notons dans les signes produits de nombreux gestes déictiques qui accompagnent le discours pour désigner des objets graphiques 0D qui ne sont pas nommés.

Ens : Vous avez relié les extrémités des segments, ça faisait le losange. C'était la stratégie montrée ce matin.

3.3.2 Bilan de la phase de formulation

Les raisonnements produits durant cette phase de formulation dénotent le milieu objectif et le milieu de référence. Nous identifions la verbalisation d'actions (M - 2), l'explicitation de l'organisation des tâches ainsi que la formulation d'une caractéristique de l'objet graphique (M - 1).

Du côté des connaissances, les élèves utilisent en acte la réciproque des propriétés caractéristiques des diagonales d'un losange : elles sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Cette formulation condense en fait trois propriétés : les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, leur point d'intersection est le milieu de l'une, il est aussi le milieu de la seconde. Ces trois propriétés restent largement implicites. La perpendicularité, relation entre deux objets 1D, est évoquée tandis que le point d'intersection, objet 0D, n'est pas désigné explicitement.

En tant que signe, l'objet graphique désigné par l'élève ne renvoie pas au même objet géométrique pour l'élève et pour le professeur : l'élève y voit des droites perpendiculaires, le professeur des diagonales. Il y a ce que nous appelons une « variation temporelle de la désignation » des objets géométriques au cours de la construction. Les élèves emploient le terme géométrique qui correspond au statut de l'objet géométrique désigné au moment de sa production. Le professeur utilise le nom de l'objet géométrique visé.

3.4 Synthèse

Dans cette partie une synthèse des résultats et des analyses est proposée.

3.4.1 Une dialectique action-rétroaction

Lors de la phase d'action, l'interprétation des rétroactions du milieu conduit les élèves à invalider leur premier dessin. Comme nous l'avons anticipé dans la section 1.4.3, nous notons ici le rôle joué par la taille de l'espace. C'est le déplacement qui permet à une élève de modifier sa perception des relations spatiales entre les différents éléments du dessin et d'émettre la conjecture que ce dessin ne répond pas à l'attendu. Nous y voyons la manifestation de connaissances spatiales qui permettent un contrôle perceptif du dessin produit dans l'espace graphique. Le contrôle instrumenté que les élèves effectuent ensuite mobilise une adaptation des schèmes d'usage de la ficelle. Il amène ensuite les élèves à convoquer des connaissances récentes, mises en œuvre dans le micro-espace, pour envisager une nouvelle procédure de construction dans le méso-espace. L'identification de cette connaissance comme utile dans une nouvelle situation favorise sa mémorisation et son institutionnalisation. En effet, Allard (2015) note que l'institutionnalisation repose sur au moins deux processus : le processus de

contextualisation, décontextualisation et recontextualisation (noté PCDR) et un processus de transfert et généralisation (PTG) qui englobe un ou plusieurs PCDR. Dans un cycle de PCDR, qu'Allard (2015) associe à une situation, la connaissance est utilisée en contexte lors d'une situation d'action tandis que la phase de formulation permet sa décontextualisation. La recontextualisation peut intervenir ultérieurement, par exemple lors de phases de rappel (Allard, 2015). Les analyses effectuées montrent la mise en fonctionnement de ce processus. La situation dans le micro-espace (que nous n'avons pas développée) permet la mise en fonctionnement d'un cycle de PCDR. Lors de la situation dans le méso-espace, pour le groupe d'élèves considéré, l'interprétation des rétroactions du milieu favorise la mise en correspondance des deux situations et ainsi le déploiement d'un deuxième cycle de PCDR.

3.4.2 Des raisonnements riches

Les raisonnements des élèves ne s'expriment pas nécessairement avec un langage géométrique. Les élèves travaillent majoritairement sur des objets de l'espace sensible : c'est un dessin qui est produit. Les termes employés à propos de ce dessin relèvent parfois du langage courant, les élèves énoncent des relations spatiales perçues. Ainsi les rétroactions du milieu sont analysées d'un point de vue spatial. Par exemple, la non-conformité du premier dessin par rapport à l'attendu est exprimée en termes d'écartement. À d'autres moments, du langage géométrique est utilisé pour désigner des unités figurales 1D et leur relation. Dans les échanges (entre pairs ou à destination de l'enseignant), nous remarquons aussi le rôle important des gestes qui accompagnent ou complètent le discours oral avec des fonctions multiples (heuristique, argumentation, formulation). Ils servent en particulier à désigner les unités figurales 0D.

Cependant, les raisonnements sous-jacents sont riches, ils ont pour fonction d'organiser et justifier la construction en lien avec les relations perçues et dénotent un positionnement au niveau du milieu de référence $M - 1$. Ils sont portés par des connaissances variées souvent implicites.

3.4.3 Des raisonnements peu visibles pour l'enseignant

Ainsi, de nombreux raisonnements produits par les élèves en phase d'action et rendus visibles au chercheur par un protocole adapté ne sont pas formulés explicitement en présence de l'enseignant. Par exemple, pour le groupe observé, nous avons noté que l'adaptation d'un artéfact nouveau (la ficelle) pour comparer deux longueurs ne fait pas l'objet d'une verbalisation de la part des élèves. De même, l'essai infructueux n'est pas évoqué lors de la phase de formulation en présence de l'enseignante. Nous avons également identifié que les élèves parviennent à considérer dans l'action plusieurs propriétés du losange

simultanément, mais ils n'en rendent compte que très partiellement lors de la phase de formulation.

3.4.4 Dialectique action-formulation et questions langagières

Nous notons que les élèves du groupe étudié désignent les premiers objets construits directement ou par l'intermédiaire de leur relation avec une unité figurale de même dimension. Ils ne les désignent pas par rapport à une unité figurale de dimension supérieure (figure englobante), car celle-ci n'est pas encore représentée. Nous avons observé qu'ils conservent cette désignation une fois le dessin achevé alors que d'autres désignations seront nécessaires pour rendre compte des propriétés mathématiques de la figure englobante construite. Ainsi, le terme « diagonale » est requis pour rendre compte de certaines propriétés des quadrilatères.

Il y a ce que nous nommons une « variation temporelle de la désignation » liée à la dynamique de construction. Cette variation temporelle n'est pas spontanément perçue par les élèves. Nous y voyons un avatar de la double désignation (Duval, 2005).

4. Discussion et conclusion

Dans cet article, nous avons cherché à apporter des éléments de réponse à la question : quelles sont les caractéristiques des raisonnements produits par des élèves lors des phases d'action et de formulation d'une situation de reproduction de figure plane dans le méso-espace?

Pour ce faire, nous avons adapté le modèle d'analyse des raisonnements de Bloch et Gibel (2011) au contexte de la reproduction de figures en géométrie plane. Après avoir explicité les choix opérés pour cette adaptation (section 1.3), nous avons mis en fonctionnement le modèle présenté. Nous avons alors réalisé l'analyse des raisonnements produits en phase d'action et de formulation pour un groupe d'élèves confrontés à une situation à dimension adidactique ayant pour enjeu une reproduction de figure et issue d'une ingénierie. L'une des limites de ce travail est qu'il porte sur un seul groupe d'élèves et sur un temps relativement court d'enseignement.

Les analyses effectuées ont permis de relever certaines caractéristiques des raisonnements produits par les élèves. Ainsi nous avons mis en évidence la richesse et la diversité des raisonnements produits en phase d'action, en appui sur des connaissances spatiales. Les rétroactions du milieu et la nécessité de coopérer pour atteindre un but commun dans une action conjointe amènent les élèves à échanger pour ajuster leur action, choisir la stratégie la plus adaptée. Ces échanges conduisent à la production de raisonnements qui relèvent du milieu de référence.

Des connaissances abordées dans le contexte du micro-espace sont convoquées dans le méso-espace. Cette mise en correspondance des deux situations par l'intermédiaire de l'interprétation des rétroactions du milieu nous semble favorable à l'élaboration d'un processus de contextualisation-décontextualisation-recontextualisation (Allard, 2015) et contribue à une possible généralisation sur un temps qui dépasse celui des expérimentations. Néanmoins, les raisonnements ou connaissances mobilisés par les élèves lors de la phase d'action, et que nous avons pu identifier, ne sont pas tous explicités en présence de l'enseignante lors de la phase de formulation. Les élèves travaillent dans et sur l'espace et mobilisent pour cela des connaissances géométriques, mais aussi des connaissances spatiales, qu'ils pourraient sans doute mettre en mots, mais pour lesquelles il n'existe pas de « texte de savoir », comme le souligne Bessot (Perrin-Glorian et al., 2019, p. 127). Ainsi il n'existe pas de texte de référence pour des connaissances pourtant indispensables aux élèves et qui sous-tendent leurs raisonnements. Il nous apparaît dès lors complexe pour l'enseignant ou l'enseignante de prendre en compte les raisonnements produits par les élèves.

Par ailleurs, de nombreux travaux en didactique des mathématiques mettent en évidence une difficulté des enseignants à institutionnaliser (Butlen et al., 2009; Coulangue, 2012; Laparra et Margolinas, 2008; Houle, 2016). Dans le domaine de la géométrie, les difficultés des professeurs à prendre appui sur l'activité des élèves sont soulignées par plusieurs auteurs (Bulf et Celi, 2019; Allard et al., 2017).

Dans notre thèse nous avons analysé les raisonnements produits par l'ensemble des groupes d'élèves de deux classes de cycle 3. À partir d'une synthèse de ces analyses nous envisageons de poursuivre l'étude en cherchant à identifier quels sont les obstacles ou points d'appui potentiels rencontrés par les professeurs pour institutionnaliser des savoirs corrélés à l'activité mathématique des élèves.

Références

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions* [thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, France]. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01249807>

Allard, C., Guille-Biel Winder, C. et Mangiante-Orsola, C. (2017). De l'étude de pratiques enseignantes en géométrie aux possibilités d'enrichissement de ces pratiques : focale sur l'exercice de la vigilance didactique. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 19-45). Éditions La Pensée sauvage.

Arzarello, F. (2006). Semiosis as multimodal process. Dans L. Radford et B. D'Amore (dir.) *Sémiotique, culture et pensée mathématique* (p. 267-299). Relime.

Berthelot, R. et Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* [thèse de doctorat, Université de Bordeaux]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00414065>

Berthelot, R. et Salin, M. H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39-56.

Berthelot, R. et Salin, M. H. (1995). Un processus d'enseignement des angles au cycle III. *Grand N*, 56, 69-116.

Bessot, A. (2011). L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations. Dans C. Margolinas et M. Abboud-Blanchard (dir.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques. Actes de la 15^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 29-56). Éditions La Pensée sauvage.

Bessot, A., Chaachoua, H. et Perrin-Glorian, M.-J. (2019). Débat sur le thème de l'enseignement de la géométrie. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 117-126). Éditions La Pensée sauvage.

Blanché, R. (1973). *Le raisonnement*. Presses universitaires de France.

Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 135-193.

Bloch, I. (2002). Différents niveaux de modèles de milieux dans la théorie des situations. Recherche d'une dialectique scientifique entre analyses théoriques et contingence. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (dir.), *Actes de la 11^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 125-139). Éditions La Pensée sauvage.

Bloch, I. (2006). *Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur* [note de synthèse pour une habilitation à diriger des recherches, Université Paris 7]. TEL. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00012153>

Bloch, I. et Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 191-228.

Brousseau, G. (1986). La relation didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309-336.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions La Pensée sauvage.

Brousseau, G. (2000). Espace et géométrie. *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des sciences de l'éducation de l'Université de Crète à Réthymnon*, 67-83.

Brousseau, G. (2012). Des dispositifs piagétien aux situations didactiques. *Éducation et didactique*, 6(2), 103-129.

Brousseau, G. et Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11(2.3), 167-210.

Brousseau, G. et Gibel, P. (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problem solving situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 13-58. https://doi.org/10.1007/0-387-30451-7_2

Bulf, C. et Celi, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire – une articulation clé : gabarit-compas. *Grand N*, 97, 21-58.

Bulf, C. et Celi, V. (2019). Conceptualisation en classe de géométrie : mise à l'épreuve d'une situation et d'un cadrage théorique en termes de circulation école. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques*. *Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 241-258). Éditions La Pensée sauvage.

Butlen, D., Charles-Pézarid M. et Masselot, P. (2009). Gestes et routines professionnels, un enjeu pour intervenir sur les pratiques enseignantes. Dans A. Kuzniak, M. Artigue et N. Bednarz (dir.), *Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation*. *Actes du colloque Espace mathématique francophone*(p. 222-233). Université Cheikh Anta Diop, Sénégal.

Cabassut, R. (2005). *Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne* [thèse de doctorat, Université Paris Diderot]. TEL. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00009716>

Coulangue, L. (2012). *L'ordinaire de l'enseignement des mathématiques, Pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves* [note de synthèse pour une habilitation à diriger des recherches, Université Paris 7]. TEL. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00801863>

Douaire, J. (2006). *Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 de l'école primaire* [thèse de doctorat, Université Paris-Diderot]. TEL. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01258086>

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM*, 17, 121-138.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 5-53.

Duval, R. (2014). Ruptures et oublis entre manipuler, voir, dire et écrire. Histoire d'une séquence d'activités. Dans C. F. Brandt et M. T. Moretti (dir.) *As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática* (p. 17-38, en portugais et 227-251 en français). Éditions Unijui.

Gibel, P. (2008). Analyse en théorie des situations d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 13, 5-39.

Gibel, P. (2015). Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Éducation et didactique*, 9(2), 51-72. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2278>

Gibel, P. (2018). *Élaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques* [note de synthèse pour une habilitation à diriger des recherches, Université de Pau et des Pays de l'Adour]. TEL. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01919188>

Gibel, P. et Blanquart-Henry, S. (2017). Favoriser l'appropriation des propriétés géométriques des quadrilatères à l'école primaire : étude d'une situation d'apprentissage dans le méso-espace. *Revue des sciences de l'éducation*, 43(1), 37-84.

Houdement, C. (2007). À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères IREM*, 67, 70-84.

Houdement, C. (2019). Le spatial et le géométrique, le yin et le yang de l'enseignement de la géométrie. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 19-45). Éditions La Pensée sauvage.

Gauthier, J. (2015). *Enseignement de la géométrie en première secondaire et conceptions d'élèves : une oscillation entre la perception, la mesure et la théorie* [thèse de doctorat, Université de Montréal]. Papyrus. <https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/13047>

Houle, V. (2016). Situations misant sur l'abstraction de régularités mathématiques pour favoriser la liaison entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Dans A. Adihou, J. Giroux, D. Guillemette, C. Lajoie et K. Mai Huy (dir.), *La diversité des mathématiques : dimensions sociopolitiques, culturelles et historiques de la discipline en classe. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 84-94). Université d'Ottawa.

Jeannotte, D. et Corriveau, C. (2015). Utilisation d'un matériel symbolique en 3^e année du primaire : une analyse des raisonnements mathématiques des élèves et de leur accompagnement. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit et C. Lajoie (dir.), *Regards sur le travail de l'enseignant de mathématiques. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 119-129). Université de Sherbrooke.

Laparra, M. et Margolinas, C. (2008). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. Des effets de la transparence des objets de savoir. *Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation*. HAL. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00779656>

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. Dans C. Margolinas (dir.), *Les débats de didactique des mathématiques* (p. 89-102). La Pensée sauvage.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques? *Revue française de pédagogie*, 188, 13-22.

Mathé, A.-C. et Mithalal, J. (2019). L'usage des dessins et le rôle du langage en géométrie : quelques enjeux pour l'enseignement. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques* (p. 47-85). Éditions La Pensée sauvage.

Mathé, A. C., Barrier, T. et Perrin-Glorian, M. J. (2020). *Enseigner la géométrie élémentaire. Enjeux, ruptures et continuités*. Academia - L'Harmattan.

Mercier, A. (1997). Le milieu et la dimension adidactique des relations didactiques. Dans J. Brun et F. Conne (dir.), *Analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive* (p. 5-23). Institut de recherche et de documentation pédagogique.

Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques* [thèse de doctorat, Université Joseph Fourier]. TEL. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00004579/>

Perrin-Glorian, M.-J. et Godin, M. (2014) De la reproduction de figures géométrique avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-École*, 222, 23-36.

Perrin-Glorian, M.J. et Godin, M. (2018) *Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*. HAL. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2>

Perrin-Glorian, M.-J. et al. (2019). Débat sur le thème de l'enseignement de la géométrie. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques*. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques (p.117-126). Éditions La Pensée Sauvage.

Petitfour, É. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage. Étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6^e* [thèse de doctorat, Université Paris-Diderot]. TEL. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01228248>

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

Soury-Lavergne, S. et Maschietto, M. (2019). Connaissances géométriques et connaissances spatiales dans les situations didactiques avec la technologie. Dans S. Coppé et É. Roditi (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques*. Actes de la 19^e École d'été de didactique des mathématiques (p. 87-116). Éditions La Pensée sauvage.

Textes des programmes, documents d'applications

Ministère de l'Éducation nationale. (2015) *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4)*. Éduscol.

Ministère de l'Éducation nationale. (2018) *Modification des programmes d'enseignement du cycle de consolidation : Bulletin officiel n° 30 du 26 juillet 2018*.