Émergence de signes personnels chez des élèves de 3e secondaire dans un contexte d'interprétation graphique avec le capteur de distance CBR

Valériane PASSARO
Université du Québec à Montréal
passaro.valeriane@uqam.ca
Mireille SABOYA
Université du Québec à Montréal
saboya.mireille@uqam.ca
Fabienne VENANT
Université du Québec à Montréal
venant.fabienne@uqam.ca

Résumé : L'interprétation graphique occupe une place importante au sein du processus de modélisation de situations réelles. Cette interprétation repose sur l'articulation entre les représentations sémiotiques impliquées et l'expérience concrète. Dans cet article, nous proposons une analyse des signes personnels qui ont émergés chez des élèves de 3e secondaire (14-15 ans) lors de l'étude du déplacement d'une personne appréhendée à l'aide d'un capteur de distance (CBR). L'analyse de ces signes dans le discours révèle les défis rencontrés pour interpréter les variations de vitesse représentées par des changements d'allure du tracé graphique. Les modulations d'expression langagière montrent comment les élèves font face à ces difficultés et permettent d'anticiper les défis subséquents à considérer lors de l'orchestration du passage aux signes mathématiques.

Mots clés : interprétation graphique, modélisation, médiation sémiotique, signes personnels, embodiement

Emergence of personal signs in Grade 9 students in a context of graphic interpretation using a CBR distance sensor

Abstract: Graphic interpretation occupies a prominent role in the process of modeling real situations. This interpretation is based on the connection between semiotic

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2023, *Numéro thématique 1* (Tome 2), p. 66-105. https://doi.org/10.71403/4edt0p77

representations and concrete experience. This article proposes an analysis of the personal signs that emerged in grade 9 (14-15 years old) pupils when examining the movements of individuals tracked using a distance sensor (CBR). Analysis of these signs in speech reveals the challenges of interpreting the speed variations represented by changes in the pace of plotting. Modulations in language expression show how students respond to these challenges and help anticipate subsequent challenges to take into account when managing the transition to mathematical signs.

Key words: graphic interpretation, modeling, semiotic mediation, personal signs, embodiment

Introduction

Dans le programme de formation de l'école québécoise, l'étude des fonctions occupe une place importante en mathématiques au 2e cycle du secondaire (élèves de 14 à 17 ans). Cette étude vise à explorer des tâches permettant à l'élève de comprendre le monde qui l'entoure et donc à développer des habiletés en modélisation de situations réelles; une approche qui favorise aussi la mise en place de liens entre les mathématiques et les sciences à travers le traitement de données issues d'expériences (Choquette, 2009). Dans le processus de modélisation de situations fonctionnelles, différentes représentations se côtoient, mais les liens entre elles ne sont pas perçus d'emblée par les élèves (Choquette, 2009; Janvier, 1987; Gagatsis et al., 2006; Knuth, 2000). Il apparait donc nécessaire de concevoir des situations didactiques permettant spécifiquement d'articuler différentes représentations. Dans cette optique, nous avons conçu et expérimenté des tâches visant l'articulation d'une situation concrète et du graphique représentant la relation entre deux grandeurs mises en jeu dans cette situation à travers l'utilisation d'un capteur de distance CBR (Computer-based Ranger)[1].

Pour mieux comprendre les enjeux de cette articulation chez des élèves débutants, nous cherchons à dégager les signes personnels (Bussi et Mariotti, 2008) émergeant dans l'action lors d'un travail en équipe. L'identification de ces signes s'avère essentielle pour la planification de l'orchestration du passage aux signes mathématiques. Dans cet article, nous nous concentrons sur l'analyse des signes personnels d'élèves de 3e secondaire (14-15 ans) dans le cadre de tâches expérimentales avec l'outil CBR suscitant la coordination du déplacement d'une personne face à un capteur de distance et de la représentation graphique de la distance entre ce capteur et la personne en fonction du temps. Nous prenons cette

---

[1] La version utilisée dans les expérimentations relatées dans cet article est le CBR 2™ produit par *Texas Instrument*©. La prise en charge par l'ordinateur des données collectées par le capteur est effectuée par le logiciel Logger Lite de Vernier Software and Technology.

analyse des signes personnels comme témoin des enjeux d'articulation de registres impliqués dans le processus d'interprétation graphique.

1. Problématique

Nous explorons l'interprétation graphique qui est une activité mathématique posant des difficultés aux élèves. Le contexte de la modélisation de situations concrètes est l'approche que nous privilégions. Cette approche permet en effet d'ancrer la situation dans l'expérience sensible pouvant même se concrétiser par la mise en action du corps en entier. C'est notamment cette possibilité qu'offre le CBR choisi comme outil de médiation sémiotique.

1.1 Interprétation graphique

Dès la fin des années 1970, plusieurs chercheurs mirent en exergue les difficultés rencontrées par les élèves relativement à l'interprétation graphique dans le contexte de l'étude des fonctions réelles (Beichner, 1994; Janvier,1978, 1981, 1987; Leinhardt et al., 1990; Wainer, 1992). Les origines de ces difficultés ont rapidement été associées au phénomène du passage d'une représentation à une autre (Brasel et Rowe, 1993; Duval, 1993; Janvier, 1987). En effet, chez ces auteurs, le processus observé est celui de l'interprétation de graphiques impliquant le décodage de signes graphiques auxquels on doit donner un sens dans le contexte de la situation représentée.

Le graphique, comme tracé dans un plan cartésien, est une représentation mathématique conventionnelle qui a ses signes et conventions propres. Interpréter un graphique implique, d'une part, de connaitre et reconnaitre ces signes et conventions et, d'autre part, lorsque le graphique représente une relation entre des quantités ou des grandeurs associées à un contexte extramathématique, d'établir le lien entre les signes graphiques et les éléments de la situation (Passaro, 2007). Ce passage du graphique à la situation peut être observé à travers la lunette des conversions entre registres de représentation sémiotiques (Duval, 1993, 1995). La conversion d'un registre à un autre implique une mise en correspondance entre des éléments signifiants de chacun des registres. Les unités signifiantes relatives à des registres différents doivent d'abord être discriminées, puis une correspondance entre ces éléments signifiants doit être établie. Par exemple, l'interprétation graphique implique le repérage d'éléments signifiants (appelés variables visuelles) dans le registre graphique auxquels on pourra associer des éléments signifiants dans les registres de la situation (verbal et/ou figural). Cette mise en correspondance, tributaire des caractéristiques de la situation étudiée ainsi que de la non-congruence des registres, peut s'avérer complexe. La mise en correspondance des éléments signifiants des registres impliqués nécessite un traitement cognitif complexe qui ne se résume pas à l'application d'une technique.

Ainsi, l'interprétation graphique requiert une compréhension suffisante de la situation qui peut notamment être suscitée par un va-et-vient entre les différents registres. La coordination des registres permet une meilleure compréhension des situations et de leurs représentations, particulièrement en contexte de modélisation de phénomènes scientifiques (Kohler et Chabloz, 2020). Cette coordination repose sur l'observation puis l'anticipation des impacts dans le registre d'arrivée d'un changement effectué au sein du registre de départ. Généralement peu présente dans les dispositifs didactiques de la classe et laissée à la charge de l'élève, la coordination de registres peut induire des malentendus qui pourraient être évités par une utilisation plus délibérée et plus explicite (Kohler et Chabloz, 2020).

Pour Leinhardt et al. (1990), le sens donné aux éléments graphiques peut être associé à une « observation globale et générale » du tracé ou à une « observation locale et spécifique » de certaines caractéristiques de ce tracé. Le type d'interprétation graphique requis dépend principalement de la situation représentée par le graphique et des questions qu'on se pose à propos de cette situation. Par exemple, Janvier (1978) proposait de porter une attention particulière à la variation de la fonction dans une variété de situations représentées graphiquement (ex. évolution d'une population de microbes en fonction du temps, vitesse d'une voiture de course en fonction du temps, durée d'un trajet Paris-Montréal en fonction de la vitesse de l'avion, etc.). Sa proposition permettait de développer l'observation globale du graphique et renforçait la prise en compte du lien de dépendance entre les grandeurs mises en relation. L'attention portée sur la variation s'opérait à travers un questionnement particulièrement orienté permettant à l'élève d'observer le graphique dans sa globalité et de se détacher des points pour observer ce qui se passe entre ces points. Ce regard appelle à visualiser le dynamisme du phénomène réel (par ex. en observant la forme de la courbe qui représente la variation de la vitesse de la voiture de course en fonction du temps : on imagine la voiture ralentir et accélérer, on la voit mentalement parcourir la piste, voir figure 1).

L'exploitation de contextes extramathématiques ou scientifiques permet d'enrichir l'activité d'interprétation graphique (Beichner, 1994), notamment parce qu'elle permet le recours au langage naturel qui joue un rôle important dans le passage d'un mode de représentation à un autre – les mots favorisant la mise en correspondance entre des éléments de chacune de ces représentations (Janvier, 1987). Cette mise en contexte apporte toutefois son lot de difficultés dans la mesure où on ne sait pas ce que ce contexte évoque chez l'élève (Janvier, 1981). La confusion entre la représentation graphique de la relation entre deux grandeurs dans une situation donnée et la représentation d'un objet de la situation est fréquente. Janvier (1983) parle d'interférence du mode source dans le mode cible dont l'exemple le plus connu est celui de la piste de course (voir figure 1).

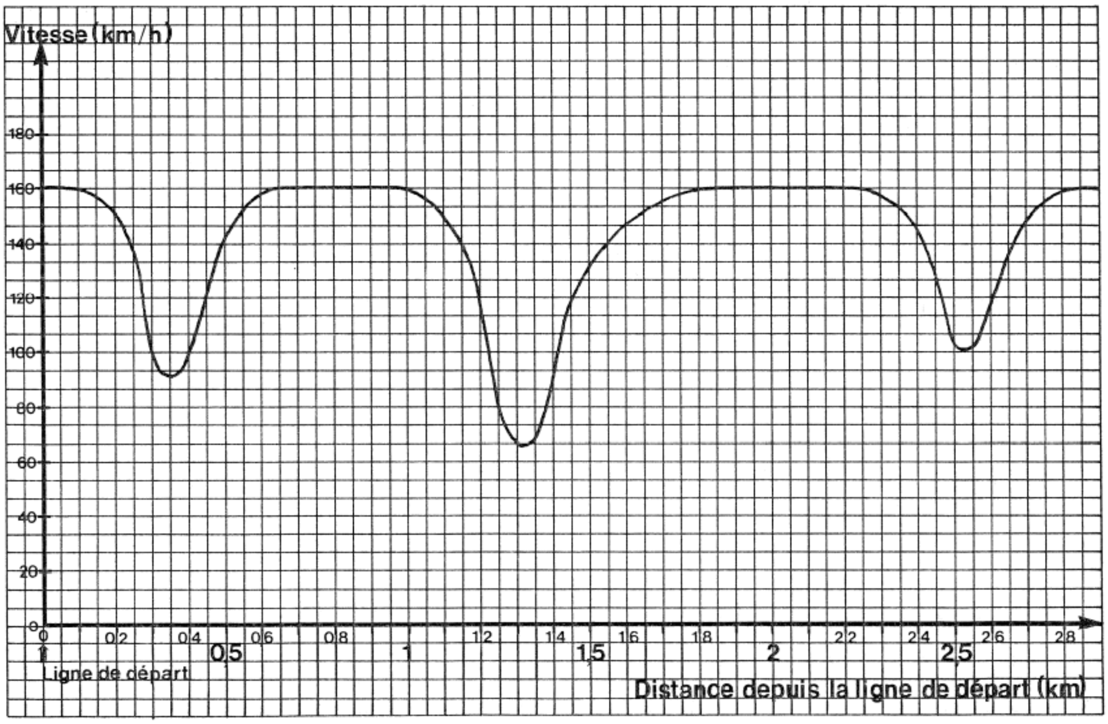


Figure 1. Graphique de la vitesse d'une voiture parcourant une piste de course en fonction du temps (tiré de Janvier, 1983)

La source est la représentation de la piste alors que la cible est le graphique représentant la variation de la vitesse d'une voiture qui parcourt la piste en fonction du temps. On demande aux élèves de déterminer le nombre de virages que comporte la piste, puis de choisir la bonne piste. L'erreur la plus fréquente commise par les élèves (15 à 30 % selon le niveau scolaire) est de considérer que la piste doit avoir neuf virages puisque le graphique comporte neuf « virages ». Parmi ces élèves, plusieurs vont par la suite choisir la forme de piste qui correspond à la reproduction directe du tracé du graphique (choix G, voir figure 2).

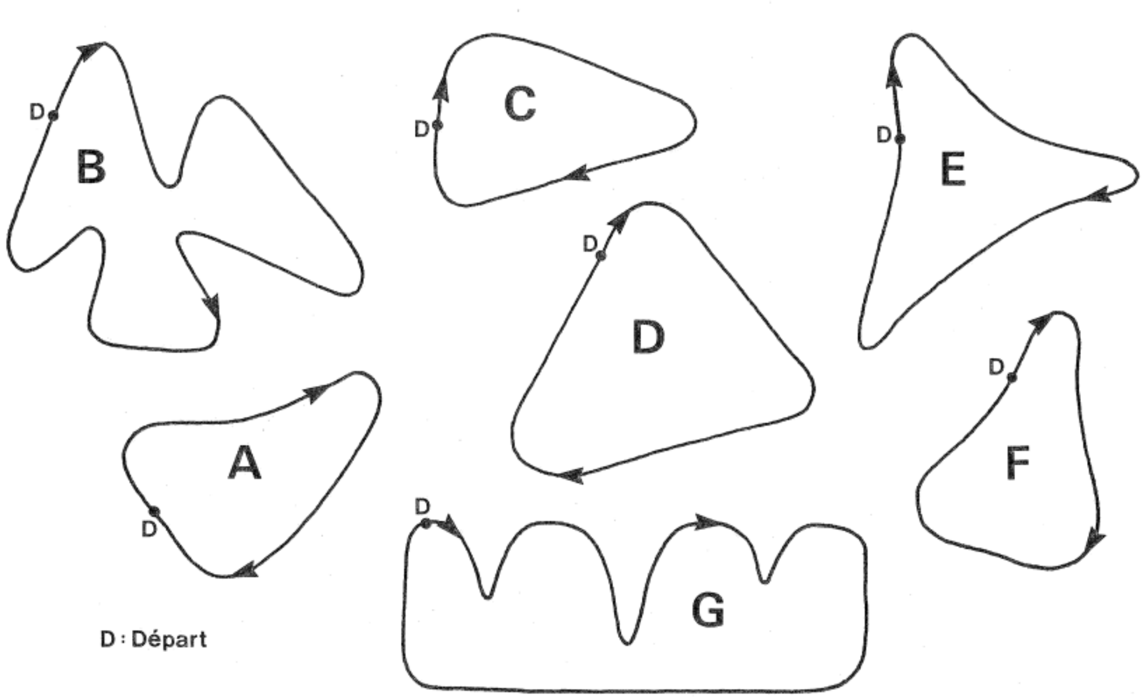


Figure 2. Choix de pistes de course (tiré de Janvier, 1983)

Cette confusion entre les différentes représentations est associée à un effet distracteur visuel du mode source (Janvier, 1993). Les élèves, au lieu de porter leur attention sur les signes graphiques permettant de comprendre la relation entretenue par les grandeurs, confèrent au graphique un statut iconique (Nemirovsky et al., 1998). Contextualiser ne suffit donc pas à favoriser l'interprétation graphique, encore faut-il que les élèves portent leur attention sur la distinction entre les différentes représentations utilisées pour traduire ce contexte et en rendre certains éléments plus apparents. Une interaction progressive entre le graphique et la situation est nécessaire (Bell et Janvier, 1981), les allers-retours entre la situation et le graphique permettant de raffiner l'interprétation.

Dans les années 2000, la recherche sur la modélisation de situations fonctionnelles en mathématiques et en sciences a pris de l'ampleur (Anastopoulou et al., 2011; Arzarello et al., 2012; Passaro, 2009, 2020; Choquette, 2009; Ellis et al., 2018; Hitt et González-Martín, 2015; Lazli, 2012; Robutti, 2006). Cet élan s'inscrit notamment dans la volonté d'ancrer les apprentissages mathématiques dans la vie réelle et de favoriser l'interdisciplinarité. Le processus de modélisation est enclenché à partir d'un contexte réel qui doit être compris; cette compréhension s'appuyant sur les représentations et perceptions individuelles de la réalité (Hankeln et Hersant, 2020). La modélisation comme pratique sociale nécessite ainsi des expérimentations en classe favorisant l'émergence de perceptions partagées à partir d'un référentiel commun. L'expérimentation présente en outre des avantages spécifiques pour l'étude de situations fonctionnelles.

1.2 La plus-value de l'expérience concrète pour l'apprentissage de la notion de fonction

La notion de fonction est à la fois riche et complexe, notamment parce qu'elle peut être vue sous différents angles (Passaro, 2020). D'un côté, l'aspect de correspondance entre deux variables se révèle plus clairement à travers la construction d'une règle algébrique ou d'une table de valeurs puisqu'on se questionne sur le lien entre les deux valeurs de chaque couple appartenant à la fonction. Ce point de vue mène à établir la définition de la fonction du type « la fonction est une relation qui, à une valeur de la variable indépendante, associe au plus une valeur de la variable dépendante ». D'un autre côté, l'aspect de covariation entre deux variables s'observe bien dans le graphique ou la table de valeurs puisqu'on se questionne sur le lien entre les variations de chacune des variables. Ce point de vue mène à une définition de la fonction comme « une relation pour laquelle la variation d'une variable indépendante entraine la variation d'une variable dépendante ». Ce deuxième aspect qui s'appuie sur les notions de dépendance et de variation est généralement privilégié lors du travail de la notion de fonction dans un contexte interdisciplinaire et expérimental. En effet, l'expérimentation de situations concrètes s'avère particulièrement intéressante pour favoriser la perception du dynamisme du phénomène observé et de la covariation entre les grandeurs (Passaro, 2007, 2015; Monk, 1992; Hitt et González-Martín, 2015). Des phénomènes physiques sont observés ou simulés de manière que le dynamisme des situations et la variation des grandeurs puissent être observés, voire contrôlés. Par ailleurs, en classe de sciences, Navarro (2012) souligne que l'expérimentation aide à la construction de la connaissance au moyen de visualisations, elle est source de motivation, d'une meilleure compréhension et assimilation des concepts et elle favorise le travail en groupe. En classe de mathématiques, Rodríguez et Quiroz (2016) précisent que l'expérimentation permet aux élèves de donner une nouvelle signification et une meilleure compréhension des notions mathématiques en jeu. En outre, l'expérimentation favorise la motivation des étudiants puisqu'ils perçoivent le lien entre les mathématiques et la vie réelle.

Finalement, des situations permettant l'engagement physique des élèves sont proposées (Carlson et al., 2002; Carlson et al., 2003; Martínez et Mejía, 2015; Nemirovsky et al., 1998; Robutti, 2006; Stylianou et al., 2005). Lorsque l'élève s'engage physiquement au sein du système observé, ce qu'on appelle l'*embodiement*, il s'imprègne de la situation. Le corps et les gestes se connectent aux activités cognitives (cognition incarnée). Dans ce contexte, les capteurs de distance font partie des outils privilégiés par les enseignants et les chercheurs (Carlson et al., 2002; Martínez et Mejía, 2015; Radford, 2009).

1.3 Potentiel du capteur de distance CBR

Le CBR est un outil qui permet de capter la distance entre le détecteur et un objet déterminé. Le détecteur transmet les données collectées à un ordinateur (avec l'intermédiaire éventuel d'une calculatrice graphique ou d'un appareil appelé Labquest) qui trace automatiquement le graphique de la variation de la distance au fur et à mesure que le temps passe[2]. L'usage prévu de l'outil est éducationnel, il est indiqué dans le mode d'emploi (Texas Instrument inc., 1997) que :

> Le CBR permet d'explorer les relations scientifiques et mathématiques existant entre distance, vitesse, accélération et temps. Pour cela, on utilise les données collectées pour résoudre les exercices proposés. Les élèves peuvent ainsi étudier les concepts mathématiques suivants :
>
> - mouvement : distance, vitesse, accélération
> - représentation graphique : axes des coordonnées, pente, intersections
> - fonctions : linéaires, quadratiques, exponentielles, sinusoïdales
> - calculs : dérivées, intégrales
> - analyse statistique des données : méthodes de collecte de données, analyse statistique. (p. 2)

Ainsi, pour capter la variation de la distance, soit on déplace le capteur, soit on déplace l'objet. Dans les activités que nous proposons à la section 3, les élèves sont invités à se déplacer face au capteur, comme illustré sur la figure 3.

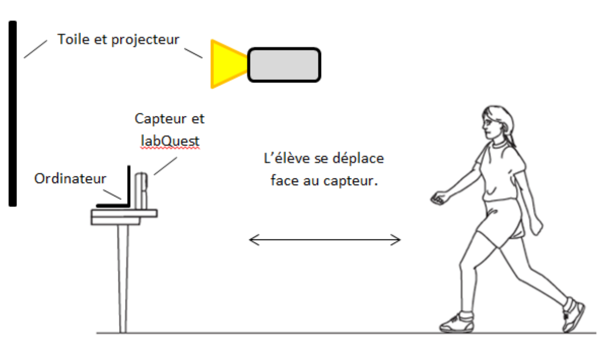


Figure 3. Dispositif d'utilisation de l'outil CBR

---

2 Notez que l'outil permet une étude plus large de l'étude du mouvement puisqu'il est possible d'afficher les graphiques de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps. Il est aussi possible d'afficher les données collectées sous forme d'une table de valeurs.

Le CBR est un outil particulièrement intéressant pour travailler le sens du graphique (Arzarello et Robutti 2004; Martínez et Mejía, 2015; Robutti, 2006). En prenant en charge le traçage, il assure une simultanéité entre le déroulement de la situation concrète (le déplacement) et la construction de sa modélisation mathématique (le graphique). Le CBR se constitue en interface permettant l'objectivation non seulement de la situation fonctionnelle (position en fonction du temps), mais aussi de sa représentation graphique. L'élève peut s'appuyer sur ses sens, ce qu'il ressent lors du déplacement, et ce qu'il voit s'afficher simultanément et dynamiquement sur l'écran, pour coordonner la situation concrète et le graphique qui la modélise. Il s'appuie sur son expérience physique pour former une image mentale de la relation qui unit la distance et le temps. Engager les élèves dans la simulation du phénomène étudié constitue une manière de bonifier la création d'images mentales, la compréhension du phénomène et l'intuition quant à la relation entretenue par les grandeurs étudiées (Carlson, 2002; Tall, 2006). L'outil CBR permet la construction d'activités sollicitant les critères d'engagement moteur et d'immédiateté (simultanéité entre l'expérience et la représentation graphique) (Duijzer et al., 2019; Johnson-Glenberg et al., 2014). L'activité cognitive est ancrée dans l'expérience physique (*embodiement*), le corps entier étant mis en action et prenant place au sein de l'environnement expérimental. Les élèves deviennent eux-mêmes un élément du système à modéliser. De plus, inclure le mouvement propre de l'apprenant dans l'activité d'apprentissage aide à modifier les représentations individuelles et à soutenir un dialogue constant entre le concret (ici le mouvement) et l'abstrait (ici la représentation mathématique) (Anastopoulou et al., 2011). Le mouvement physique peut supporter la création et la mise à l'épreuve d'hypothèses que l'apprenant peut tester. C'est ainsi que des associations entre les signes graphiques et les caractéristiques du déplacement peuvent se construire.

Par ailleurs, les représentations graphiques qui représentent des situations dynamiques sont fondamentales pour l'étude des mathématiques et des sciences. L'absence d'une compréhension solide de représentation graphique peut nuire à l'apprentissage du taux de variation et du calcul différentiel (Glazer, 2011). La construction d'activités exploitant l'outil CBR peut permettre ainsi de concrétiser ce dynamisme et de développer un premier référentiel pour l'étude des notions de distance, temps, vitesse et accélération, ainsi que les liens entre ces grandeurs sur lesquels prend appui l'étude du calcul différentiel (Anderson et Wall, 2016; Passaro, 2015, 2020; Robutti, 2006).

1.4 Synthèse et objectifs généraux de la recherche

Interpréter un graphique est un processus complexe qui implique, d'une part, le repérage de signes graphiques selon un objectif spécifique (que veut-on tirer comme information du graphique donné?) et, d'autre part, l'attribution d'une signification à ces signes en fonction du contexte de la situation représentée. L'un des facteurs de complexité de ce processus réside justement dans l'interdépendance entre la représentation et la situation représentée, d'où l'orientation des travaux de recherche depuis plusieurs décennies sur des approches impliquant la modélisation de situations réelles et permettant le développement des liens de signification entre différents registres de représentation. Dans cette veine, quelques auteurs mettent à l'épreuve des activités avec l'outil CBR afin de développer la compréhension des représentations graphiques de fonctions. C'est le cas notamment de Martínez et Mejía (2015) qui se sont intéressés aux significations construites par des élèves de 15-16 ans à propos des représentations graphiques de fonctions sinusoïdales modélisant divers phénomènes réels (déplacement du corps et mouvement d'un pendule). Ils soulignent que, par l'entremise du travail avec le CBR, les élèves ont réussi à associer l'effet de paramètres (comme la période et l'amplitude) dans la situation réelle (un phénomène périodique) et dans la représentation graphique. Cette association ne s'est toutefois pas avérée simple et a demandé un grand nombre d'essais de la part des élèves. Les auteurs ne s'attardent alors pas à expliciter la nature de ces différents essais et leur évolution vers une association réussie entre la situation réelle et sa représentation graphique. Pourtant, il nous parait crucial de comprendre comment le CBR peut agir comme outil de médiation sémiotique lors de ces différents essais et de repérer les signes personnels des élèves afin d'envisager le potentiel de l'exploitation de telles situations en classe.

Précédemment, nous avons créé une série de tâches impliquant l'usage de l'outil CBR et visant l'articulation d'une situation réelle et d'une représentation graphique de cette situation (Passaro et al., 2019; Passaro et al., 2020). Dans le présent article, nous proposons une analyse de l'activité mathématique des élèves lors de l'expérimentation de ces tâches en classe. L'importance des signes, le caractère social de la construction du sens ainsi que la présence d'un artefact particulier (le CBR) nous ont amenées à choisir d'observer cette activité à l'aide du cadre de la théorie de la médiation sémiotique (Bussi et Mariotti, 2008).

2. Contexte théorique : la médiation sémiotique

L'interprétation graphique implique l'articulation de représentations sémiotiques régies par des conventions. L'apprentissage de ces conventions mathématiques fait partie d'un processus beaucoup plus large que l'expérience unique de l'élève. Il s'agit d'une construction qui se produit dans l'interaction avec les autres et qui prend appui sur les représentations spontanées des élèves (Passaro, 2007; Hitt, 2004; Nemirovsky et al., 1998). Dans cet article, nous portons notre regard sur l'activité mathématique des élèves lors de l'interprétation graphique dans le contexte d'une expérimentation en classe et avec le support d'un outil technologique. Nous cherchons donc à analyser une partie du processus de médiation sémiotique.

La théorie de la médiation sémiotique (TMS) est née d'un questionnement sur le rôle cognitif des représentations, mais aussi et surtout des artefacts. L'artefact désigne ici toute structure ou phénomène d'origine humaine, depuis le langage, jusqu'aux applications numériques, en passant par des objets à manipuler, ou le papier et le crayon. La TMS reprend à son compte l'hypothèse fondamentale de Vygotsky selon laquelle l'apprentissage met en jeu un processus d'internalisation essentiellement social et dirigé par un processus sémiotique (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008). Vygotsky (1980) définit l'internalisation comme la reconstruction interne d'une opération externe. La construction des connaissances individuelles s'appuie sur des expériences socialement partagées au cours desquelles les processus externes sont transformés en ce que Vygotsky (1997) appelle des « fonctions mentales supérieures ». Étant de nature sociale, ce processus externe possède une dimension communicative qui implique la production et l'interprétation de signes (en premier lieu le langage naturel, mais aussi tout type de signes, depuis les gestes jusqu'aux systèmes sémiotiques mathématiques) dans l'espace interpersonnel (Cummins, 1996). Les signes peuvent être considérés comme des outils de médiation, permettant de soutenir la relation entre les élèves et le savoir, dans la réalisation d'une tâche. La médiation sémiotique est pensée autour de l'émergence de signes au cours de l'utilisation sociale d'un artefact pour résoudre une tâche mathématique. Ces signes sont reliés, d'une part, à la réalisation de la tâche, et donc à l'utilisation de l'artefact, et, d'autre part, au contenu mathématique visé par la tâche et qui est l'objet de la médiation sémiotique (voir figure 4).

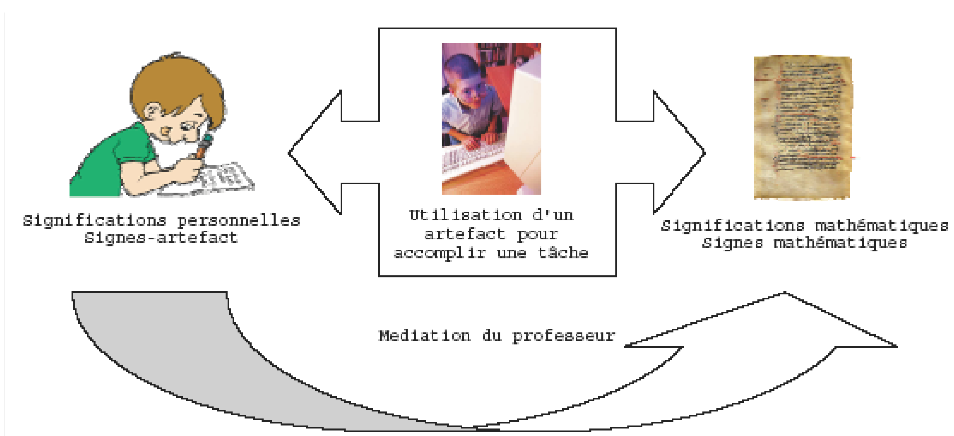


Figure 4. La médiation sémiotique selon Mariotti et Maracci (2010)

Deux systèmes parallèles de signes sont en jeu, les signes personnels, d'une part, et les signes mathématiques, d'autre part. Les signes personnels émergent de l'utilisation de l'artefact. Ces signes sont contingents à la situation, ils renvoient à des significations personnelles intimement liées aux actions exécutées avec l'artefact. Leur production est spontanée, ou explicitement requise par la tâche, et peut emprunter différents modes sémiotiques : vocaux, gestuels, graphiques, etc. Les signes mathématiques expriment, quant à eux la relation entre l'artefact et les contenus mathématiques en jeu. Ce sont des signes culturellement déterminés. Ils cristallisent les opérations menées avec l'artefact et renvoient aux significations mathématiques. La relation entre ces deux systèmes de signes, articulés au sein de l'utilisation de l'artefact, n'est ni évidente ni spontanée. Pour parvenir à des signes mathématiques communs, il est important de favoriser l'émergence de signes personnels liés à l'utilisation réelle de l'artefact, puis de favoriser leur évolution tout au long d'une chaine de significations, au cours de laquelle la référence externe s'efface peu à peu au profit de significations mathématiques, qui constituent les objectifs de l'enseignement. L'artefact joue alors un double rôle, à la fois comme outil pour accomplir la tâche et comme outil de médiation sémiotique pour atteindre un objectif didactique. Pour que cette fonction sémiotique de l'artefact soit activée, la séquence didactique doit présenter certaines caractéristiques que Bartolini Bussi et Mariotti (2008) décrivent comme un cycle didactique mettant en jeu trois phases de mise en relation des signes personnels et mathématiques (voir figure 5).

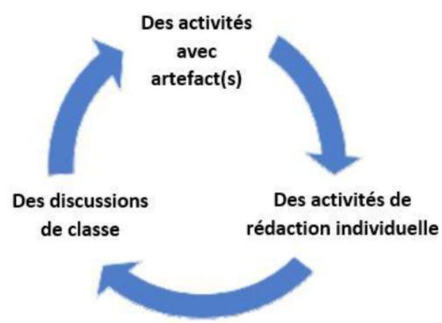


Figure 5. Le cycle didactique (tiré de Mariotti et Maffia, 2018)

Au début de chaque cycle, les activités avec l'artefact favorisent l'émergence de signes personnels spécifiques ancrés dans l'utilisation de l'artefact. Cette phase se réalise en équipe, pour promouvoir les échanges sociaux et susciter le recours à des modes sémiotiques variés (gestes, mots, schémas, sons…). Ces activités sont suivies par un temps de productions écrites (récit d'expérience ou formulation de résultats mathématiques) destinées à être partagées et discutées. Cette phase vise à provoquer l'émergence de signes graphiques qui, par leur nature même, commencent à se détacher de la contingence de l'action située. Les signes produits lors de cette phase permettent de nourrir la troisième phase, dite de discussion mathématique, destinée à la production collective de signes.

À chaque étape du cycle didactique, l'action de l'enseignant est primordiale, notamment pour orchestrer le travail des élèves, aussi bien du point de vue instrumental que sémiotique. La dimension instrumentale de cette orchestration sous-tend, tout au long de l'activité, l'organisation intentionnelle des artefacts et des acteurs afin d'assister les genèses instrumentales des élèves (Trouche, 2005 et permettre que leur usage de l'artefact se constitue effectivement en instruments de travail mathématiques. Dans notre projet, l'organisation intentionnelle est incluse dans la conception des tâches qui est présentée à la section suivante. De plus, dans cet article nous nous concentrons sur l'analyse de l'activité des élèves pour des tâches durant lesquelles l'orchestration par l'enseignante est minimale. Ainsi, bien que les actions de l'enseignante jouent un rôle clé dans le cycle didactique complet, nous choisissons de placer une loupe sur un aspect particulier de ce cycle à un moment précis. Cette loupe est indispensable pour tirer l'information fine recherchée. Nous n'intégrons ainsi pas l'analyse des actions de l'enseignante hormis ce qui a été pensé dans l'organisation intentionnelle décrite dans la section suivante.

À la lumière de ce contexte théorique, nous pouvons reformuler les objectifs énoncés en 1.4. Ainsi, nous cherchons à mieux cerner le potentiel du contexte de modélisation d'une situation réelle impliquant un outil technologique pour la construction du sens graphique chez les élèves. Nous nous intéressons plus spécifiquement aux signes personnels des élèves qui émergent dans l'action et à l'évolution spontanée de ces signes vers les signes mathématiques visés. Notre objectif est donc d'analyser finement les signes personnels des élèves et leur évolution à travers une série de tâches conçues pour stimuler les interactions entre la représentation graphique et la situation réelle avec le soutien d'un outil technologique (le CBR).

3. Repères méthodologiques et présentation de la séquence de tâches

La lunette de la médiation sémiotique nous a portées à concevoir des tâches suscitant potentiellement l'émergence de signes personnels. Nous décrivons d'abord comment l'expérimentation de ces tâches s'est déroulée en classe et comment les données ont été collectées. Ensuite, nous expliquons les fondements théoriques complémentaires ayant soutenu la conception des tâches. Finalement, les tâches ainsi que leur réalisation effective lors de l'expérimentation sont décrites.

3.1 Contexte général de l'expérimentation et modalités de la collecte de données

Une séquence de quatre tâches a été conçue par les chercheures, il s'agit d'étudier le déplacement d'une personne; on s'intéresse à la variation de la distance en fonction du temps. Le CBR, en tant qu'artefact, est envisagé comme principal outil de médiation sémiotique. Cette séquence a été expérimentée par deux enseignantes volontaires intéressées par ce sujet qui proviennent de deux écoles différentes. L'une des enseignantes intervient en 4e secondaire avec des élèves qui sont dans le profil sciences naturelles (15-16 ans), l'autre enseignante est en 3e année du secondaire avec des élèves en PRE-DEP qui est un parcours scolaire orienté vers la formation professionnelle. La séquence a été présentée à chacune des enseignantes individuellement et les documents élaborés par les chercheures avec les consignes destinées aux élèves leur ont été fournis. L'expérimentation a pris place pendant deux séances de 75 minutes chacune entre novembre 2018 et janvier 2019. Deux chercheures étaient présentes en classe pour filmer, chacune des caméras prenant des angles différents de la classe. Des enregistreurs audios ont permis d'avoir accès aux discussions de toutes les équipes. Après la première séance, les productions des élèves ont été ramassées et chercheures et enseignante ont discuté de ce que les élèves avaient produit afin de préparer la deuxième séance.

Nous avons procédé à une transcription du travail mené par chacune des équipes grâce aux enregistreurs et des captures d'écran de ce qui a été filmé et qui ont permis d'accompagner certains extraits de transcription pour mieux saisir la gestuelle et les déplacements faits par les élèves. Les productions écrites (descriptions verbales et traces sur le graphique) des élèves sont venues compléter le matériau d'analyse.

Dans ce texte, nous nous limitons à l'analyse des signes personnels exprimés dans le langage courant par les 26 élèves en 3e secondaire, élèves considérés comme faibles et démotivés. Il est à noter que dans ce groupe, en début d'année scolaire, l'enseignante avait travaillé l'étude des fonctions polynomiales de degrés 0 et 1 (fonctions affines).

3.2 Assises théoriques qui ont guidé l'élaboration de la séquence

La coordination de différents registres de représentation est incontournable pour l'interprétation graphique. Pour la conception de la séquence, nous avons pris en considération la difficulté reconnue : la complexité et la variété de conversions entre les registres de représentation sémiotiques impliqués (Duval, 1993, voir 1.1). Dans les tâches conçues, nous envisageons principalement la coordination des registres verbal et graphique. Toutefois, cette coordination s'opère dans un contexte expérimental dans lequel d'autres « registres » interviennent. En effet, dans un contexte expérimental, la situation concrète est au cœur de l'activité mathématique des élèves. Chaque situation présente toutefois ses caractéristiques propres qui peuvent être plus ou moins associées à des phénomènes physiques pour lesquels des signes sont identifiables. Par exemple, dans un contexte de cinématique, on observe un objet se déplacer et on porte notre attention sur sa position, sa vitesse, le temps écoulé, etc. L'expérience de l'étude de la cinématique fera en sorte d'orienter le regard porté sur les signes de la situation. Toutefois, dans le contexte de la modélisation de situations réelles en mathématiques, on ne s'appuie pas forcément sur l'expérience des phénomènes scientifiques. Il serait difficile de répertorier d'emblée les signes associés à chaque situation. Ainsi, les signes produits lors de l'expérimentation de la situation concrète ne peuvent a priori pas constituer un registre de représentation sémiotique au sens de Duval (1993). L'expérimentation fait plutôt appel à des signes non conventionnels qui émergent de l'interaction entre l'élève et le phénomène. Les gestes posés jouent alors un rôle crucial puisqu'ils sont directement liés aux signes perçus. Bardini et Sabena (2006) considèrent que l'expérience du déplacement revêt un statut particulier en permettant l'articulation entre les dimensions kinesthésiques et sémiotiques. Rappelons que l'engagement moteur a le potentiel de susciter l'émergence de signes personnels, objets de notre observation.

Considérant par ailleurs le rôle crucial du langage dans la coordination de la situation et du graphique ainsi que le caractère social de la construction de représentations sémiotiques, nous proposons d'envisager le processus d'interprétation graphique dans le contexte d'un travail en équipe impliquant l'expérimentation d'une situation concrète. Dans cette situation, l'expérience agit comme moyen de médiation entre la situation et le graphique en impliquant la dimension kinesthésique (*embodiement*) ainsi que les registres verbal et graphique (voir figure 6).

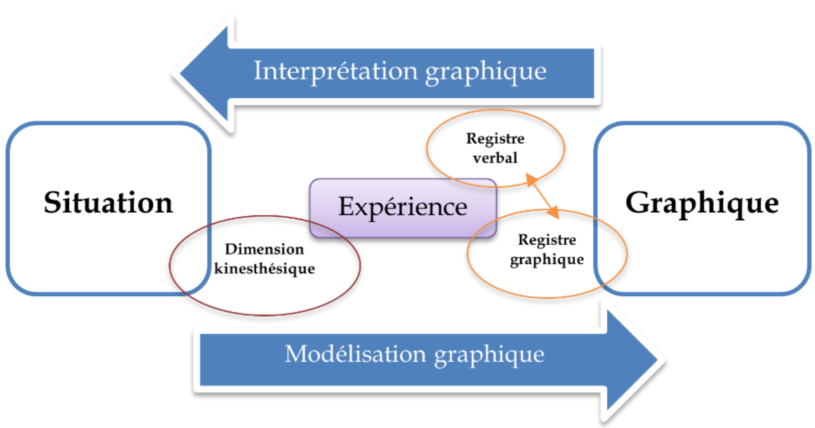


Figure 6. Modélisation et interprétation graphique dans un contexte expérimental

En cohérence avec Janvier et al. (1993), la modélisation graphique correspond au passage de la situation au graphique alors que l'interprétation graphique correspond au passage inverse. Dans la mesure où l'interprétation graphique nécessite des allers-retours entre le graphique et la situation, il nous semble important de considérer la modélisation et l'interprétation graphique comme des activités indissociables.

3.3 Présentation et réalisation des tâches

Comme indiqué précédemment, la séquence construite comprend quatre tâches. Dans les deux premières, il s'agit pour les élèves de reproduire un graphique donné en effectuant un déplacement devant le capteur CBR qui prend en charge le traçage du graphique. Ces tâches nécessitent des allers-retours fréquents entre la situation réelle (le déplacement d'une personne face au capteur de distance) et la représentation graphique (la distance entre la personne et le capteur en fonction du temps). Nous misions sur le fait que le profil inexpérimenté des élèves avec l'outil et la situation permettrait un ancrage marqué dans l'expérience et l'émergence de signes personnels variés.

L'intention de la tâche I est de laisser les élèves explorer le matériel en grand groupe. L'enseignante projette un graphique au tableau et les élèves sont invités à le reproduire en avant. Pour cela, un CBR est placé sur le bureau de l'enseignante. De plus, afin que les élèves puissent quantifier les grandeurs distance et temps, un ruban à mesurer est collé au sol (pour prélever les distances parcourues séparant la personne du capteur) et un chronomètre est mis à la disposition des élèves (pour mesurer le temps écoulé lors du déplacement). Un livre est également fourni comme surface lisse pour permettre au capteur de collecter les données.

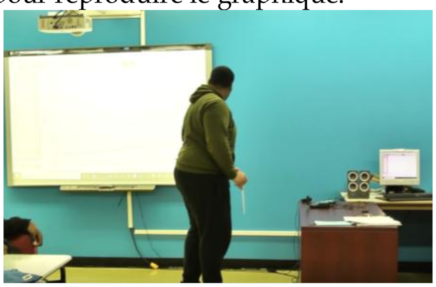
La partie du travail individuel du cycle didactique de Mariotti et Maffia (2018) présentée à la section 2 est en fait réalisée en simultané lors de la tâche I avec l'expérience « en grand groupe » durant laquelle tous les élèves qui le veulent peuvent aller faire l'expérience. Il n'y a pas vraiment de discussions, il s'agit vraiment de laisser les élèves observer, expérimenter et réfléchir. À cet égard, nous avons inclus la phase de travail personnel au sein d'une expérience collective durant laquelle il n'y a pas vraiment de prise de notes.

Pour la tâche II, les élèves se placent en équipe, la classe ayant été organisée en îlots avant le cours. Chaque équipe a le même matériel que celui disposé en avant de la classe (capteur de mouvement, chronomètre et ruban). Le tableau 1 décrit la réalisation des deux premières tâches.

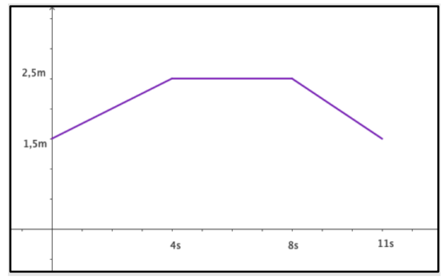
Tableau 1. Vue d'ensemble du déroulement des deux premières tâches

Tâche I : Exploration de l'outil et de la situation

Le CBR est présenté aux élèves par l'enseignante. Cette tâche est réalisée en grand groupe. L'enseignante projette un graphique au tableau de la distance par rapport au temps et demande à des élèves de venir en avant pour reproduire le graphique.

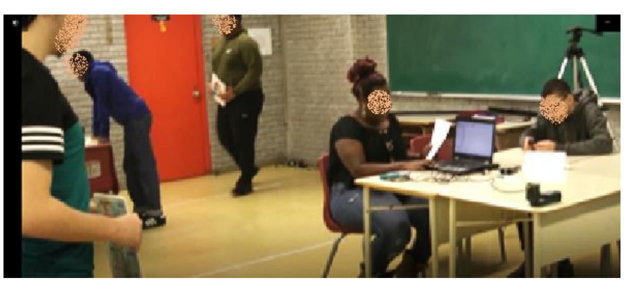


Exemple de graphique présenté :

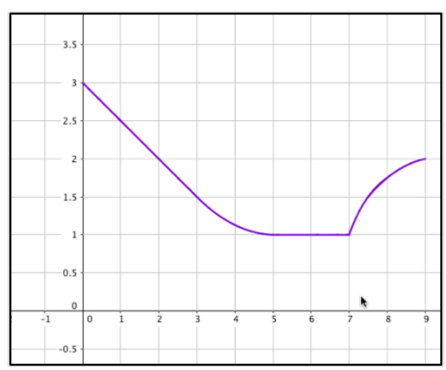


Tâche II : Interprétation graphique et production d'une description écrite

Les élèves sont placés en équipes de 3 ou 4. Un graphique est remis à chacune des équipes. Les élèves doivent écrire un texte qui décrit le déplacement que devra effectuer une personne qui souhaite reproduire le graphique. Chaque équipe possède un CBR afin de tester et préciser les descriptions. Ci-dessous on peut voir une équipe de 3 élèves en avant-plan : l'un d'eux regarde la courbe sur la feuille et décrit à un autre élève comment se déplacer alors que le troisième élève gère le chronomètre.



Exemple de graphique attribué à une équipe :



Pour la deuxième tâche, nous avons conçu trois graphiques différents comportant tous au moins un trait droit oblique, un trait horizontal et un trait courbe. Chacune des sept équipes a reçu l'un de ces graphiques. Il s'agissait d'amener les élèves à interpréter les différentes parties du graphique dans la situation distance-temps. Nous avons misé sur une multiplication des allers-retours entre expérience et graphique favorisant l'évolution des signes personnels. La représentation graphique étant un outil mathématique connu des élèves, nous prévoyions un déplacement progressif vers des significations mathématiques associées à ce registre. Pour cette tâche, l'enseignante a reçu la consigne de donner le moins d'indications possible aux élèves afin de favoriser l'émergence de signes personnels.

Pour la troisième tâche, il s'agit pour les élèves d'interpréter les descriptions écrites par d'autres élèves lors de la tâche II de manière à tracer le graphique « mystère » ayant mené à la description donnée. À cette étape, nous avons choisi de retirer l'outil CBR afin de susciter un passage plus solide aux significations mathématiques. La coordination des registres verbal et graphique est mise de l'avant, et ce, sans accès à l'expérience et donc sans la médiation sémiotique offerte par le CBR.

Alors que pour les trois premières tâches l'enseignant joue davantage un rôle de guide, les élèves cheminant d'eux-mêmes, la quatrième tâche consiste en une synthèse par l'enseignant où il amorce une institutionnalisation en effectuant le passage des signes mathématiques communs à partir des signes personnels des élèves.

Rappelons que cet article propose une analyse du processus d'interprétation graphique à travers l'émergence et l'évolution des signes personnels des élèves. Nous cherchons plus précisément à comprendre comment l'articulation de l'expérience sensible (dimension kinesthésique) et des registres sémiotiques (graphique et verbal) suscitée par les tâches sous-tend l'émergence des signes personnels et leur évolution vers la construction du sens des concepts mathématiques en jeu. Ces signes ayant principalement émergé lors des tâches I et II, nous présentons ci-dessous les signes mathématiques attendus pour ces tâches. Ces signes guideront le regard que nous porterons ensuite sur les signes personnels des élèves.

4. Signes mathématiques en lien avec les tâches

Les signes mathématiques sont directement liés aux concepts mathématiques mis en jeu dans les tâches proposées : variable indépendante (temps), variable dépendante (distance), ordonnée à l'origine, coordonnées d'un point dans le plan cartésien, taux de variation (vitesse) et intervalle. À la tâche I, le graphique projeté par l'enseignante est composé de trois phases : 1) un segment de droite ascendant, 2) un segment de droite horizontal et 3) un segment de droite descendant (voir figure 7).

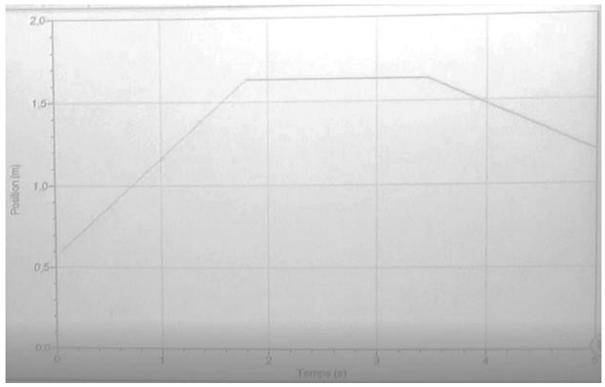


Figure 6. Graphique projeté à la tâche I

L'interprétation du graphique implique la discrimination des éléments signifiants du graphique puis la contextualisation dans la situation réelle de ces éléments. La réalisation de la tâche fait donc appel à cette interprétation mais elle nécessite aussi l'appui sur la dimension kinesthésique. Par exemple, pour savoir comment se placer et se déplacer pour réaliser la première phase du graphique, il faut repérer plusieurs éléments signifiants. Premièrement, un point caractéristique est placé sur l'axe des ordonnées. Ce point permet de déterminer l'ordonnée à l'origine qui, dans la situation réelle, correspond à la distance entre la personne et le capteur quand l'expérience débute (quand $t = 0$). Deuxièmement, le tracé est un segment de droite qui relie deux points, celui sur l'axe des ordonnées repéré précédemment et le point (1,8; 1,7)[3]. Dans la situation réelle, ce tracé indique que la distance entre la personne et le capteur augmente de manière constante. Les coordonnées des points permettent de déterminer que lorsque le temps augmente de 1,8 seconde, la distance augmente de 1,1 mètre. De cette interprétation de points caractéristiques et du tracé entre ces points, on peut inférer les actions à poser et donc effectuer une conversion vers la situation réelle du déplacement d'une personne en s'appuyant sur la dimension kinesthésique (voir tableau 2).

---

[3] Ces informations n'étaient pas simples à obtenir sans action sur le graphique, nous aurions dû prévoir une version papier du graphique pour faciliter cette prise d'information.

Tableau 2. Correspondance entre les éléments signifiants du graphique et de la situation réelle prenant appui sur la dimension kinesthésique pour la première phase du graphique (tâche I)

Éléments signifiants du <u>registre graphique</u>	**Action à poser (<u>dimension kinesthésique</u>)**	**Interprétation dans la <u>situation</u>**
Le graphique débute avec un point sur l'axe des ordonnées, le point (0; 0,6). L'ordonnée à l'origine est 0,6.	Se placer à 0,6 mètre du capteur.	Au début de l'expérience (temps = 0), la distance entre la personne et le capteur est 0,6 mètre.
Le tracé est un segment de droite ascendant sur l'intervalle [0; 1,8]. Le point de départ du tracé est (0; 0,6), le point final est (1,8; 1,7).	Reculer à une vitesse constante approximative de 0,6 mètre (60 cm) par seconde pendant 2 secondes. S'arrêter à 1,7 mètre du capteur.	Entre 0 et 1,8 seconde la distance augmente de manière constante. Le taux de variation de la fonction est $\frac{1{,}7-0{,}6}{1{,}8-0}=\frac{1{,}1}{1{,}8}$. En 1,8 seconde la distance augmente de 1,1 mètre.

En prévision de la tâche III, à la tâche II, différents graphiques ont été distribués aux équipes de manière que les élèves ne travaillent pas tous sur le même tracé. Par la suite, les descriptions verbales écrites des tracés ont pu être distribuées à des équipes qui n'avaient pas décrit le même graphique (tâche III).

Dans l'analyse qui suit, nous regardons les productions des équipes qui ont reçu un graphique composé de quatre phases : 1) un segment de droite ascendant, 2) un segment de droite horizontal, 3) une courbe ascendante convexe et 4) un segment de droite horizontal (voir figure 8).

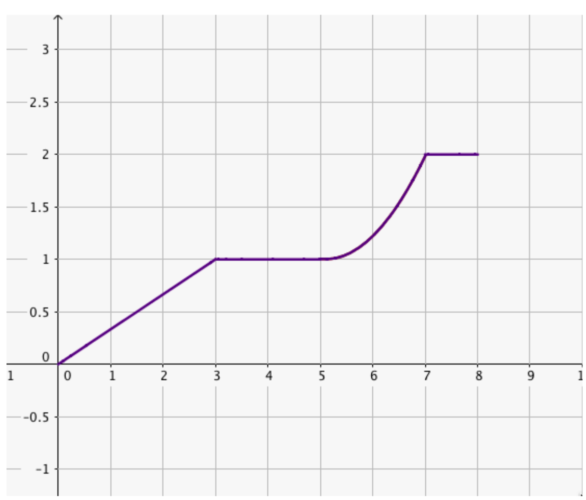


Figure 7. Graphique donné à la tâche II

La tâche II, comme la tâche I, fait appel à la discrimination d'éléments signifiants du graphique, à l'interprétation de ces éléments dans la situation réelle en s'appuyant sur la dimension kinesthésique (voir tableau 3).

Tableau 3. Correspondance entre les éléments signifiants du graphique et de la situation réelle en s'appuyant sur la dimension kinesthésique (tâche II)

Éléments signifiants du registre graphique	**Action à poser (dimension kinesthésique)**	**Interprétation dans la situation**
Le graphique débute à l'origine, le point (0; 0). L'ordonnée à l'origine est 0.	Se coller au capteur.	Au début de l'expérience (temps = 0), la distance entre la personne et le capteur est de 0 mètre.
Sur l'intervalle [0, 3] le tracé est un segment de droite ascendant. Le segment relie les points (0, 0) et (3, 1).	Reculer à une vitesse constante approximative de 0,3 mètre (30 cm) par seconde pendant 3 secondes. S'arrêter à 1 mètre du capteur.	Entre 0 et 3 secondes la distance augmente de manière constante. Le tracé représente une fonction linéaire dont le taux de variation est $\frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$. En 3 secondes la distance augmente de 1 mètre.
Sur l'intervalle [3, 5] le tracé est un segment horizontal.	Ne pas bouger pendant 2 secondes.	Entre 3 et 5 secondes la distance reste constante.
Sur l'intervalle [5, 7] le tracé est une courbe convexe. La courbe relie les points (5, 1) et (7, 2).	Reculer en accélérant pendant 2 secondes. S'arrêter à 2 mètres du capteur.	Entre 5 et 7 secondes la distance augmente de plus en plus.
Sur l'intervalle [7, 8] le tracé représente une fonction constante.	Ne pas bouger pendant 1 seconde.	Entre 7 et 8 secondes la distance reste constante.

Au-delà des concepts mathématiques énoncés précédemment, on peut constater que la conversion du graphique à la situation réelle en s'appuyant sur la dimension kinesthésique associée à l'expérience physique fait appel à des concepts spécifiques au phénomène étudié : la vitesse et l'accélération. En fait, on peut s'attendre à ce que le tracé courbé soit plus difficile à interpréter dans la mesure où les élèves ont approfondi l'étude du tracé linéaire mais pas du tracé non linéaire. Ce passage, qui nécessite d'envisager un changement constant de vitesse et donc une accélération, est reconnu comme difficile (Anderson et Wall, 2016; Robutti, 2006). Chez les élèves visés dans l'expérimentation, on peut s'attendre à une compréhension intuitive de la vitesse et de l'accélération liée aux expériences de la vie courante. Il est à noter que nous nous attendions à ce que les élèves puissent prendre en considération les distances, les temps et même les vitesses de manière quantitative, mais pas les accélérations.

5. Résultats

Tel que précisé, nous analysons les verbalisations des élèves lors du travail sur les deux premières tâches qui s'est déroulé sur une séance de 75 minutes. Nous avons choisi d'observer les signes personnels des élèves à travers le langage puisque, d'une part, le langage est reconnu comme jouant un rôle crucial dans les passages d'une représentation à une autre, notamment lors du processus d'interprétation graphique (Janvier, 1987) et, d'autre part, parce que l'expression langagière et celle du corps sont intimement liées dans ce type d'activité (Borghi et Cimatti, 2010). De plus, la modalité de travail en équipe et la nature de la tâche (composer un texte) ont fait en sorte que les élèves se sont majoritairement exprimés dans le langage courant. Les signes personnels ont donc émergé dans les quelques interventions verbales en grand groupe (tâche I) et surtout dans les discussions en sous-groupes (tâche II). Il est à noter que les signes produits ont essentiellement émergé lors de l'utilisation du CBR, bien que les tâches incluent d'autres artefacts. L'orchestration que nous avons proposée donne en effet un rôle central au CBR tant sur le plan sémiotique qu'instrumental. Les autres artefacts sont utilisés comme des outils, soit purement techniques (cahier pour capter le signal) soit de soutien du travail de quantification, mais leur rôle n'est pas de se constituer en instruments de travail mathématique, au sens de Trouche (2005).

5.1 Description et analyse des signes personnels : tâche I

La réalisation de la tâche I a permis, comme prévu, la familiarisation des élèves avec le fonctionnement de l'outil CBR et avec la situation d'étude de la variation de la distance en fonction du temps. Après quelques essais par trois élèves volontaires, le déplacement produit un graphique proche de celui recherché (voir figure 9).

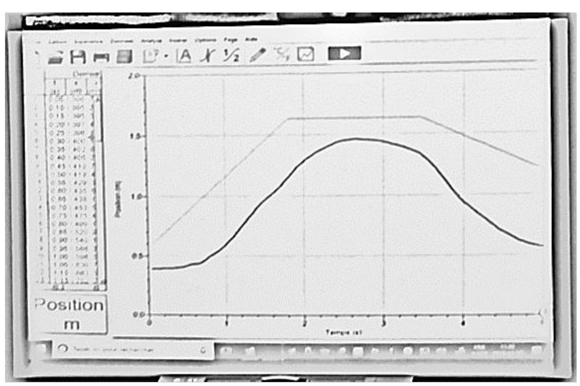


Figure 8. Meilleur résultat obtenu après six essais avec le CBR

S'ensuit un court échange en grand groupe initié par l'enseignante qui demande comment le troisième élève (E3) a procédé pour obtenir le graphique de la figure 9.

> E1 : Pour monter, il a reculé et pour descendre il a avancé.
>
> Enseignante (s'adresse à E3) : Est-ce que tu peux expliquer ce que t'as fait?
>
> E3 : Pour monter, j'ai reculé, là je suis resté un peu, puis après je suis descendu.
>
> Enseignante : C'est quoi ce peu?
>
> E2 : La ligne droite c'est quand tu restes.
>
> Enseignante (s'adresse à E3) : En fait pourquoi t'as reculé?
>
> E3 : Je veux être plus loin, ensuite je ne bouge pas, et là j'ai avancé, ça se rapproche.

Dans cet échange, les verbalisations des élèves témoignent d'une analyse globale du tracé (cf. Leinhardt et al., 1990). Les trois phases du graphique semblent bien être distinguées à partir de la perception globale du tracé constitué de trois segments de droite, chaque segment étant associé à une action à poser.

Les signes qui émergent sont ceux attendus puisque les termes utilisés sont « avancer », « reculer » et « rester ». Les significations accordées à ces signes sont explicitées par les élèves qui établissent la correspondance entre les éléments signifiants du graphique et les actions posées. La « ligne droite » correspond au trait horizontal, « monter » décrit le trait ascendant et « descendre » décrit le trait descendant. Cette association entre les signes graphiques et kinesthésiques est rapidement établie grâce à la rétroaction instantanée que fournit le CBR. La prise en charge du traçage du graphique par l'outil permet la réalisation de plusieurs essais en peu de temps et favorise, comme nous l'avions anticipé, la coordination des gestes et du traçage. Néanmoins, les caractéristiques de l'outil influencent l'association de signes puisque pour être bien captée par le détecteur, la personne doit tenir un objet dont la surface est lisse (un livre sur la photo) et placer l'objet face au capteur. L'action de reculer est donc associée à une augmentation de la distance entre la personne et le capteur, alors que l'action d'avancer est associée à une diminution de cette distance. Cette association plutôt contre-intuitive a posé des difficultés lors des premiers essais, mais les élèves se sont rapidement ajustés. Ainsi, l'outil CBR joue son rôle de médiateur sémiotique en favorisant l'émergence de signes personnels permettant l'articulation de la situation et du graphique.

La distinction entre les signes graphiques et les signes kinesthésiques semble toutefois fragile puisque dans l'intervention de l'élève 3 (soulignée dans l'extrait), le trait descendant et l'action d'avancer semblent combinés dans la phrase « je suis descendu ». Il y a donc amalgame entre l'action d'avancer et le tracé descendant. De plus, l'utilisation du signe « un peu » dans « là je suis resté un peu » informe de la perception d'un facteur temporel influençant la longueur du trait. La quantification serait alors possible puisque le graphique est gradué et que les élèves ont à leur disposition un ruban collé au sol et un chronomètre, mais les élèves ne semblent pas en ressentir le besoin. La lecture du graphique reste donc qualitative, ce qui confirme le regard global porté sur le tracé.

Dans cette première tâche, la production de signes est enclenchée sans que le caractère social de l'émergence de ces signes ne soit vraiment pris en compte. De plus, le graphique proposé comporte uniquement des segments de droite. Cette situation n'incite pas les élèves à décrire davantage la manière d'avancer ou de reculer, la perception globale suffit. Précisons que l'intention dans cette première tâche était que les élèves explorent le matériel en grand groupe. La tâche suivante vise à susciter l'émergence de signes personnels plus précis et plus nombreux, notamment en ce qui concerne la distinction entre le tracé droit et le tracé courbé. Cette distinction nécessite de prendre en compte la vitesse, au moins de manière qualitative. Celle-ci n'a pas émergé de la tâche I.

5.2 Signes personnels : tâche II

Rappelons que, dans cette tâche, les élèves travaillent en équipe de 3-4 et que chacune d'elles a à sa disposition un CBR, un chronomètre, un ruban gradué collé au sol et un livre (surface lisse pour le capteur), matériel qui est également en avant de la classe (pour la tâche I). Un graphique est remis à chaque équipe, la consigne est donnée en deux parties : 1) « Vous devez tenter de reproduire ce graphique en effectuant vous-même le déplacement face au capteur placé sur le bureau » et 2) « En équipe, vous devez écrire un texte (sur la feuille lignée fournie) qui explique à quelqu'un qui n'a pas le graphique sous les yeux comment se déplacer face au capteur pour reproduire exactement ce graphique ».

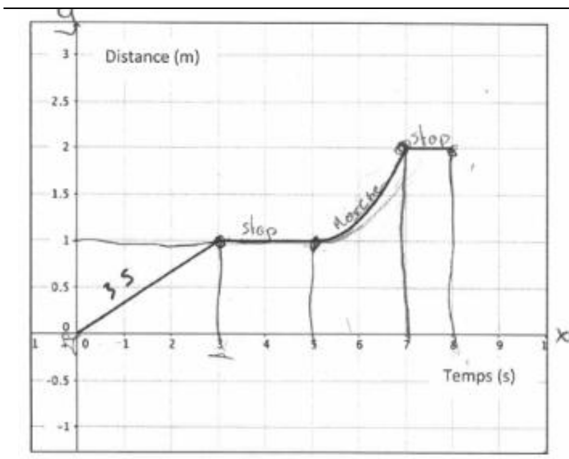
En réponse à la première consigne, les élèves effectuent beaucoup d'essais, les premiers étant effectués spontanément. Par la suite, certains échanges se produisent dans le discours, les élèves cherchant à obtenir un graphique plus près de celui visé. Ces échanges s'intensifient et s'enrichissent dans la deuxième partie de la tâche. La nécessité de produire un texte incite les élèves à raffiner leur description du déplacement.

Nous présentons dans ce qui suit, l'analyse de ce qui a été produit par deux équipes ayant reçu le même graphique (voir figure 8 à la section 4.). Pour l'équipe 1, nous décrivons les signes qui ont émergé lors des discussions en équipe ainsi que dans la description finale écrite par l'équipe. Pour l'équipe 5, nous nous attardons aux nouveaux signes issus de la description finale. Nous avons choisi ces études de cas puisqu'elles sont représentatives de ce qui a été observé globalement pour l'ensemble des équipes.

5.2.1 Analyse de ce qui a été produit par l'équipe 1

Dans la première partie de la tâche, les élèves effectuent des essais et décrivent le déplacement selon les phases repérées sur le graphique. La succession des actions montre les quatre phases (voir tableau 4). Comme dans la tâche I, le tracé horizontal est associé à « stop » et « s'arrêter ». Le regard est toujours global puisqu'aucune indication n'est donnée sur la durée de ces arrêts. La présence de deux tracés ascendants, l'un droit, l'autre courbé, force les élèves à faire évoluer les signes établis à la tâche I. Le tracé droit est alors associé à « partir en vitesse » et le tracé courbé à « marcher normalement ». La notion de vitesse est mise à profit, comme on pouvait s'y attendre, mais sans qu'une signification claire ne lui soit accordée. Pour nous, la marche normale évoque un pas régulier alors que partir en vitesse réfère à une accélération précoce, ce qui ne colle pas aux signes graphiques. Toutefois les élèves semblent suffisamment satisfaits puisqu'ils passent à la deuxième partie de la tâche.

Tableau 4. Signes personnels de l'équipe 1 pour la tâche II

Signes personnels liés aux actions à poser (<u>dimension kinesthésique</u>)	
	« Partir en vitesse [Phase 1], s'arrêter [Phase 2], marcher normalement [Phase 3], et s'arrêter [Phase 4] »

La deuxième partie de la tâche se passe en deux temps.

Dans un premier temps, la description du déplacement est complétée par la quantification du temps, principalement à travers l'ajout de durées. Les élèves cherchent à tirer davantage d'informations en amorçant une analyse locale et spécifique du graphique. Ils identifient graphiquement les points au début et à la fin de chaque phase. Avec des traits verticaux, ils déterminent les temps associés à ces points (voir graphique dans le tableau 4). Ces temps sont utilisés pour déterminer les durées de chaque action : « Tu t'arrêtes, genre pendant 1, 2, 3 secondes [Phase 2], […] Après tu remontes en ralentissant 1, 2, 3 secondes [phase 3] ». Même si les signes graphiques permettant l'identification d'intervalles sont présents, les élèves ne les utilisent pas comme tels. Ils reconstruisent les durées en partant du premier temps et en comptant chaque seconde suivante. La durée n'est pas le résultat de la différence entre les bornes de l'intervalle, mais plutôt la transposition de l'expérience du temps qui s'écoule durant le déplacement.

De plus, la durée de la première action est à la fois exprimée comme signe verbal et écrit sur le graphique (3 s pour 3 secondes). La notation du « 3 s » le long du tracé constitue une certaine incursion de la situation dans le graphique puisqu'elle indique que le déroulement de ce tracé prendra 3 secondes. Cette interprétation nous parait être une conséquence directe de la simultanéité du traçage avec le déplacement, les deux actions étant indissociables dans l'expérience effectuée. Le signe verbal issu de la dimension kinesthésique est donc intégré au graphique sans être converti. Cette conversion aurait effectivement pu être faite par identification d'un intervalle du domaine de longueur 3 secondes sur l'axe des abscisses. Par ailleurs, la quantification du temps est utilisée une seule fois dans la discussion pour déterminer ce qui se passe à un instant précis : « Tu dois t'arrêter à 8 secondes ». Ce signe « arrêter » indique ici que l'expérience est terminée, que le graphique s'arrête alors que précédemment, il avait indiqué de ne plus bouger. La signification du signe « arrêter » est double : le graphique s'arrête, la personne s'arrête. Or, ces significations ne se correspondent pas dans la situation. Encore une fois, le registre graphique et la dimension kinesthésique sont amalgamés dans le langage. La notion d'accélération apparait ainsi nécessaire pour décrire plus précisément l'allure de la courbe.

L'attention portée sur le temps, la grandeur indépendante, amène ainsi les élèves à donner plus d'informations sur les durées des déplacements, mais les distances associées à chaque temps repéré ne sont pas considérées. Cette difficulté à prendre en compte deux grandeurs simultanément, ici temps et distance, n'est pas nouvelle (voir Passaro, 2015). Les ordonnées des points identifiés graphiquement ne sont pas utilisées d'emblée. C'est seulement ensuite que les distances associées aux bornes des intervalles de temps sont utilisées pour placer des repères sur le ruban à mesurer collé au sol (voir figure 10).

Figure 9. Marquage sur le ruban à mesurer

Dans un deuxième temps, alors que les points caractéristiques du graphique et les positions à certains instants clés sont repérés, les élèves reprennent leurs essais de déplacement. La distinction entre le déplacement associé à la première phase et celui à la troisième phase leur pose un problème. Ils constatent que les deux tracés ascendants sont différents, l'un est droit, l'autre courbé. Ils comprennent que le déplacement sera différent, mais ne savent pas comment moduler leurs actions. C'est alors que s'enclenche une série de tentatives pour caractériser le déplacement.

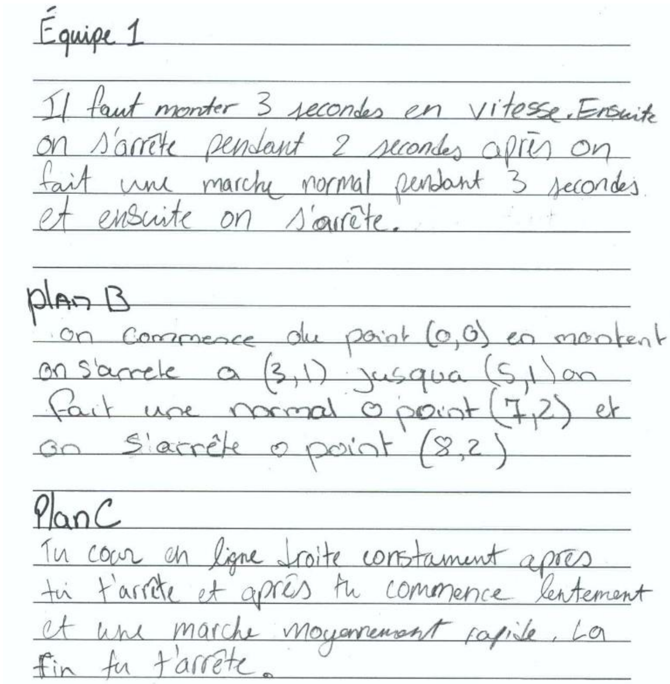
> E1 : Donne les consignes et E2 fait les déplacements.
>
> E2 : Recule et E1 compte les pas 1, 2, 3. E2 s'arrête et il met un trait à la position 80.
>
> E2 : « Puis là j'arrête ».
>
> E1 : Oui tu t'arrêtes 2 secondes, tu t'arrêtes sur le petit rectangle. Après, tu recules, mais douuuucement...
>
> E2 : Coupe la parole et dit « pendant 3 secondes ».
>
> E1 : Oui après tu t'arrêtes.
>
> […]
>
> E1 : Pour ma courbe, tu ne marches pas au même rythme, tu vas de plus lent à plus vite.
>
> […]
>
> E1 : Tu fais une course, euh, tu fais une droite « courbante », tu cours droit, tu cours en ligne droite. Après, tu t'arrêtes, tu fais un stop.
>
> E2 : Après?
>
> E1 : Tu commences à faire une marche lente au rapide. Tu marches lentement et tu montes rapidement, et tu marches rapidement. Tu commences lentement, tu marches... Tu fais une marche moyenne rapide et à la fin tu t'arrêtes.

Dans cet échange, on voit que l'élève E2 doit faire le déplacement et que E1 est responsable de lui dire comment faire. Pour le tracé droit (phase 1), le signe utilisé est « Tu cours droit, tu cours en ligne droite ». La course réfère à une vitesse relativement grande, signification reprise de la première partie du travail (« partir en vitesse »). À cela s'ajoutent les signes « droit » et « ligne droite » qui eux décrivent le tracé graphique. La juxtaposition de signes issus de la dimension kinesthésique et de signes issus du registre graphique est flagrante. Pour le tracé courbe, l'élève E1 se reprend à plusieurs fois pour décrire le déplacement. Non pas parce qu'un autre élève le confronte, mais parce qu'il ne semble pas satisfait de ses propres explications. Différentes formulations apparaissent (soulignées dans l'extrait) :

- Tu recules, mais douuuucement...
- Tu ne marches pas au même rythme, tu vas de plus lent à plus vite.
- Tu fais une course, euh, tu fais une droite « courbante ».
- Après, tu commences à faire une marche lente au rapide.
- Tu marches lentement et tu montes rapidement, et tu marches rapidement.
- Tu commences lentement, tu marches... tu fais une marche moyenne, rapide.

Cette multitude de signes témoigne d'une volonté marquée de mieux décrire le déplacement, notamment en intégrant la notion de vitesse (rythme, lent, vite, rapide). Pour la première tentative, l'élève module sa voix en prolongeant le « ou » de « douuuuucement ». Ce jeu sur la prosodie peut être considéré comme un signe personnel phonétique qui permet d'exprimer la variation de la vitesse perçue physiquement (dans le corps). La deuxième tentative est celle qui correspond à ce qui était attendu et à ce qui se rapproche le plus des signes mathématiques visés. En effet, l'élève indique que le rythme n'est pas le même et qu'on commence lentement pour aller ensuite plus vite, ce qui décrit une accélération. Cette idée est reprise plusieurs fois avec de nouvelles formulations comme « tu commences à faire une marche lente au rapide ». Ces formulations sont régulièrement entrecoupées de retours à une incursion de signes graphiques dans ceux de la situation : « tu fais une droite "courbante" », « tu montes rapidement ». Ainsi, le changement de vitesse est perçu dans la dimension kinesthésique, mais l'interprétation des signes graphiques associés est en construction.

Dans la description finale écrite produite par l'équipe 1, les élèves prévoient trois plans (voir figure 11).


Équipe 1

Il faut monter 3 secondes en vitesse. Ensuite on s'arrête pendant 2 secondes après on fait une marche normal pendant 3 secondes et ensuite on s'arrête.

plan B

on commence du point (0,0) en montent on s'arrete a (3,1) jusqua (5,1) on fait une normal o point (7,2) et on s'arrête o point (8,2)

Plan C

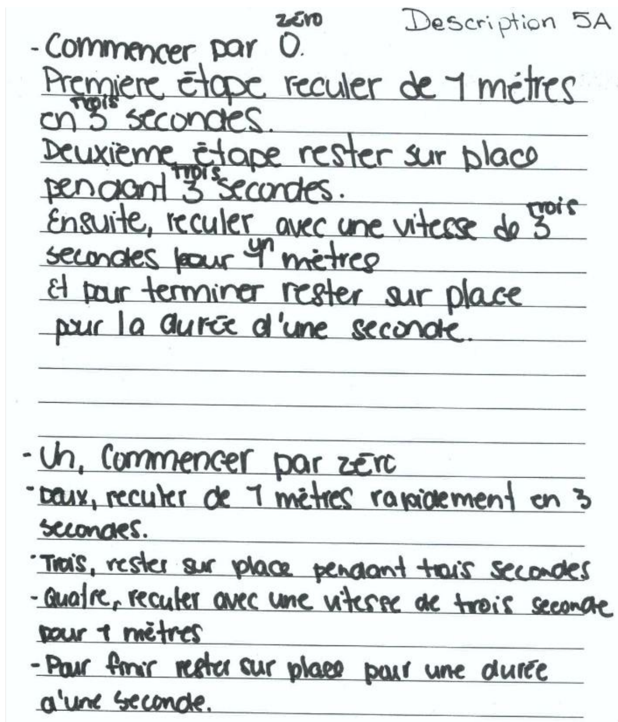
Tu cour en ligne droite constament apres tu t'arrête et après tu commence lentement et une marche moyennement rapide. La fin tu t'arrête.

Figure 10. Description finale de l'équipe 1 (tâche II)

On peut remarquer que chacun des plans axe sur différents éléments. Le premier plan, ancré dans la dimension kinesthésique, s'attarde à la durée de chacune des phases alors que le deuxième identifie les points caractéristiques du graphique. Certains éléments de la situation font tout de même une incursion dans cette description graphique puisque les élèves disent par exemple « on fait une normale au point (7,2) ». Le troisième plan présente quant à lui une reformulation du premier plan. Un nouveau signe y apparait pour indiquer le maintien d'une vitesse constante : « courir en ligne droite constamment ». Ainsi, la production de l'écrit vient asseoir et faire évoluer les signes qui ont émergé précédemment dans la discussion. Toutefois, la présence du deuxième plan montre la difficulté pour les élèves à interpréter tous les signes graphiques dans le contexte de la situation.

5.2.2 Analyse de la description finale de l'équipe 5

Dans l'ensemble, la description finale de l'équipe 5 ressemble à celle de l'équipe 1 en ce qui concerne la séquentialité des actions (voir figure 12). Les élèves se concentrent sur les différentes phases du graphique et identifient facilement les durées de chaque action. Un signe nouveau apparait toutefois chez cette équipe qui cherche à caractériser le déplacement sur les phases 1 et 3. Comme la description de la caractérisation de la vitesse ne va pas de soi, une observation plus fine de la variation devient nécessaire. Les élèves tentent de relier les deux grandeurs en jeu en indiquant de « reculer de 1 mètre en 3 secondes ». Cette formulation, qui se rapproche des signes mathématiques associés à la vitesse moyenne (taux de variation), ne revêt toutefois pas cette signification pour les élèves. En effet, ils l'utilisent autant pour la phase 1 (le segment de droite ascendant) que pour la phase 3 (la courbe convexe). Ils ne semblent donc pas se préoccuper de ce qui se passe entre les points.



Description 5A

zéro
- Commencer par 0.
Premiere étape reculer de 7 métres
trois
en 3 secondes.
Deuxième étape rester sur placo
trois
pendant 3 secondes.
trois
Ensuite, reculer avec une vitesse de 3
un
secondes pour 4 mètres
Et pour terminer rester sur place
pour la durée d'une seconde.

- Un, Commencer par zérc
- Deux, reculer de 7 mètres rapidement en 3 secondes.
- Trois, rester sur place pendant trois secondes
- Quatre, reculer avec une vitesse de trois seconde pour 1 mètres
- Pour finir rester sur place paur une durée d'une seconde.

Figure 11. Description finale de l'équipe 5 (tâche II)

L'apparition de ce signe est importante pour l'orchestration du passage aux signes mathématiques puisque la mise en relation d'un accroissement de temps et d'un accroissement de distance permet de définir le taux de variation.

6. Synthèse et discussion

L'analyse des signes nous a amenées à dégager trois résultats qui permettent de mieux comprendre comment s'opère le processus d'articulation du graphique et de la situation par les élèves dans le contexte de l'utilisation de l'outil CBR. Ces résultats permettent de mettre de l'avant les potentialités de ce type d'activité à faire émerger des signes personnels ainsi que les enjeux du passage aux signes mathématiques qui devra être orchestré par l'enseignante subséquemment.

6.1 Le passage du global au local

De manière générale, les élèves débutent l'interprétation graphique par une observation globale du tracé (cf. Leinhardt et al., 1990). Cette observation suffit à la mise en branle de l'expérimentation avec l'outil CBR 2™. La facilité d'utilisation de l'outil favorise la réalisation de plusieurs essais qui sont faits de manière intuitive pour tenter de reproduire l'allure du graphique. Ce n'est seulement qu'après ces essais qu'une première discussion s'enclenche. Les premiers signes personnels qui émergent dans l'action témoignent de l'attention portée sur les changements d'allure du tracé associés à des changements dans la manière de se déplacer. Le tracé horizontal est facilement associé à l'action de s'arrêter et de ne pas bouger. Les signes utilisés pour le trait ascendant droit et celui courbé montrent que les élèves perçoivent qu'il y a une différence. Cette différence ne les amène toutefois à approfondir leur analyse que lorsque la tâche le requiert. C'est l'intention de communication imposée par la tâche qui incite le raffinement de l'analyse du graphique. Ce raffinement se concrétise par l'adoption d'un nouveau regard ponctuel et spécifique (cf. Leinhardt et al., 1990) qui mène dans un premier temps à l'identification de points sur le graphique et par la considération de durées dans le déroulement du déplacement puis de moments clés de la situation (fin de l'expérience, par exemple). Dans un deuxième temps, les élèves tentent de caractériser le déplacement qui permet d'obtenir un tracé courbé.

Les signes personnels des élèves qui émergent lors de ce passage à un regard local sur le graphique montrent alors que l'ancrage dans la dimension kinesthésique est fort. Cet ancrage est un avantage puisqu'il stimule l'engagement des élèves et la production de signes variés. Mais il est aussi un inconvénient puisqu'il permet l'évitement de l'analyse de certains signes graphiques et qu'il favorise l'incursion dans le graphique de signes référant à la dimension kinesthésique.

6.2 L'incursion du mode source dans le mode cible

Dans les deux tâches, lorsque les élèves décrivent les actions à poser pour obtenir un certain graphique, leurs formulations démontrent une incursion des signes associés au graphique. Lorsque la distance augmente ils ont tendance à dire « tu montes, tu remontes ». Cette interprétation graphique est liée à l'incursion du mode source (le graphique ici) dans le mode cible (la situation) décrite à la section 1.1. Nous avions noté que, dans les travaux de Janvier (1983), l'incursion mise en évidence était la même que celle lors du passage de la situation représentée schématiquement (une piste de course) à un graphique (représentant la vitesse en fonction du temps d'une voiture sur la piste de course). Ici, c'est l'incursion inverse, du graphique dans la situation, qui apparait le plus fréquemment. En voyant le tracé du graphique qui monte, les élèves pensent à l'action de monter. Certains élèves ont d'ailleurs essayé de monter le livre qu'ils tenaient face au capteur sans se déplacer pour voir si on obtiendrait le tracé cherché. Des éléments signifiants du registre graphique sont transposés directement dans la dimension kinesthésique sans qu'il n'y ait eu de conversion et donc sans avoir d'abord été interprétés dans le contexte du phénomène étudié. L'incursion inverse apparait une seule fois à travers des traces laissées sur le graphique. L'ancrage dans la dimension kinesthésique provoque donc une insertion de signes dans le graphique qui n'appartiennent pas au registre sémiotique graphique.

Depuis longtemps ces confusions sont considérées comme problématiques (Janvier, 1983; Nemirovsky et al., 1998). Toutefois, nos analyses montrent que l'amalgame des modes source et cible donne naissance à une production de signes foisonnante face à la difficulté que pose la distinction des déplacements associés aux traits droit et courbé. On assiste ainsi à une création lexicale traduisant une dynamique dans l'évolution des significations et de la construction de signes qui permettent de décrire le déplacement. Comme les mots manquent, les élèves doivent faire preuve de créativité. Des signes personnels émergent comme le jeu sur la prosodie ou la création d'adverbes exprimant la courbure. C'est ainsi qu'on voit apparaitre cette magnifique « droite courbante ». Ces signes pivots, intermédiaires entre l'expérience et le tracé sur le graphique, permettent aux élèves de rendre compte de leurs observations. En cherchant à formuler et reformuler, ils raffinent leur compréhension du phénomène et de sa représentation graphique. Cette étape constitue donc un tremplin vers les significations mathématiques.

6.3 Potentialités des tâches

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, plusieurs caractéristiques de la situation ont particulièrement stimulé l'émergence de signes personnels. D'abord, le contexte de communication au sein d'une même équipe et la visée de production d'un texte destiné à d'autres élèves ainsi que la présence de tracés ascendants droits et courbés dans le même graphique ont suscité le passage d'un regard global sur le graphique à un regard plus local et spécifique. Ensuite, à ces éléments s'ajoutent les opportunités offertes par l'outil CBR. L'outil joue en effet son rôle de médiateur sémiotique en offrant une rétroaction immédiate favorisant la recherche de précision et l'émergence de nouveaux signes. L'ensemble de ces caractéristiques a engendré une multiplicité de signes personnels dont l'analyse a permis de réenvisager la confusion entre les modes source et cible non plus comme un obstacle mais plutôt comme une étape essentielle contribuant à la construction de signes pivots.

Par ailleurs, les signes produits montrent que les élèves ont une compréhension intuitive de la vitesse et de l'accélération qui leur permet de moduler leurs actions lors de l'expérimentation. Ces notions ne sont toutefois pas assez solides pour contribuer à l'appréhension des signes graphiques qui leur sont liés. La difficulté d'interprétation graphique s'explique donc ici par une compréhension trop superficielle des notions mathématiques et physiques en jeu. Nous pensons néanmoins que la réalisation des tâches proposées a permis de faire évoluer cette compréhension. L'émergence de signes comme « reculer de 1 mètre en 3 secondes » qui met en relation un accroissement de temps (durée) et un accroissement de distance montre que les élèves sont mûrs pour passer aux signes mathématiques, notamment en faisant le lien entre taux de variation et vitesse. On peut noter que les artefacts comme le ruban collé au sol (pour la distance) et le chronomètre (pour le temps) ont rendu cette quantification possible, mais ils ont été peu utilisés par certaines équipes même si l'articulation de ces artefacts en lien avec les caractéristiques quantitatives, et leurs liens, est sollicitée dans plusieurs des tâches proposées. Comme nous l'avions mentionné au début de cette section, ces artefacts ont joué le rôle d'outils et non d'instruments (Trouche, 2005). Le fait que leur usage n'ait pas donné lieu à l'émergence de signes personnels liés aux concepts mathématiques visés était prévisible. D'ailleurs, nous aurions pu choisir de ne pas fournir ces outils et laisser aux élèves l'opportunité de créer leurs propres outils de repérage (ils auraient pu par exemple taper un rythme avec les mains pour mesurer le temps).

Conclusions et discussion

Les difficultés d'interprétation graphique rencontrées par les élèves du secondaire peuvent s'expliquer par des problèmes sémiotiques. Les conversions entre registres de représentation sémiotiques ne vont pas de soi (Duval, 1993, 1995) et les situations étudiées peuvent mettre en jeu différentes dimensions sémiotiques autres que les registres mathématiques conventionnels (Hitt et González-Martín, 2015). Dans notre étude, nous avons choisi d'explorer ce processus d'interprétation graphique dans le contexte de la modélisation d'une situation réelle impliquant un outil technologique, le CBR. Ce contexte, exploité dans des recherches antérieures (Arzarello et Robutti 2004; Carlson, 2002; Martínez et Mejía, 2015; Robutti, 2006; Tall, 2006), met à profit l'engagement physique des élèves et favorise l'articulation du registre graphique et de la dimension kinesthésique. L'originalité de notre travail repose sur le regard porté vers les signes personnels exprimés dans le langage courant dans ce contexte. L'apparition de tels signes avait été évoquée par Martínez et Mejía (2015) qui, dans un contexte semblable, avaient relevé le recours par les élèves à un vocabulaire non institutionnel pour décrire l'allure sinusoïdale du graphique. Notre travail va plus loin en proposant des analyses qui permettent de mieux comprendre comment ces signes émergent et évoluent, et quelles significations leur sont accordées par les élèves.

D'une part, nos résultats permettent d'envisager l'engagement corporel comme moteur de l'activité mathématique. Cet engagement a effectivement eu un impact sur l'émergence et l'évolution des signes langagiers des élèves lors de notre expérimentation. Les productions et les interactions verbales des élèves montrent l'émergence de signes personnels riches liée à un engagement corporel très fort que l'on retrouve dans toutes les équipes. Les élèves s'engagent facilement dans la tâche et n'hésitent pas à puiser dans leur vocabulaire courant pour tenter de décrire les graphiques sur lesquels ils travaillent. Les créations linguistiques autour de la variation ou de la constance de la vitesse (prosodie et adverbes décrivant la courbure) sont des signes qui paraissent jouer le rôle de pivot vers la construction des significations mathématiques reliées à la covariation.

D'autre part, l'observation des signes et de leur évolution nous a permis de cerner ou réinterpréter certaines sources d'obstacles à l'interprétation graphique. Notamment, nous avons constaté que l'incursion du mode cible dans le mode source menant généralement à de mauvaises interprétations graphiques (Janvier, 1983) pouvait être envisagée comme propice à la production de signes pivots. Cette confusion apparait alors comme un élément potentiellement transitoire ouvrant l'accès aux significations mathématiques. De plus, nos analyses ont permis de mettre de l'avant certaines caractéristiques de situations suscitant l'émergence de signes personnels, notamment la comparaison de tracés droits et courbés dans un même graphique.

Nous avons aussi confirmé que la difficulté à interpréter un graphique en regard d'un contexte donné est intimement liée à la compréhension des concepts mis en jeu dans ce contexte. Dans l'expérimentation menée, le phénomène étudié est particulièrement simple à appréhender. Toutefois, l'interprétation fine du déplacement d'une personne fait appel aux notions de vitesse et d'accélération, notions dont les élèves visés n'avaient qu'une connaissance intuitive liée aux expériences de la vie courante. La variation de la vitesse est une situation familière, mais l'interprétation graphique de cette variation semble constituer un obstacle, notamment parce qu'elle implique la perception concomitante des accroissements des deux grandeurs étudiées et que les élèves ont tendance à n'observer qu'une grandeur à la fois. Le travail de la covariation apparait essentiel (Passaro, 2015). Cette perspective rejoint celle de Janvier (1987) qui avait déjà ciblé le travail de la fonction sous l'angle de la variation comme une approche favorisant l'interprétation graphique.

Afin de rendre compte de la finesse des analyses, nous nous sommes concentrées dans cet article sur l'analyse des signes de deux équipes d'élèves de 3e secondaire d'élèves considérés comme en difficulté. Les signes qui émergent dépendant fortement des expériences et des connaissances préalables des élèves, il sera important pour nous de poursuivre l'analyse des groupes de 4e secondaire et de comparer les résultats obtenus avec différents profils d'élèves. De plus, la loupe portée sur l'activité des élèves durant un temps limité occulte le rôle important de l'enseignant au sein du processus de médiation sémiotique. L'orchestration sémiotique est plus particulièrement activée dans la phase de discussion collective, ce qui constitue le cœur de notre tâche IV brièvement décrite au paragraphe 3.3. L'objectif premier n'est alors plus d'assister les genèses instrumentales des élèves, mais de développer des significations partagées, reposant sur des formulations explicites, décontextualisées par rapport à l'utilisation de l'artefact, reconnaissables et acceptables par la communauté discursive de la classe. Bartolini Bussi (1998) parle ici d'« une polyphonie de voix articulées sur un objet mathématique » que l'enseignant doit accorder afin que chaque élève de la classe évolue de ses signes personnels vers les signes mathématiques attendus. Ainsi, l'analyse de l'orchestration sémiotique de l'enseignante lors de la tâche IV ne peut se faire qu'en regard des résultats obtenus aux tâches II et III. Cette analyse sera présentée dans un prochain article.

Références

Anastopoulou, S., Sharples, M. et Baber, C. (2011). An evaluation of multimodal interactions with technology while learning science concepts. *British Journal of Educational Technology*, *42*(2), 266-290. https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2009.01017.x

Anderson, J. L. et Wall, S. D. (2016). Kinecting physics: Conceptualization of motion through visualization and embodiment. *Journal of Science Education and Technology*, *25*(2), 161-173. https://doi.org/10.1007/s10956-015-9582-4

Arzarello, F. et Robutti, O. (2004). Approaching functions through motion experiments. *Educational Studies in Mathematics*, *57*(3), 305-308.

Arzarello, F., Ferrara, F. et Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications: International Journal of the IMA*, *31*(1), 20-30. https://doi.org/10.1093/teamat/hrr027

Bardini, C. et Sabena, C. (2006). Se donner à coeur (corps) joie aux mathématiques. Dans M. Tremblay et S. Lafortune (dir.), *Actes de la 12e journée Sciences et Savoirs* (p.83-94). Université Laurentienne.

Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. Dans H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi et A. Sierpinska (dir.), *Language and communication in mathematics classroom* (p. 65–84). NCTM.

Bartolini Bussi, M. G., et Mariotti, M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective. Dans L. D. English , M. Bartolini Bussi , G. A. Jones , R. A. Lesh , B. Sriraman et D. Tirosh (dir.), *Handbook of International research in Mathematics education* (2e éd., p. 746-783). Routledge Taylor & Francis Group.

Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American journal of physics*, *62*(8), 750-762. https://doi.org/10.1119/1.17449

Bell, A. et Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the learning of mathematics*, *2*(1), 34-42.

Borghi, A. M. et Cimatti, F. (2010). Embodied cognition and beyond: Acting and sensing the body. *Neuropsychologia*, *48*(3), 763-773. https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2009.10.029

Brasell, H. M. et Rowe, M. B. (1993). Graphing skills among high school physics students. *School Science and Mathematics*, *93*(2), 62-70. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1993.tb12196.x

Carlson, M. (2002). Physical enactment: A powerful representational tool for understanding the nature of covarying relationships. Dans F. Hitt (dir.) *Representations and mathematics visualization. Proceedings of the 24th annual meeting of PME-NA* (p.63-77). ERIC.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. et Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378. https://doi.org/10.2307/4149958

Carlson, M., Larsen, S. et Lesh, R. (2003). Integrating a models and modeling perspective with existing research and practice. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching, *Beyond constructivism*, 465-478. https://doi.org/10.4324/9781410607713-35

Choquette, G.-O. (2009). *Une approche conceptuelle pour l'interprétation des graphiques en cinématique au secondaire* [Mémoire de maitrise, Université de Montréal].Papyrus. https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/3451

Cummins, J. (1996). *Negotiating identities: Education for empowerment in a diverse society*. California Association for Bilingual Education.

Duijzer, C., den Heuvel-Panhuizen, V., Veldhuis, M., Doorman, M. et Leseman, P. (2019). Embodied learning environments for graphing motion: A systematic literature review. *Educational Psychology Review*, *31*(3), 597-629. https://doi.org/10.1007/s10648-019-09471-7

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*(1), 37-65.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Peter Lang.

Ellis, A., Tasova, H. I. et Singleton, B. (2018). How quantitative reasoning can support graph understanding in algebra. Dans T.E. Hodges, G. J. Roy et A. M. Tyminski (dir.), *Proceedings of the 40th annual meeting of PME-NA* (p. 147-154). University of South Carolina et Clemson University.

Gagatsis, A., Elia, I. et Mousoulides, N. (2006). Are registers of representations and problem-solving processes on functions compartmentalized in students' thinking? *Relime, Número Especial*, 197-224.

Glazer, N. (2011). Challenges with graph interpretation: A review of the literature. *Studies in science education*, 47(2), 183-210. https://doi.org/10.1080/03057267.2011.605307

Hankeln, C. et Hersant, M. (2020). Processus de modélisation et processus de problématisation en mathématiques à la fin du lycée. *Éducation et didactique*, *14*(3), 39-67. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.7776

Hitt, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. *Revue des sciences de l'éducation*, *30*(2), 329-354. https://doi.org/10.7202/012672ar

Hitt, F. et González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, *88*(2), 201-219.

Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations: Studies and teaching experiments*. [thèse de doctorat inédite]. Nottingham University.

Janvier, C. (1981). Use of situations in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 12*(1), 113-122.

Janvier, C. (1983). Représentation et compréhension (un exemplaire : Le concept de fonction). *Bulletin de l'AMQ*, *23*(5), 22-28.

Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. Dans C. Janvier (dir.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (p. 27-32). Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, C. (1993). Les graphiques cartésiens : Des traductions aux chroniques. Dans J. Baillé et S. Maury (dir.). *Les représentations graphiques dans l'enseignement et la formation. C.E.R.S.E.* (p.17-37). Université de Caen.

Janvier, C., Girardon, C. et Morand, J.-C. (1993). Mathematical symbols and representations. Dans P. S. Wilson (dir.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (p. 79-102). Macmillan.

Johnson-Glenberg, M. C., Birchfield, D. A., Tolentino, L. et Koziupa, T. (2014). Collaborative embodied learning in mixed reality motion-capture environments: Two science studies. *Journal of educational psychology*, 106(1), 86-104. https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0034008

Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal for research in mathematics education*, *31*(4), 500-514. https://doi.org/10.2307/749655

Kohler, A. et Chabloz, B. (2020). La coordination entre registres sémiotiques : Un enjeu important pour l'apprentissage des sciences. *Swiss Journal of Educational Research*, *42*(3), 597-609. https://doi.org/10.25656/01:21544

Lazli, S. (2012). *Enseignement de la fonction sinus au deuxième cycle du secondaire par le biais de la modélisation et d'outils technologiques*. [mémoire de maitrise, Université du Québec Montréal]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/4868

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. et Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research, 60*(1), 1-64. https://doi.org/10.3102/00346543060001001

Mariotti, M. A. et Maffia, A. (2018). Dall'utilizzo degli artefatti ai significati matematici : Il ruolo dell'insegnante nel processo di mediazione semiotica. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 4, 50-64. https://doi.org/10.33683/ddm.18.4.3

Mariotti, M. A. et Maracci, M. (2010). Les artefacts comme outils de médiation sémiotique : Quel cadre pour les ressources de l'enseignant? Dans G. Gueudet et L. Trouche (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p.91-107). Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Martínez, M. et Mejía, H. (2015). Significados asociados a las funciones sinusoidales por estudiantes del nivel medio superior. Dans E. Sánchez, C. Acuña, M. Rigo, J. Valdez et O. Torres (dir.), *Memorias del III Coloquio de Doctorado del Departamento de Matemática Educativa* (p. 1-10). Cinvestav.

Monk, S. (1992). Students' understanding of a function given by a physical model. Dans E. Dubinsky et G. Harel (dir.), *The Concept of Function*, *Aspects of Epistemology and Pedagogy, vol. 25* (p. 175-194). Mathematical Association of America.

Navarro, E. (2012). La experimentación científica en Secundaria. Argumentos para llevarla a cabo. *Revista digital de educación y formación del profesorado, 9*, 262-274.

Nemirovsky, R., Tierney, C. et Wright, T. (1998). Body motion and graphing. *Cognition and instruction*, *16*(2), 119-172. http://doi.org/10.1207/s1532690xci1602_1

Passaro, V. (2007). *Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélé par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire* [mémoire de maitrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/7346/1/M9902.pdf .

Passaro, V. (2009). Obstacles à l'acquisition du concept de covariation et à l'introduction de la représentation graphique en deuxième secondaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *14*, 61-77.

Passaro, V. (2015). *Analyse du raisonnement covariationnel favorisant le passage de la fonction à la dérivée et des situations qui en sollicitent le déploiement chez des élèves de 15 à 18 ans* [thèse de doctorat, Université de Montréal]. Papyrus. https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/13509

Passaro, V. (2020). Analyse du déploiement d'un raisonnement covariationnel en situation chez des élèves de 15 à 18 ans. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *20*(3), 462-484. http://doi.org/10.1007/s42330-020-00101-x

Passaro, V., Rodriguez, R., Saboya, M. et Venant, F. (2019). Utilización de sensores para el estudio de situaciones funcionales a nivel secundario y universitario. Dans E. Nunoz, S, Quiroz, M. Saboya et J. L. Soto (dir.), *Investigaciones teórico-prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (p. 137-160). Colección Matemática Educativa y Tecnología.

Passaro, V., Saboya, M. et Venant, F. (2020). Apport de capteurs de distance pour le développement du raisonnement covariationnel chez des élèves du deuxième cycle du secondaire. Dans C. Corriveau, V. Martin, M.Thibault et A. Savard (dir.), *À quoi ressemble aujourd'hui la recherche en didactique des mathématiques au Québec ? Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 196-208). Université Laval.

Radford, L. (2009). "No ! He starts walking backwards!" : Interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *ZDM*, *41*(4), 467-480. http://doi.org/10.1007/s11858-009-0173-9

Robutti, O. (2006). Motion, technology, gestures in interpreting graphs. *International journal for technology in mathematics education, 13*(3), 117-125

Rodríguez, R. et Quiroz, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Educación Matemática*, *28*(3), 91-144. http://doi.org/10.24844/EM2803.04

Stylianou, D., Smith, B. et Kaput, J. J. (2005). Math in motion: Using CBRs to enact functions. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *24*(3), 299-324.

Tall, D. (2006). A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, Strasbourg, 11, 195-215.

Texas Instruments inc. (1997). *Calculator-Based Ranger™. Principes d'utilisation du CBR™*. http://profmath.uqam.ca/~boileau/DidAlgebre/cbr-fre.pdf

Trouche, L. (2005). Instrumental genesis, individual and social aspects. Dans D. Guin, K. Ruthven et L. Trouche (dir.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (p. 197-230). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-23435-7_9

Vygotsky, L. S. (1997). The collected works of LS Vygotsky. *The history of the development of higher mental functions* (vol. 4). Springer Science et Business Media.

Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational researcher, 21*(1), 14-23. https://doi.org/10.3102/0013189X021001014