Revue québécoise de didactique des mathématiques

volume 5 (2024)
DOI : 10.71403/vhcpfd21

Table des matières

Université Laval, Québec

ISSN : 2563-6995

Mot éditorial

Izabella OLIVEIRA
Université Laval
izabella.oliveira@fse.ulaval.ca
Patricia MARCHAND
Université de Sherbrooke
patricia.marchand@usherbrooke.ca
Vincent MARTIN
Université de Sherbrooke
vincent.martin@USherbrooke.ca
Claudia CORRIVEAU
Université Laval
claudia.corriveau@fse.ulaval.ca

Le comité éditorial a le plaisir de vous proposer trois articles pour ce cinquième numéro régulier de la RQDM. Ces articles traitent de différents sujets, mais tous liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Le premier article de ce numéro, rédigé par Carine Reydy, présente et analyse un dispositif d'enseignement nommé « Faits reliés » auprès des élèves de 6 à 8 ans. Ce dispositif vise le développement des habiletés de calcul lors de la résolution de problèmes. Les résultats indiquent que l'utilisation du dispositif pendant l'année de CP (6-7 ans) favorise une meilleure mémorisation du répertoire additif et améliore significativement la perception d'équivalences entre différentes écritures d'addition et de soustraction ainsi que les performances des élèves en résolution de problèmes basiques du champ additif.

Dans le deuxième article, Vincent Martin et Marianne Homier s'intéressent au développement professionnel de personnes enseignantes au regard de l'enseignement-apprentissage des probabilités à l'école primaire au Québec. Pour ce faire, il et elle mettent en place une Clinique didactique de l'activité - CDA (Benoit, 2022, 2024) afin de soutenir des personnes enseignantes dans leur développement professionnel. Leurs analyses permettent de constater le potentiel

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2024, *vol 5*, p. 1-2.
http://doi.org/10.71403/xva2gy25

transformateur de la CDA qui favorise l’augmentation de la puissance d’agir dans l’enseignement-apprentissage des probabilités.

Finalement, dans le troisième article, Oliveira, Evangelista et Guimarães s'attardent à l'analyse des tâches faisant appel à une représentation tabulaire présente dans des manuels scolaires de mathématiques, de la 1re à la 6e année du primaire, utilisés dans des écoles au Québec. À la suite des analyses, les auteures soutiennent que l’enseignement des tableaux statistiques devrait dépasser les tâches impliquant une mobilisation isolée de certaines habiletés et qu’une approche intégrée à la démarche d'enquête statistique devrait être privilégiée, afin de favoriser le développement de la pensée statistique chez les élèves.

Bonne lecture!

Le dispositif « Faits reliés » : développer des habiletés de calcul au service de la résolution de problèmes basiques chez des élèves de 6 à 11 ans

Carine REYDY
INSPE de l'académie de Bordeaux
Laboratoire LaB-E3D, université de Bordeaux
Carine.Reydy@u-bordeaux.fr

Résumé : Nous décrivons dans cet article un dispositif mathématique à destination d'élèves de 6 à 11 ans qui a été conçu de manière collaborative et dans lequel des tâches de calcul s'articulent avec la résolution régulière de problèmes arithmétiques élémentaires. Les tâches de calcul ont pour objectif de développer chez les élèves des habiletés qui sont mises au service de la résolution des problèmes proposés grâce à une méthode particulière. Nous détaillons le dispositif, puis nous exposons les résultats d'une étude visant à évaluer les premiers effets de son implantation et à déterminer si l'on observe une corrélation entre la mise en place du dispositif et une amélioration des compétences des élèves en résolution de problèmes arithmétiques élémentaires.

Mots-clés : résolution de problèmes, habiletés de calcul, automatisme, mémorisation

The "Related facts" device: Helping students aged 6 to 11 develop calculation skills to facilitate basic problem solving

Abstract: In this article, we describe a collaboratively designed mathematical device for 6-11 year-old students, in which arithmetic tasks are linked to basic arithmetic problem solving on a regular basis. The arithmetic tasks aim to develop students' problem-solving skills using a specific method. We describe the device in detail, then present the results of a study designed to assess the initial effects of its implementation, and to determine whether there is a correlation between the introduction of the system and an improvement in students' basic arithmetic problem-solving skills.

Keywords: problem solving, calculation, skills, automaticity, memorization

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2024, *vol 5*, p. 3-50.
https://doi.org/10.71403/jyahtg49

Introduction

La résolution de problèmes occupe une place centrale en mathématiques à l'école primaire. Les programmes d'enseignement français actuels la qualifient de « critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques » et de « moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens » (Ministère de l'Éducation nationale [MEN], 2020, p. 98). Pourtant, les résultats des élèves français aux évaluations nationales[1] en mathématiques dans le domaine « Résoudre des problèmes » parlent d'eux-mêmes : en septembre 2023 au CP (6-7 ans), ce sont les items les moins bien réussis avec 32,8 % d'élèves « à besoins » ou « fragiles » (Direction de l'Evaluation, de la Prospective et de la Performance [DEPP], 2023a, p. 30) et la situation s'aggrave en début de CE1 avec 52,2 % d'élèves « à besoins » ou « fragiles » (p. 32). Parallèlement en septembre 2023, seuls 31,9 % des élèves évalués en début de CM1 (9-10 ans) atteignent un niveau satisfaisant dans le domaine « Mémoriser des faits numériques » (DEPP, 2023b, p. 20). Ainsi, la résolution de problèmes est une source importante de difficultés au début de l'école élémentaire[2]. De nombreuses questions liées à son enseignement et son apprentissage se posent et parmi elles figure celle des relations que l'on peut établir entre compétences en résolution de problèmes et compétences en calcul.

Le dispositif « Faits reliés » est un dispositif d'enseignement en mathématiques destiné à tous les niveaux de classe de l'école élémentaire. Des tâches spécifiques concernant la mémorisation de faits numériques sont articulées avec un travail visant leur mobilisation dans le cadre de la résolution de problèmes arithmétiques verbaux[3]. L'objectif est d'automatiser la résolution d'un certain type de problèmes arithmétiques élémentaires en prenant appui sur le développement d'habiletés de calcul chez les élèves. Ce dispositif a été conçu, puis testé et amélioré de manière collaborative dans le cadre d'un projet de recherche-action conduit auprès de deux

[1] En France chaque année, des évaluations nationales sont organisées au début du CP, du CE1 et du CM1 pour fournir à l'enseignant des repères sur les compétences de ses élèves en mathématiques. Différents domaines sont évalués et pour chacun d'eux, trois groupes d'élèves sont distingués en fonction de leurs résultats : les élèves « à besoins » qui nécessitent un accompagnement, les élèves « fragiles » pour lesquels l'enseignant doit maintenir un niveau de vigilance particulier et les élèves de niveau « satisfaisant » pour lesquels il n'y a pas de difficultés identifiées.

[2] En France, l'école élémentaire concerne les élèves de 6 à 11 ans et réunit les classes de CP, CE1, CE2, CM1 et CM2.

[3] Un problème arithmétique verbal est constitué d'une situation de la vie quotidienne donnée sous la forme d'une histoire courte et pour laquelle une ou des questions sont posées. La réponse est obtenue en appliquant à des données numériques du texte une ou plusieurs opérations arithmétiques de base (addition, soustraction, multiplication, division).

écoles françaises. Certains aspects qualitatifs issus des expérimentations menées sont analysés dans Reydy (2022), Foulquier et al. (2022) et Laroche et al. (2023). Dans cet article, nous nous intéressons plus spécifiquement aux effets du dispositif sur les apprentissages des élèves dans des classes de CP (6-7 ans) et de CE1 (7-8 ans) lors des deux premières années de son implantation. Nous proposons une étude quantitative prenant appui sur les résultats des élèves à un test passé à plusieurs reprises dans des classes-test et des classes-témoin afin de déterminer si la mise en place du dispositif améliore la connaissance des faits numériques, les habiletés de calcul et les compétences des élèves en résolution de problèmes arithmétiques élémentaires.

1. Appuis théoriques

Comme Butlen (2007, p. 81), nous questionnons l'activité de résolution de problèmes dans les rapports qu'elle entretient avec l'utilisation de la mémoire. Nous nous appuyons pour cela sur des résultats de la psychologie cognitive que nous décrivons dans les paragraphes suivants.

1.1 Les limitations de la mémoire de travail

Pour décrire le fonctionnement de la mémoire, les psychologues en définissent différents types : la mémoire de travail d'une part, qui est un « système cérébral fournissant un stockage et une manipulation temporaires des informations nécessaires pour accomplir des tâches cognitives complexes telles que la compréhension du langage, l'apprentissage et le raisonnement » (Baddeley, 1992) et la mémoire à long terme d'autre part (elle-même composée de plusieurs sous-types), qui permet le stockage et le rappel d'informations sur une longue période de temps. Le fait que la mémoire de travail soit très limitée, que ce soit en taille (quelques unités) ou en durée (quelques secondes), fait l'objet d'un large consensus. Pour surmonter ces limitations, il est possible de récupérer des schémas cognitifs stockés en mémoire à long terme. En effet, « parce qu'un schéma intègre et regroupe souvent plusieurs éléments d'information en un seul élément, il réduit considérablement la charge sur la mémoire de travail » (Ding et al., p. 34). On peut aussi convoquer un automatisme qui, au sens adopté par les psychologues, est un processus vérifiant trois critères : il se produit sans intention, il est inconscient et il n'interfère pas avec une autre activité mentale en cours (Worthen et Hunt, 2012). Il ne requiert pas d'effort et nécessite des ressources cognitives limitées (Ponser et Snyder, 1975) qui sollicitent peu la mémoire de travail.

1.2 Mémoire et résolution de problèmes

L'activité de résolution de problèmes est complexe. Elle mobilise la mémoire de travail et la mémoire à long terme pour la compréhension de l'énoncé dont la lecture met en jeu « une activité de déchiffrage du texte et une activité de codage et de stockage de l'information en mémoire » (Richard, 1982, p. 13), la rétention de données de l'énoncé ou de résultats déjà calculés, l'exécution de calculs, l'identification de sous-buts, leur planification, etc. Les limitations de la mémoire de travail évoquées précédemment peuvent alors générer des difficultés chez l'élève lorsque sa capacité mnésique est dépassée et l'empêcher de mener à son terme la résolution du problème. Dans les paragraphes suivants, nous allons voir comment la constitution de schémas de problèmes, la mémorisation de faits numériques et l'automatisation de procédures de calcul peuvent constituer des leviers pour pallier ces difficultés.

1.3 Schémas de problèmes et problèmes basiques

Julo (1995, 2002) s'intéresse aux rapports entre apprentissage et résolution de problèmes en termes de processus cognitifs qui font « que l'on est capable ou non de mettre cette situation sous une forme telle que nos connaissances deviennent mobilisables pour les traiter » (Julo, 2002, p. 35). Ces processus non linéaires interagissent pour permettre la construction d'une représentation du problème et l'élaboration d'une stratégie de résolution. Certaines connaissances liées « aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos » (Julo, 1995, p. 88) jouent pour lui un rôle déterminant dans la mise en place de la représentation du problème par le sujet. C'est ce qu'il nomme des « schémas de problèmes » et qui se forment à partir « des différents problèmes auxquels nous sommes confrontés, des représentations que nous nous en faisons pour les résoudre et des analogies que nous percevons entre eux » (Julo, 1995, p. 88). Ainsi, lorsqu'un élève associe par analogie un problème à un schéma de problèmes déjà mémorisé, il dispose automatiquement d'une stratégie de résolution, ce qui est très peu coûteux en termes de mémoire de travail. Butlen (2007) distingue dans ce sens les sujets novices qui, « ne disposant pas de schéma en mémoire à long terme, doivent stocker en mémoire à court terme les informations du problème et en élaborer une représentation globale. Dès lors, il y a risque de surcharge en mémoire de travail » des sujets experts qui « à la lecture de l'énoncé du problème, peuvent sélectionner et activer en mémoire le schéma adéquat » (Butlen, 2007, p. 84).

Dans une étude conduite auprès d'élèves de 8 à 11 ans, Houdement (2017) cherche à identifier des connaissances qui aideraient à résoudre les problèmes arithmétiques et celles dont l'absence serait pénalisante. En faisant référence à la notion de schéma de problèmes, elle déclare qu'il est « urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève » (p. 64). Les problèmes arithmétiques verbaux qui « valent la peine d'être mémorisés » (Houdement, 2017, p. 64) sont les problèmes basiques qu'elle définit comme étant « les problèmes à deux données [resp. $2n+1$ données pour les problèmes liés à la proportionnalité], où il s'agit de déterminer une troisième valeur [resp. une $(2n+2)^e$], à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue » (Houdement, 2017, p. 64). Elle insiste par ailleurs sur le fait qu'un enseignement progressif de ces problèmes doit être pensé. Ces préconisations sont reprises dans les instructions officielles françaises actuelles. On peut par exemple lire dans le guide fondamental pour enseigner sur la résolution de problèmes au cours moyen que ces problèmes constituent des « briques élémentaires formant la plupart des problèmes verbaux que vont devoir résoudre les élèves de cours moyen » (MEN, 2022, p. 21). En somme à l'école primaire, il est primordial que les élèves constituent une mémoire de problèmes qui leur permet de résoudre par analogie des problèmes basiques relevant des quatre opérations. Ainsi, leur mémoire de travail est davantage disponible pour les processus cognitifs nécessaires à la résolution de « vrais » problèmes plus complexes.

1.4 Faut-il apprendre par cœur les tables d'addition?

Des travaux ont mis en évidence le fait que l'automatisation des faits numériques est directement corrélée aux capacités en mathématiques, mais que la fluence arithmétique est en diminution globale chez l'adulte comme chez l'enfant depuis les 30 dernières années (voir par exemple LeFevre et al., 2014 ou DEPP, 2019). Bien que la plupart des programmes d'enseignement préconisent la mémorisation des tables[4] d'addition et de multiplication[5], Cumming et Elkins (1999) notent que les activités basées sur un apprentissage par cœur des tables et en particulier des tables d'addition sont devenues impopulaires dans la culture professionnelle de nombreux enseignants car elles sont jugées inutiles à l'ère du développement des technologies. Par ailleurs, l'approche constructiviste de l'enseignement des mathématiques que l'on retrouve dans un large corpus de la littérature privilégie la compréhension par rapport à l'apprentissage par cœur. Néanmoins, plusieurs chercheurs pensent qu'un apprentissage essentiellement conceptuel des mathématiques de base n'est pas suffisant pour maîtriser les mathématiques dans les classes supérieures et qu'une automatisation des tables d'addition et de multiplication est nécessaire : leur hypothèse est qu'un traitement inefficace de ces faits numériques génèrerait une charge cognitive trop élevée dans la mémoire de travail lors de la réalisation d'une tâche plus complexe et risquerait de conduire à

---

[4] On appelle indifféremment tables d'addition (resp. de multiplication) ou répertoire additif (resp. multiplicatif) l'ensemble des faits numériques du type $a+b=c$ (resp. $a \times b=c$) où a et b sont deux entiers compris entre 1 et 10.

[5] Dans les programmes d'enseignement français, les tables d'addition et de multiplication doivent être mémorisées à la fin du cycle 2, c'est-à-dire à l'âge de 9 ans.

l'échec (par exemple pour les tables d'addition, Kaye et al., 1986; Svenson et al., 1976; Svenson et Sjoberg, 1983).

Pour les tables de multiplication, il ne fait pas débat que seule une mémorisation complète basée sur des connaissances déclaratives est satisfaisante car les stratégies de reconstruction deviennent à terme trop coûteuses en temps et sont fréquemment sources d'erreurs. En effet, des recherches ont montré que les élèves proposent alors souvent le résultat d'une multiplication proche (Campbell, 1994) et qu'en se trompant plusieurs fois de la même façon, ils risquent de mémoriser l'erreur correspondante. Il existe en revanche deux types d'apprentissage jugés pertinents pour les tables d'addition (Fischer, 1998; Fanget et al., 2011). Le premier est un apprentissage visant la mémorisation de tout le répertoire en connaissances déclaratives qui pourront être directement récupérées dans la mémoire à long terme (apprentissage « par cœur »). Il permet, lors de l'exécution d'une tâche plus complexe comme la résolution d'un problème, de très peu solliciter la mémoire de travail. Le second est un apprentissage visant la mémorisation d'une partie du répertoire en connaissances déclaratives et la reconstruction de l'autre partie via des connaissances procédurales mobilisant des connaissances déclaratives de la partie mémorisée. Pour qu'il ne génère pas de surcharge en mémoire de travail, il faut que la partie mémorisée du répertoire soit suffisamment étendue (a minima les faits du type $a + b = c$ avec $c \leq 10$, les doubles et les faits du type $10 + n$, ce qui représente plus de la moitié du répertoire). De plus, des procédures de calcul réfléchi efficaces (« presque-double », passage par 10, connaissance des propriétés des opérations, etc.) doivent être automatisées par les élèves afin qu'ils puissent reconstruire la partie non mémorisée. En particulier, ces procédures efficaces s'opposent à la procédure par surcomptage qui engorge la mémoire de travail. En situation de résolution de problème, le premier type d'apprentissage permet de rappeler n'importe quel résultat des tables d'addition en mobilisant très peu la mémoire de travail alors que le second est plus coûteux en termes de mémoire de travail lorsqu'il s'agit de rappeler des résultats reconstruits par l'intermédiaire de connaissances procédurales. En contrepartie, il y a un réel intérêt dans la seconde approche à enseigner des procédures efficaces qui pourront par la suite être transférées à la réalisation de calculs plus complexes.

Enfin, plusieurs auteurs soulignent l'intérêt de coordonner l'apprentissage des tables de l'addition à la perception de la relation inverse qui lie addition et soustraction. D'après Vilette (2002), « une transformation n'est pas compréhensible en soi mais seulement par rapport aux autres » (p. 1379) et les élèves ne peuvent raisonner arithmétiquement en utilisant les relations parties-tout et la composition additive des nombres que lorsque l'addition et la soustraction sont présentées comme des opérations interdépendantes. Baroody et al. (2009) suggèrent de se concentrer sur la structure plutôt que sur la mémorisation individuelle de faits numériques et préconisent « une mémorisation significative des combinaisons de base » telles que 3 + 5 = 8, 5 + 3 = 8, 8 – 3 = 5 et 8 – 5 = 3, ce qui peut « réduire le temps et la pratique nécessaires pour parvenir à la maîtrise, maintenir l'efficacité et faciliter l'application des connaissances existantes à des combinaisons inconnues ou non pratiquées » (p. 71). Des occasions sont alors données aux élèves de découvrir et d'automatiser des stratégies qui pourront être transférées à d'autres nombres.

1.5 Influence de la connaissance des faits numériques et des habiletés calculatoires sur la résolution de problèmes

Butlen (2007) distingue deux catégories de calculs en jeu lors de la résolution d'un problème : « le calcul numérique renvoyant aux opérations classiques et le calcul relationnel concernant les opérations mentales nécessaires à la saisie des relations en jeu » (p. 83) qui permet une représentation correcte du problème. Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la connaissance des tables et le développement d'habiletés de calcul soulagent la mémoire de travail au profit de l'exécution de tâches plus complexes en activité de résolution de problèmes. Par exemple, Ding et al. (2021) rapportent que lors de la résolution de problèmes, l'automaticité de faits arithmétiques de base favorise les performances arithmétiques en libérant des ressources de mémoire de travail. La réalisation des calculs « numériques » est ainsi facilitée. Butlen et Pézard (2003) s'intéressent également à l'impact de ces habiletés sur le calcul « relationnel » qui s'opère lors de la résolution d'un problème. Ils démontrent qu'un entraînement au calcul mental, en allégeant les tâches de calcul, favorise une prise de sens et contribue à accélérer la reconnaissance de l'opération en jeu dans la résolution de problèmes familiers pour les élèves. Cela s'expliquerait par le fait que la mémorisation de faits numériques et l'automatisation de procédures de calcul libèrent de l'espace dans la mémoire de travail au profit des opérations mentales nécessaires à la saisie des relations en jeu et à la construction de représentations (Butlen, 2007).

1.6 Problématique

Le dispositif d'enseignement « Faits reliés » a été conçu et amélioré par un collectif de professeurs et de chercheurs dans le cadre d'une recherche-action avec trois objectifs : concevoir des outils et des démarches pour permettre aux élèves de mémoriser les tables d'addition et de multiplication; développer chez eux la capacité à percevoir la relation inverse entre addition et soustraction (resp. entre multiplication et division) et à passer rapidement d'une écriture mathématique à une autre écriture équivalente; enfin, mettre cette fluence et cette flexibilité calculatoire au service de la résolution de problèmes basiques pour enrichir leur mémoire de problèmes. Nous nous intéressons ici aux effets des deux premières années de mise en œuvre du dispositif. Pour cela, nous suivons une cohorte d'élèves du CP (6-7 ans) au CE1 (7-8 ans) : la première année, la moitié des classes utilise le dispositif et l'autre non alors que la seconde année, toutes les classes utilisent le dispositif. Un test est soumis aux élèves au début de la première année, puis au début et à la fin de la seconde année. Seule la partie concernant le champ additif est évaluée, le champ multiplicatif n'étant pas abordé au CP. Nous voulons dans cet article apporter des réponses à quatre questions de recherche.

1) Quel est l'effet de l'utilisation du dispositif sur la disponibilité des résultats des tables d'addition et la perception de l'équivalence entre écritures additives et soustractives chez les élèves?
2) Quel est l'effet de l'utilisation du dispositif sur les performances des élèves en résolution de problèmes basiques?
3) Est-ce que l'enseignement proposé dans le dispositif a un effet plus ou moins bénéfique sur les performances des élèves en termes de mémorisation des tables d'une part et de résolution de problèmes basiques d'autre part selon qu'il est proposé pendant une année (CE1) ou deux années (CP et CE1)?
4) Observe-t-on une corrélation positive entre les scores des élèves au test dans le domaine du calcul et dans celui de la résolution de problèmes basiques? Le cas échéant, peut-on conclure à une relation de causalité entre l'utilisation du dispositif et des performances accrues chez les élèves en résolution de problèmes basiques et, si oui, dans quelle mesure?

Plus généralement, nous cherchons donc à savoir si un travail spécifique sur la mémorisation des tables d'addition et la perception d'équivalence entre écritures additives et soustractives mené en parallèle d'un travail sur le réinvestissement de ces habiletés pour résoudre des problèmes basiques a une incidence positive sur les performances des élèves en résolution de problèmes basiques du champ additif. Dans la partie 2 de l'article, nous décrivons les origines du questionnement qui a mené à la constitution du collectif d'enseignants et de chercheurs puis à la conception du dispositif que nous décrivons ensuite en détail. Dans la partie 3, nous rendons compte de la méthodologie utilisée pour tester les effets du dispositif. La partie 4 est dédiée à la restitution des résultats obtenus et à leur analyse. Enfin dans la partie 5, nous développons nos perspectives de recherche.

2. Le dispositif « Faits reliés »

Dans les paragraphes suivants, nous décrivons le questionnement duquel est né le dispositif, le fonctionnement du collectif qui l'a fondé et les grandes lignes de son contenu.

2.1 Genèse du projet

Plusieurs constats ont initié la réflexion qui a conduit à la constitution d'un collectif d'enseignants et de chercheurs et à la réalisation collaborative de ce dispositif. D'une part, quelques enseignantes ont soumis leurs interrogations au groupe des cinq chercheurs et formateurs sur la façon d'accompagner leurs élèves dans le processus de mémorisation des tables : quels sont les faits numériques qui doivent être appris par cœur? Quels sont ceux pour lesquels une mémorisation complète n'est pas indispensable? Quelle démarche d'enseignement adopter pour que les élèves mémorisent les tables? De quels outils doter les élèves pour qu'ils s'exercent en classe, voire en dehors du temps scolaire? Ces questionnements concordaient avec des difficultés fréquemment exprimées par des enseignants lors de séances de formation continue que nous avions animées. D'autre part, notre équipe de chercheurs-formateurs faisait le constat suivant : connaître pleinement un fait numérique, c'est être capable de percevoir l'équivalence entre quatre écritures différentes, mais mathématiquement analogues (par exemple, entre $6 + 4 = 10$, $10 - 6 = 4$, $4 + 6 = 10$ et $10 - 4 = 6$ ou entre $3 \times 8 = 24$, $24 : 8 = 3$, $8 \times 3 = 24$ et $24 : 8 = 3$). Or, la perception de ces équivalences n'est pas spontanée et nécessite d'être enseignée. Dans un certain nombre de pays, cela fait l'objet d'un apprentissage systématique comme l'illustrent par exemple les extraits de manuels portugais (Tavares et al., 2017a, 2017b) de la figure 1. Ce n'est pas le cas de la plupart des manuels français, ce qui nous a incités à explorer cette piste.

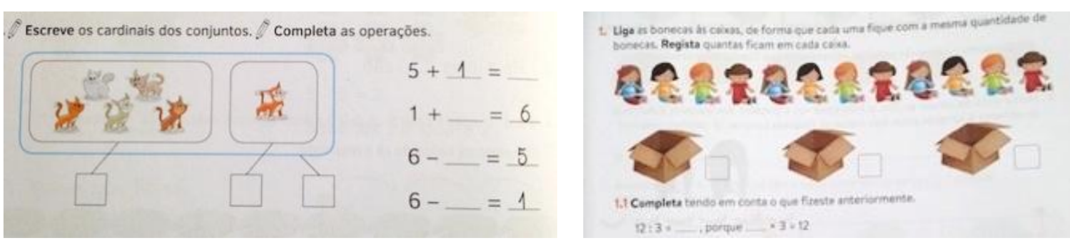


Figure 1. À gauche, extrait du manuel *Todos Juntos, matemática 1° ano* (élèves de 6 à 7 ans) et à droite, extrait du manuel *Todos Juntos, matemática 2° ano* (élèves de 7 à 8 ans)

De plus, être capable de restituer un fait numérique n'implique pas toujours de savoir le mobiliser pour résoudre un problème. Par exemple, un élève peut répond immédiatement « 42 » à la question « Combien font 6 fois 7? » sans être en mesure de résoudre le problème : « Combien de bandes de 6 mètres de long peut-on découper dans un rouleau de tissu de 42 mètres? ». Or une connaissance numérique n'est utile que si elle permet de répondre à des questions mathématiques. De ces constats et questionnements a résulté la volonté commune de créer un dispositif d'enseignement mathématique répondant à un triple objectif : i) il dote les enseignants de l'école élémentaire d'outils et de démarches pour accompagner leurs élèves dans la mémorisation des tables d'addition et de multiplication; ii) il permet de conduire un travail spécifique sur la perception des équivalences entre écritures mathématiques; iii) et de mener un travail en parallèle sur la mobilisation de ces faits numériques pour la résolution de problèmes arithmétiques verbaux. Nous utilisons le terme de dispositif dans le sens que Sensevy (2021) lui attribue pour désigner « un agencement d'éléments qui concourent à une action ou à un but » (Sensevy, 2021, p. 164). Ce dispositif est constitué d'un ensemble de ressources de différents types (représentations particulières, matériel, supports de jeux, listes de problèmes, séquences d'enseignement, manières d'agir et discours associés) que nous allons décrire dans le paragraphe 2.3.

2.2 Un projet de recherche-action de type collaboratif

Une ébauche du dispositif a été conçue et expérimentée de manière informelle par une enseignante de CP (élèves de 6 à 7 ans) et deux enseignantes de CM1-CM2 (élèves de 9 à 11 ans) lors de l'année scolaire 2018-2019 : un travail dans le domaine du calcul était articulé à un travail en résolution de problèmes sur quelques exemples circonscrits. À partir de 2019, un collectif réunissant un groupe de cinq chercheurs et formateurs en didactique des mathématiques et un groupe d'enseignants d'une puis de deux écoles[6] de REP[7] s'est constitué pour conduire pendant trois ans un projet de recherche-action intitulé « Favoriser la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes ». Il s'agissait de compléter l'ébauche de dispositif initialement produite, de l'expérimenter et d'en évaluer les effets, de l'améliorer collectivement pour essayer d'apporter des réponses aux questions initiales posées par le collectif.

Voici le processus que nous avons suivi.

a) Le collectif a tout d'abord défini le but commun qu'il se fixait, à savoir la conception d'un dispositif visant les objectifs i), ii) et iii) énoncés ci-dessus.
b) Les chercheurs-formateurs ont exposé au collectif des résultats de recherches pour guider les premières actions puis lui ont soumis les représentations que l'on se proposait d'utiliser accompagnées de premiers exemples de tâches de calcul et des listes de problèmes que nous décrivons plus en détail dans le paragraphe 2.3.
c) Le collectif (enseignants et chercheurs-formateurs) a amendé le dispositif en fonction des débats qui ont eu lieu et des idées qui ont émané.
d) Les enseignants du collectif ont mis en œuvre le dispositif en procédant aux adaptations qui leur semblaient nécessaires à l'écologie de leur classe. Les

6 École Ferdinand Buisson à Bègles et école Albert Camus à Floirac, France.
7 Réseau d'éducation prioritaire.

chercheurs ont réalisé des visites de classe, chacune suivie d'un entretien entre l'enseignant ayant mené la séance et le chercheur l'ayant observée ou filmée.

e) Des réunions restreintes et des séances plénières ont été organisées pour débattre sur les points ayant émergé des visites et des entretiens.

Les étapes c), d) et e) du processus ont été réitérées pendant les trois années du projet. Ce processus de boucle itérative a permis d'enrichir le dispositif de manière collaborative. Le projet a débuté avec 6 enseignants de l'école Ferdinand Buisson. Onze autres enseignants de l'école ont rejoint le collectif la deuxième année. Enfin pour la troisième année, tous les enseignants de l'école Ferdinand Buisson participaient au projet ainsi que tous ceux de l'école Albert Camus, ce qui représentait 27 classes et balayait tous les niveaux de l'école élémentaire (élèves de 6 à 11 ans). En agrandissant progressivement le collectif, nous avons pu expérimenter le dispositif auprès de tous les niveaux de classe en la confrontant à des pratiques enseignantes variées. Par la même occasion, nous avons commencé à étudier les conditions de sa diffusion en observant la dynamique qui s'installait dans le collectif au travers des échanges entre pairs experts et pairs novices.

Le projet conduit entre 2019 et 2022 est une recherche-action, c'est-à-dire « un processus destiné à doter tous les participants de la scène éducative […] des moyens d'améliorer leur pratique grâce à leurs expériences éclairées et nourries des savoirs théoriques en cours » (Catroux, 2002, p. 8). De plus, son fonctionnement présente plusieurs des caractéristiques d'une ingénierie collaborative (Sensevy, 2021, p. 166) : des enseignants et des chercheurs coopèrent pour produire une œuvre commune – le dispositif –, ils en déterminent ensemble les fins et les moyens, il y a égalité des intelligences entre professeurs et chercheurs et les différences de compétences entre les acteurs constituent le moteur de l'invention collective. Enfin, puisque le dispositif est « tributaire des situations, il peut être révisé et amélioré à chaque itération […]. L'ensemble du système de recherche progresse donc par raffinements successifs » (Collectif Didactique pour enseigner, 2024, p. 86).

2.3 Description du dispositif

Dans le domaine du calcul, des tâches d'entraînement visant la mémorisation des tables d'addition et de multiplication et la perception des équivalences entre écritures mathématiques sont menées tout au long de l'année en abordant les faits numériques selon une certaine programmation (paragraphe 2.3.2). En parallèle, les élèves résolvent des problèmes basiques (Houdement, 2017) tirés d'une liste créée et amendée par le collectif pour chaque année de l'école élémentaire (paragraphe 2.3.3). Sa progressivité est établie grâce aux classifications issues de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1986) et articulée à la progression dans le domaine du calcul dans le sens où les nombres en jeu dans les problèmes proposés mobilisent les faits numériques déjà travaillés. Des exemples de séances autour de tâches spécifiques (paragraphe 2.3.4) complètent le dispositif.

2.3.1 Des représentations particulières

Les tâches menées dans le domaine du calcul sont rattachées à des représentations particulières (cf. Foulquier et al., 2022) pour une étude de l'usage fait par les élèves et les enseignants de ces représentations) et à une terminologie spécifique. Les expressions entre guillemets sont celles qui sont utilisées en classe avec les élèves.

Boîtes et trios. Pour les faits numériques additifs, nous appelons « trio » trois nombres liés par une relation additive (3, 7 et 10 par exemple). Un trio peut être placé dans une « boîte » et est accompagné de quatre faits numériques appelés « faits reliés de l'addition » et qui illustrent la structure additive liant les trois nombres du trio (figure 2).

<table><tr><td colspan="2">10</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td></tr></table>

3 + 7 = 10
7 + 3 = 10
10 – 3 = 7
10 – 7 = 3

Figure 2. Le trio (3; 7; 10) placé dans une boîte et les quatre faits reliés de l'addition associés

Cette représentation en boîte a été analysée par Fischer (1993). On la retrouve également dans l'ouvrage de Bonhême et Descaves (2007, p. 65) avec un usage relativement similaire à celui que nous en faisons dans le dispositif. Elle a pour nous une fonction de support visuel qui peut aider les élèves à percevoir les équivalences du type « $3 + 7 = 10 \Leftrightarrow 10 - 3 = 7$ » par le biais de tâches d'entraînement ritualisées. De plus, nous l'avons choisie car elle permet d'illustrer plus ou moins facilement des problèmes de toutes les catégories que nous souhaitons aborder avec les élèves dans le champ additif. En effet, avec une boîte, on peut aisément représenter un problème de composition d'états ou de comparaison et un peu moins aisément un problème de transformation ou de composition de transformations. Enfin, il est possible d'introduire cette représentation en s'appuyant sur du matériel afin qu'elle soit porteuse de sens pour les élèves (figure 3).

Figure 3. Une enseignante de CP du projet introduit les boîtes à l'aide de réglettes Cuisenaire

Rectangles et triplettes. De même, pour les faits multiplicatifs, nous appelons « triplette » trois nombres liés par une relation multiplicative (3, 8 et 24 par exemple). La triplette peut être placée dans un « rectangle » et elle est accompagnée de quatre faits numériques que nous appelons « les faits reliés de la multiplication » (figure 4).

	8
3	$\boxed{24}$

$3 \times 8 = 24$
$8 \times 3 = 24$
$24 : 3 = 8$
$24 : 8 = 3$

Figure 4. La triplette (3; 8; 24) placée dans un rectangle et les quatre faits reliés de la multiplication

Ici aussi, la représentation en rectangle sert de support visuel pour aider les élèves à retrouver des équivalences du type « $3 \times 8 = 24 \Leftrightarrow 24 : 3 = 8$ » au moyen de tâches d'entraînement ritualisées. Nous l'avons en outre choisie car elle permet d'illustrer plus ou moins facilement des problèmes de multiplication vue comme une addition itérée, de division-partition, de division-quotition, de configuration rectangulaire, d'aire, de produit cartésien, etc. Sur la photo de la figure 5, le rectangle illustre un problème de configuration rectangulaire (« Un fermier a planté 5 rangées de 4 carottes. Combien a-t-il planté de carottes? ») qui a servi à une enseignante de CE1 (7-8 ans) à introduire le sens de la multiplication, les signes « × » et « : », les triplettes et les rectangles.

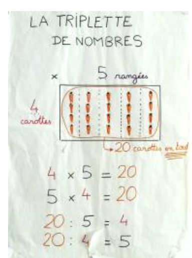


Figure 5. Trace écrite dans la classe de CE1 d'une enseignante du collectif

2.3.2 Domaine du calcul

Choix opérés. Les tâches proposées aux élèves dans le domaine du calcul ont pour objectif de développer chez eux deux types d'automatismes :

- être capable de restituer rapidement n'importe quel résultat des tables d'addition ou de multiplication (par exemple, être capable d'énoncer rapidement $3 \times 8 = 24$ ou $8 \times 3 = 24$ selon le résultat le plus disponible pour l'élève),
- être capable d'écrire rapidement les faits reliés aux faits mémorisés en s'aidant si besoin d'une boîte ou d'un rectangle (par exemple à partir de $3 \times 8 = 24$, savoir retrouver $8 \times 3 = 24$, $24 : 3 = 8$ et $24 : 8 = 3$ en s'appuyant éventuellement sur le support visuel du rectangle contenant la triplette [3, 8, 24]).

Le fait qu'une mémorisation complète des tables de multiplication soit visée n'a pas fait débat dans le collectif : les programmes français l'exigent (MEN, 2020, p. 58) et tous les enseignants du groupe avaient déjà pu constater des difficultés chez leurs élèves liées à une mauvaise connaissance de ces faits numériques. Par ailleurs, trois arguments ont finalement conduit le collectif à opter pour le premier type d'apprentissage des tables d'addition décrit dans le paragraphe 1.4, c'est-à-dire un apprentissage par cœur de toutes les tables d'addition, tout en prévoyant dans la programmation une explicitation des procédures de calcul réfléchi dites efficaces. Le premier argument tient aux programmes français (MEN, 2020, p. 58) : les élèves doivent avoir mémorisé les tables d'addition à la fin du CE2 (8-9 ans) et les repères de progression (MEN, 2019) précisent que la plupart des résultats des tables d'addition sont mémorisés dès le CP (6-7 ans). Le deuxième argument réside dans le fait que pour que le second type d'apprentissage (paragraphe 1.4) soit efficace, il faut que les élèves aient mémorisé plus de la moitié des tables d'addition et automatisé plusieurs procédures de calcul réfléchi. Outre le fait que dans le choix de stratégie d'enseignement que nous adoptions, des procédures de calcul (« presque-double », passage par 10 », « ajouter 9 ») seraient étudiées et pourraient être réinvesties par les élèves avec des nombres plus grands, les enseignants du collectif, forts de leur expérience, ont pensé qu'il était moins risqué de transmettre comme message à leurs élèves qu'« il faut connaître par cœur ses tables d'addition » (quitte à ce qu'elles ne soient pas entièrement mémorisées par tous) plutôt que « il n'est pas utile de tout savoir par cœur », ce qui conduirait immanquablement certains élèves à penser que « les tables d'addition, ça ne s'apprend pas par cœur »… Enfin, le troisième argument tient à la place que la mémorisation des tables d'addition occupe dans la programmation : il est proposé dès le CP (6-7 ans) et il a semblé aux enseignants du collectif qu'il constituait une bonne occasion d'enseigner des compétences méthodologiques aux élèves, de les doter d'outils et de méthodes efficaces qui pourraient leur servir dès l'année suivante pour mémoriser les tables de multiplication ou tout autre résultat qui nécessiterait un apprentissage par cœur, en d'autres termes une occasion de « leur apprendre à apprendre ».

Programmation des apprentissages en calcul. Tout le répertoire additif est étudié en vue d'être mémorisé dès l'année de CP (6-7 ans) puis systématiquement passé en revue pour être consolidé au début de chaque année jusqu'au CM2 (10-11 ans). Le répertoire multiplicatif est abordé dès la période[8] 3 du CE1 (7-8 ans). Les tables de 2, 3, 4, 5 et 10 sont mémorisées au cours de l'année de CE1 (7-8 ans) et celles

---

[8] L'année scolaire française est découpée en 5 périodes qui correspondent aux temps de classes situés entre deux temps de vacances scolaires.

de 6, 7, 8 et 9 au CE2 (8-9 ans) conformément au curriculum français (MEN, 2019, 2020). Le répertoire multiplicatif est ensuite revu pour être consolidé en CM1 (9-10 ans) et en CM2 (10-11 ans). En particulier, le fait d'adopter cette programmation implique d'introduire le signe « : » dès le CE1 (7-8 ans) en même temps que le signe « × », ce qui est inhabituel en France[9]. Les tâches de calcul décrites dans les deux paragraphes suivants sont mises en œuvre en classe dans un champ numérique respectant cette programmation. De plus, à partir de la période 4 de l'année de CP, les enseignants organisent des séances ponctuelles au cours desquelles ces mêmes tâches sont proposées aux élèves avec des nombres plus grands dans le but de favoriser le transfert des habiletés développées sur les petits nombres à des calculs plus complexes.

Exemples de tâches dans le domaine du calcul. Initialement, seules quelques tâches visant à favoriser la mémorisation des tables et le lien entre addition et soustraction ou entre multiplication et division ont été proposées aux enseignants du collectif. Ces derniers les ont pleinement investies et ont fait preuve de beaucoup d'inventivité pour en créer de nouvelles. En voici quelques exemples (de gauche à droite et de haut en bas sur la figure 6) :

- à partir d'une boîte contenant un trio ou d'un rectangle contenant une triplette, écrire les quatre faits reliés;
- à partir d'un trio ou d'une triplette, dessiner/remplir la boîte contenant le trio ou le rectangle contenant la triplette puis écrire les quatre faits reliés;
- compléter une boîte contenant deux des trois nombres d'un trio ou un rectangle contenant deux des trois nombres d'une triplette;
- trier les vraies boîtes/rectangles et les fausses boîtes/rectangles (c'est-à-dire les nombres ne constituent pas un trio/une triplette ou ne sont pas placés correctement);
- assembler des étiquettes pour retrouver des faits numériques;
- retrouver toutes les décompositions d'un nombre (loto);
- trouver tous les rectangles pour lesquels le nombre du centre est le même, mais les deux autres nombres de la triplette sont différents : ces résultats à antécédents multiples des tables de multiplication étant particulièrement sources d'erreurs, il est intéressant de les faire identifier aux élèves afin qu'ils prennent conscience de l'origine de la difficulté.

[9] Dans les programmes d'enseignement français, les symboles « = », « + », « - », « × » et « : » sont introduits dans en cycle 2 (CP, CE1, CE2) sans indication explicite concernant l'année. Le signe « : » est souvent introduit en CE2 dans les manuels.

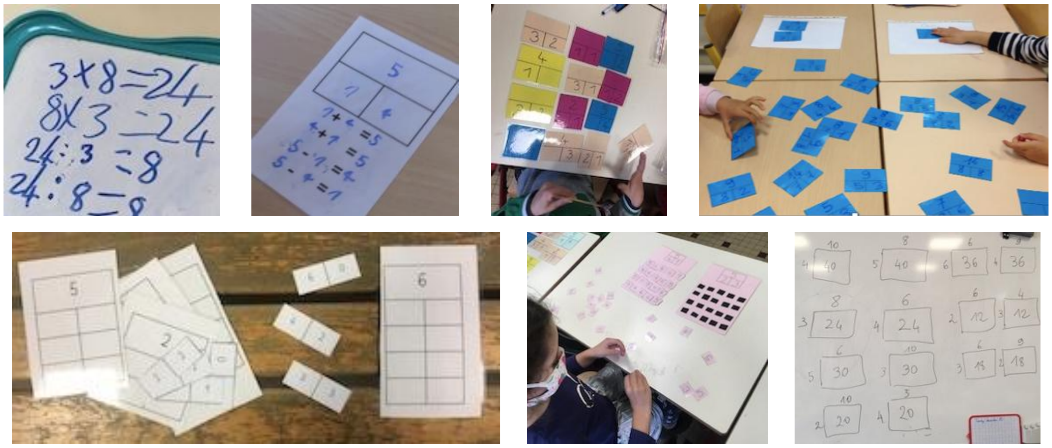


Figure 6. Exemples de tâches de calcul

Exemples de tâches mobilisant des écritures préalgébriques. Nous confrontons les élèves dès le CP (6-7 ans) à des écritures mathématiques dans lesquelles le symbole « ? » est utilisé pour désigner une inconnue. Nous les appelons « écritures préalgébriques » car dans l'usage que nous en faisons dans le dispositif, elles permettent aux élèves une entrée dans la pensée algébrique selon les trois caractéristiques énoncées par Radford (2013, p. 260) : l'indétermination, la dénotation et l'analycité. Toutefois de notre point de vue, elles ne présentent pas encore la généricité des écritures algébriques auxquelles ils seront confrontés plus tard car elles ont dans notre dispositif des formes particulières dues au fait qu'elles modélisent des problèmes basiques. Dans une démarche sensiblement similaire à la nôtre, Bonhême et Descaves (2007) utilisent la lettre « x » pour représenter l'inconnue et emploient l'expression « programme opératoire » pour désigner ce que nous appelons les écritures préalgébriques.

Les tâches suivantes sont proposées régulièrement (figure 7, de gauche à droite) :

- jeux ou entraînement individuel à l'aide de cartes recto verso contenant au recto une écriture mathématique avec un « ? » et au verso la valeur du « ? »;
- dominos d'association entre écriture préalgébrique et valeur du « ? »;
- à partir d'une boîte ou d'un rectangle contenant deux nombres et un « ? », écrire les quatre faits reliés avec « ? ».

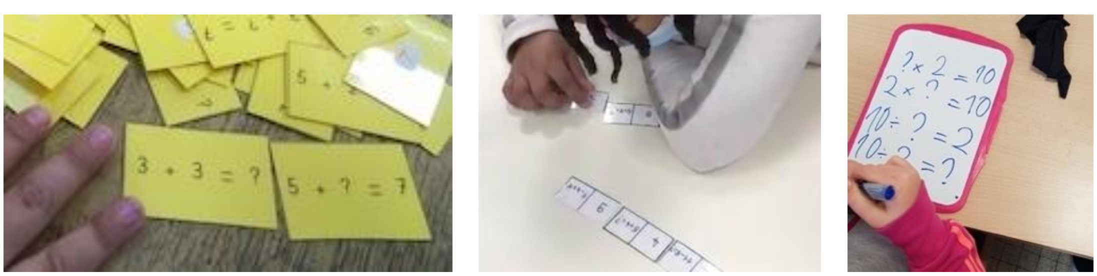


Figure 7. Exemples de tâches de calcul mobilisant des écritures préalgébriques

Ces écritures sont ensuite mobilisées par les élèves en situation de résolution de problème comme nous le décrivons dans le paragraphe suivant.

2.3.3 Domaine de la résolution de problèmes

Dans le dispositif, nous proposons aux enseignants une liste de problèmes basiques pour chaque année de l'école élémentaire. Dans la lignée des travaux d'Houdement (2017) décrits au paragraphe 1.3, notre objectif est d'enrichir la mémoire de problèmes des élèves afin qu'ils automatisent la résolution des problèmes basiques, c'est-à-dire qu'ils soient capables de les résoudre de façon quasi immédiate à la fin de l'école élémentaire. Il s'agit de cette façon d'alléger la charge en mémoire de travail afin de la rendre plus disponible pour la réalisation de tâches nécessaires à la résolution de problèmes plus complexes.

Choix opérés pour établir les listes de problèmes. La progressivité des listes de problèmes fournies aux enseignants (tableau 1) est établie selon plusieurs critères. D'une part, le champ numérique concerné dans les problèmes est articulé à la programmation dans le domaine du calcul décrite dans le paragraphe 2.3.2 : il s'élargit progressivement car les problèmes mobilisent les faits numériques déjà travaillés. En fin de certaines périodes, des nombres plus grands ou des nombres décimaux sont également convoqués[10]. D'autre part, nous nous appuyons sur les classifications issues de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1986) pour choisir et ordonner les problèmes des cinq listes. En effet, plusieurs études ont montré qu'à l'instar de la taille des nombres ou des difficultés lexicales de l'énoncé, l'appartenance à l'une des catégories de cette classification et la place de l'inconnue dans le problème ont une incidence significative sur la réussite des élèves (Riley et al., 1983). Nous opérons les choix suivants :

- les énoncés de six problèmes basiques sont proposés chaque semaine;
- les catégories sont abordées successivement semaine après semaine : une catégorie, puis une seconde, puis deux catégories mêlées, etc.;
- dans une même catégorie, la place de l'inconnue varie d'un problème à l'autre.

[10] Période 5 pour le CP, périodes 3 à 5 pour le CE1, périodes 2 à 5 pour le CE2, le CM1 et le CM2.

Tableau 1 : Extrait de la programmation en résolution de problèmes pour le CP (6-7 ans), période 4

Semaine	Champ numérique	Catégorie(s) de problème
Semaine 1	Maison[11] du 2 à maison du 10, doubles	Transformation d'état, composition d'états
Semaine 2	Maison du 2 à maison du 10, doubles	Transformation d'état, composition d'états
Semaine 3	Maison du 2 à maison du 10, doubles, 10 + *n*	Transformation d'état, composition d'états
Semaine 4	Maison du 2 à maison du 10, doubles, 10 + *n*	Comparaison d'états
Semaine 5	Maison du 2 à maison du 10, doubles, presque-doubles, 10 + *n*	Comparaison d'états
Semaine 6	Maison du 2 à maison du 10, doubles, presque-doubles, 10 + *n*	Transformation d'état, composition d'états, comparaison d'états
Semaine 7	Maison du 2 à maison du 10, doubles, presque-doubles, 10 + *n*, *n* + 9	Transformation d'état, composition d'états, comparaison d'états

Une méthode pour résoudre les problèmes. Lorsqu'un enseignant commence à utiliser le dispositif, il instaure la méthode suivante dans la classe pour résoudre les problèmes de la liste des « Faits reliés » : après la découverte à l'oral ou à l'écrit de l'énoncé, on produit d'abord une écriture mathématique qui traduit le problème (une écriture préalgébrique congruente[12] à l'énoncé), puis on utilise si besoin la boîte ou le rectangle pour transformer l'écriture en une écriture mathématiquement équivalente qui permet d'obtenir plus facilement le résultat. Enfin, on communique la réponse grâce à une phrase réponse. Par exemple, pour le problème « Il y a des élèves dans le bus. 8 élèves descendent et maintenant, il en reste 9. Combien y avait-il d'élèves dans le bus? », l'écriture préalgébrique congruente à l'énoncé est « ? – 8 = 9 ». Avec ou sans l'aide de la boîte, on la transforme en « 8 + 9 = ? », ce qui permet d'obtenir le résultat numérique « 17 » et de fournir la phrase réponse « Il y avait 17 élèves dans le bus ». La boîte (ou le rectangle pour les problèmes du champ multiplicatif) a un statut d'outil transitoire qui facilite si nécessaire la réalisation des calculs.

Les listes de problèmes de chaque niveau de classe commencent volontairement par des problèmes de transformation d'état énoncés dans l'ordre chronologique

[11] On appelle « maison du *n* » les faits du répertoire additif dont le résultat est égal à *n*. Par exemple, la maison du 4 est constituée de 1 + 3 = 4, 2 + 2 = 4 et 3 + 1= 4.

[12] Chaque unité signifiante élémentaire de l'énoncé est traduite par une et une seule unité signifiante élémentaire de l'écriture, ces unités étant arrangées dans le même ordre.

d'occurrence des événements : en effet, leur dimension dynamique associée à la présence de verbes d'action facilite la production d'une écriture préalgébrique et l'installation de cette méthode avec les élèves. Assez rapidement, des problèmes de composition d'états puis de comparaison d'états sont abordés afin d'éviter que l'aspect très guidé de la méthode n'induise des démarches superficielles (Fagnant, 2018) chez les élèves qui pourraient venir à penser que résoudre un problème, c'est appliquer un simple algorithme. En effet, pour les problèmes de composition et de comparaison d'états, la production d'une écriture mathématique qui traduit l'énoncé n'est pas aussi simple et nécessite une réflexion sur le sens du problème. De plus, si la méthode enseignée peut dans un premier temps sembler séquentielle, l'enseignant fait constater aux élèves dès que les problèmes de composition sont abordés qu'il est parfois plus simple de commencer par remplir la boîte pour ensuite en déduire l'écriture préalgébrique. Il est à noter que lorsque d'autres temps consacrés à la résolution de problèmes atypiques ou complexes sont organisés dans la classe, cette méthode n'est pas forcément utilisée par les élèves. Elle n'est explicitement contractualisée avec eux par l'enseignant que pour les temps dédiés à la résolution des « problèmes des Faits reliés ».

Le fait de demander systématiquement aux élèves, dès le CP, d'écrire une phrase mathématique avec « ? » qui modélise le problème constitue l'une des singularités de notre démarche, motivée par le fait que pour un grand nombre de problèmes basiques, la production de cette écriture préalgébrique est relativement aisée. Le travail spécifique conduit dans le domaine du calcul permet alors le traitement de cette écriture lorsqu'il est nécessaire pour parvenir au résultat. À terme, les élèves sont conduits à transformer l'écriture produite de manière à obtenir une écriture dans laquelle le « ? » est à droite du signe « = », ce qui prend tout son sens quand les nombres de l'énoncé sont grands ou décimaux et que les calculs sont alors effectués à la calculatrice ou en posant une opération.

2.3.4 Tâches isolées

Lors de séances plénières du collectif, la nécessité de travailler spécifiquement certains aspects du processus de résolution de problèmes a émergé pour essayer de lever certaines difficultés qui avaient été constatées chez les élèves. Nous avons donc exhibé des « tâches isolées » qui permettent aux élèves de s'exercer sur des points localisés de ce processus, étant préalablement entendu que la maîtrise de l'exécution de ces tâches ne serait pas suffisante pour savoir résoudre des problèmes basiques. Chaque tâche conduit à une résolution effective du problème afin d'éviter les « fausses routes » soulignées par Houdement (2018) :

> On trouve ainsi, assez classiquement, à propos des problèmes, et en amont de leur résolution, des consignes du type : trouver la question, souligner les informations utiles, barrer les informations inutiles, voire trouver l'opération… Or ce sont des tâches qui ne peuvent pas être faites sans résoudre le problème, elles sont partie prenante de la résolution, elles ne peuvent pas précéder la résolution. Des travaux plus anciens ont déjà mis en garde sur ces « fausses routes », (Coppé et Houdement 2002; Houdement, 1999, 2003), mais celles-ci résistent. (p. 115).

Voici un premier exemple de tâche isolée que nous avons nommée « Faire parler les écritures mathématiques » avec les enseignants de notre projet : une écriture préalgébrique étant donnée, il s'agit de produire un énoncé de problème contextualisé qui peut être modélisé par cette écriture, puis de résoudre le problème. Par exemple, à partir de l'écriture « 12 - ? = 5 », on peut proposer le problème « Yanis avait 12 cartes. Il en a perdu pendant la partie et maintenant, il lui en reste 5. Combien a-t-il perdu de cartes pendant la partie? » qui est ensuite résolu selon la méthode présentée au paragraphe précédent. Comme Sander (2018, p. 124), nous avons nous aussi remarqué lors des expérimentations que les élèves rédigent des énoncés en privilégiant spontanément certaines catégories de problèmes : en particulier dans le champ additif, ils créent presque exclusivement des problèmes de transformation d'états. Pour pallier ce phénomène, il est possible d'affiner la consigne en précisant un contexte dans lequel le problème imaginé doit se dérouler ou bien en donnant à l'avance la question du problème (par exemple, inventer un problème qui se modélise par « 11 - ? = 5 » et qui parle d'une équipe avec des filles et des garçons ou bien dont la question est « Combien y a-t-il de filles dans cette équipe? »). La tâche « Faire parler les écritures mathématiques » correspond en quelque sorte à l'inverse de la production de l'écriture préalgébrique traduisant l'énoncé dans le processus de résolution de problème. Il est nécessaire de savoir la réaliser lorsque dans une démarche d'évaluation de sa stratégie, on souhaite vérifier si la modélisation du problème que l'on a fournie est correcte.

Un autre exemple de tâche isolée très investie par les enseignants du collectif est le « nombre mystère ». On part d'un « énoncé mathématique », c'est-à-dire un énoncé de problème qui décrit des actions mathématiques portant sur des nombres comme, par exemple, « J'ai 3. Je lui ajoute le nombre mystère. J'obtiens 8. Quel est le nombre mystère? ». Il faut produire une écriture préalgébrique qui modélise le problème (« 3 + ? = 8 » dans notre exemple) puis déterminer la valeur du « ? »[13]. Plusieurs raisons ont motivé la mise en place de cette tâche dans le cadre de notre projet : d'une part, pour que les élèves puissent appliquer la méthode

---

[13] C'est un « programme de calcul » dans l'enseignement secondaire français.

pour résoudre les problèmes, décrite dans le paragraphe 2.3.3, il est nécessaire qu'ils sachent manier et produire des écritures préalgébriques. La forme particulière des énoncés mathématiques permet de lever un certain nombre de difficultés habituellement présentes dans le processus de résolution de problème (compréhension du lexique, interprétation de l'énoncé, etc.) afin que les élèves puissent se concentrer sur l'élaboration de l'écriture préalgébrique, ce qui fait du nombre mystère la tâche dédiée du dispositif pour que les élèves s'exercent à la production de ces écritures. D'autre part, cette tâche permet de conduire avec les élèves un travail spécifique sur le langage mathématique et sa traduction en signes mathématiques. Nous proposons également une variante intitulée « nombre mystère inversé » : une écriture préalgébrique est donnée, il faut produire un énoncé mathématique associé à cette écriture puis déterminer la valeur du « ? ». Pour différencier la tâche, on peut ajouter des contraintes sur l'énoncé : par exemple à partir de « ? : 6 = 8 », produire un énoncé qui contient le mot « quotient ».

3. Méthodologie

Afin de répondre aux questions de recherche formulées dans le paragraphe 1.6, nous nous appuyons sur les résultats obtenus à un test soumis à plusieurs reprises à une cohorte composée de tous les élèves de l'école Ferdinand Buisson dans laquelle a débuté la recherche-action et qui étaient scolarisés en CP (6-7 ans) lors de la première année du projet.

3.1 Échantillons étudiés

La cohorte a été suivie pendant deux ans : en année 1, les élèves étaient en classe de CP (6-7 ans) et en année 2 en classe de CE1 (7-8 ans). Dans l'analyse des résultats au test, la cohorte est scindée en deux catégories : la catégorie A constituée de 20 élèves qui étaient dans des classes n'ayant pas utilisé le dispositif « Faits reliés » en année 1 (CP) mais l'ayant utilisé en année 2 (CE1) et la catégorie B constituée de 28 élèves qui étaient dans des classes l'ayant utilisé en année 1 (CP) et en année 2 (CE1). La cohorte ne comprend pas d'élèves n'ayant utilisé le dispositif ni en année 1 (CP) ni en année 2 (CE1) car tous les enseignants de CE1 de l'école avaient souhaité rejoindre le projet en année 2. Lors de l'année 1, les enseignantes de CP des élèves de la catégorie A utilisaient la MHM[14] (Pinel, 2019) pour enseigner les mathématiques. Les 48 élèves de la cohorte ont passé le même

[14] Méthode heuristique de mathématiques (Pinel, 2019) : il s'agit d'un ensemble de ressources mathématiques (programmation, séquences, supports de jeux, matériel) conçues par Nicolas Pinel et disponibles gratuitement en ligne. C'est la version 2024 qui est actuellement consultable (Pinel, 2024).

test[15] à trois reprises (figure 8) : une première fois au mois de septembre de l'année 1, une deuxième fois au mois de septembre de l'année 2 (CE1) et une troisième fois au mois de juin de l'année 2 (CE1) du projet. Les élèves absents à l'une des trois passations n'ont pas été pris en compte dans la cohorte. Initialement, une passation était également prévue en fin d'année 1 (CP), mais elle a été empêchée par le confinement décrété en France en raison de la pandémie de Covid-19.

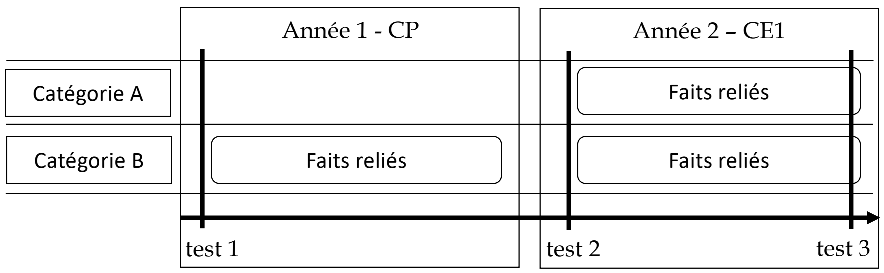


Figure 8. Passation du test au cours des deux années

3.2 Composition du test

Le test est constitué de deux parties : une première composée de calculs à effectuer et une seconde composée de problèmes basiques du champ additif à résoudre.

3.2.1 Description et analyse des items de la partie Calcul

La partie Calcul est formée de 3 séries de calculs à effectuer : 12 calculs d'addition, 12 calculs de soustraction et 12 calculs d'addition à trou ou de soustraction à trou.

2 + 2 = …	2 + 6 = …	10 + 4 = …
4 + 6 = …	7 + 5 = …	8 + 3 = …
3 + 2 = …	8 + 8 = …	7 + 4 = …
6 + 7 = …	6 + 9 = …	5 + 8 = …

7 – 2 = …	8 – 4 = …	9 – 3 = …
14 – 7 = …	12 – 5 = …	13 – 6 = …
10 – 4 = …	18 –10 = …	14 – 8 = …
15 – 6 = …	12 – 7 = …	11 – 6 = …

6 + … = 12	2 + … = 6	7 – … = 3
9 + … = 18	3 + … = 7	10 – … = 4
5 + … = 10	6 + … = 13	16 – … = 8
2 + … = 10	8 + … = 15	15 – … = 9

Figure 9. Les trois séries de calcul

Les enseignants de CP ont pour consigne de faire passer le test à leurs élèves après avoir introduit les signes « + », « - » et « = », ce qui a lieu traditionnellement dans le courant du mois de septembre. Tous les calculs se situent dans le champ numérique des tables d'addition. Nous rappelons que selon les programmes actuels français (MEN, 2019, 2022), elles doivent être complètement mémorisées à

[15] Les passations étant espacées de respectivement 1 an et 9 mois et les items ne faisant l'objet d'aucune reprise écrite ou orale en classe en dehors des passations, nous supposons qu'un phénomène d'oubli naturel des énoncés se produit entre deux passations.

la fin du cycle 2 (9 ans) et pour la plupart dès la fin du CP (7 ans). De plus, les programmes français stipulent qu'à la fin de l'école maternelle, les élèves doivent savoir composer et décomposer des nombres jusqu'à 10 (MEN, 2015). Parmi les items du test, on note que 4 des 12 calculs d'addition, 4 des 12 calculs de soustraction et 6 des 12 calculs d'addition à trou ou de soustraction à trou correspondent à la décomposition d'un nombre inférieur ou égal à 10. Ils sont donc associés à des faits numériques déjà côtoyés par les élèves au début du CP sans être nécessairement mémorisés.

Dans la MHM (Pinel, 2019) utilisée par les enseignantes de CP des élèves de la catégorie A, un travail visant la mémorisation des tables d'addition est conduit tout au long de l'année. Par exemple, les élèves effectuent régulièrement des « Chronomaths », exercices en temps limité au cours desquels ils doivent effectuer un certain nombre de calculs d'addition, de soustraction ou d'addition à trou. Des procédures de calcul telles que les « presque-doubles » sont enseignées. En revanche, on ne trouve pas de séance spécifique concernant la perception d'équivalence entre écritures mathématiques additives et soustractives.

3.2.2 Description et analyse des items de la partie Problèmes

La partie Problèmes est constituée de huit problèmes basiques du champ additif :

A. Léa a des bonbons. Paul lui en donne 7. Maintenant, elle a 15 bonbons. Combien avait-elle de bonbons au début?
B. Dans l'équipe bleue, il y a 8 élèves. 5 sont des filles. Combien y a-t-il de garçons dans cette équipe?
C. En arrivant à l'école, Léo a 18 billes. Il fait une partie à la récréation et il en perd. En rentrant chez lui le midi, il lui reste 9 billes. Combien a-t-il perdu de billes?
D. Pierre a 9 € dans son porte-monnaie. Il a 6 € de moins que moi. Combien ai-je dans mon porte-monnaie?
E. À la boulangerie, je dépense 4 €. En rentrant chez moi, il reste 8 € dans mon porte-monnaie. Combien avais-je d'argent en arrivant à la boulangerie?
F. Eliot a 13 ans. Il a 3 ans de plus que sa sœur. Quel âge a sa sœur?
G. Il y a des bonbons dans la boîte. J'en ajoute 28. Maintenant il y en a 45. Combien y avait-il de bonbons dans la boîte au départ?
H. Paul a 35 billes. Il en perd à la récréation. Quand il retourne en classe, il lui en reste 23. Combien a-t-il perdu de billes à la récréation?

Nous croisons trois variables (tableau 2) pour analyser le degré de complexité de ces problèmes : la première se rapporte à la nature des nombres en jeu, la deuxième correspond à la catégorie à laquelle appartient le problème dans la typologie de Vergnaud (1986) associée à la place de l'inconnue. Nous nous appuyons sur l'étude de Riley et al. (1983) qui montre que cette variable a une incidence sur la complexité du problème. Enfin, la troisième variable est la présence ou l'absence de mots induisant favorablement ou défavorablement une opération.

Tableau 2 : Récapitulatif des valeurs des variables pour les huit problèmes du test

Problème	Nombres en jeu	Cat. Vergnaud; inconnue	Mot inducteur
A	Presque double, $10 < \sum < 20$	Transformation +; état initial	« donne »
B	$5 + n < 10$, $\sum < 10$	Composition; un des états	
C	Double, $10 < \sum < 20$	Transformation -; transformation	« perd »
D	$10 < \sum < 20$	Comparaison -; un des états	« moins »
E	$10 < \sum < 20$	Transformation -; état initial	« dépense »
F	$10 + n$, $10 < \sum < 20$	Comparaison +; un des états	« plus »
G	a, b > 10, $\sum < 50$	Transformation +; état initial	« ajoute »
H	a, b > 10, $\sum < 50$	Transformation -; transformation	« perd »

L'analyse des trois variables sera effectuée plus en détail lors de l'étude des résultats des élèves. Voici quelques remarques préliminaires : concernant la première variable, les nombres en jeu les plus facilitateurs sont ceux présents dans le problème B (décomposition étudiée dès la maternelle d'un nombre inférieur à 10), C (double compris entre 10 et 20, étudié dans toutes les classes de CP) et F (décomposition du type 10 + n d'un nombre inférieur à 20, étudiée dans toutes les classes de CP) alors que les plus complexes sont ceux des problèmes G et H (champ numérique non travaillé en maternelle). Au regard de la deuxième variable, l'étude de Riley et al. (1983) montre que le problème F est le plus complexe des huit problèmes posés, que ce soit chez des élèves de 6-7 ans (CP) que chez ceux de 7-8 ans (CE1). Enfin la variable 3 est favorable dans les problèmes C et H, absente dans le problème B et défavorable dans les problèmes A, D, E, F et G.

Dans la MHM (Pinel, 2019) utilisée par les enseignantes de CP des élèves de la catégorie A, une progression en résolution de problèmes basiques du champ additif est proposée. Des problèmes de transformation avec recherche de l'état final ou de l'état initial et des problèmes de composition avec recherche du composé y sont abordés. L'auteur précise qu'en CP, « ne pas aborder toutes les typologies trop tôt est volontaire : il faut du temps d'entraînement à résoudre des problèmes afin de permettre à l'élève de se constituer une première mémorisation de problèmes » (Pinel, 2019, p. 14 du guide CP).

3.3 Conditions de passation

Nous avons donné les mêmes consignes de passation à tous les enseignants faisant passer le test à leurs élèves : les élèves reçoivent un livret papier individuel au format A5. Pour la partie Calcul, chaque série est proposée sur une page différente sous la forme d'un tableau (cf. figure 9). L'enseignant précise avant le début du test que l'on peut effectuer les calculs d'une série dans l'ordre que l'on souhaite. Les élèves disposent de 90 secondes par série pour répondre à l'écrit. L'enseignant n'effectue pas de lecture à voix haute. Plusieurs auteurs tels que Van de Walle (2007) parlent d'automaticité concernant la restitution d'un fait numérique si une réponse est produite en moins de 3 secondes. En proposant 90 secondes par série de calcul (soit 7,5 secondes en moyenne par calcul), nous ne pourrons pas attester d'une forme d'automaticité chez les élèves. Nous avons toutefois fait le choix d'accorder un temps plus long pour permettre la lecture du calcul et l'écriture du résultat car nous souhaitions adopter une modalité de passation du test qui perturbe peu le rythme habituel de la classe. Pour la partie Problèmes, chaque page du livret contient un énoncé et un emplacement pour la réponse qui est suffisamment vaste pour permettre d'écrire des calculs, de dessiner, de poser une opération, etc. Les problèmes sont traités l'un après l'autre : l'enseignant lit l'énoncé à voix haute, puis les élèves disposent de 15 secondes pour répondre pour les problèmes A à F (45 secondes pour les problèmes G et H). Enfin puisque le même test est proposé à 3 reprises, il est demandé aux enseignants qu'après chaque passation, les calculs et les problèmes ayant servi de support ne soient pas réexploités en classe.

4. Effets sur les performances des élèves : analyse des résultats

Nous analysons dans les paragraphes suivants les résultats obtenus par les élèves aux tests qui viennent d'être décrits.

4.1 Analyse des résultats en calcul

Pour la partie Calcul, la moyenne des pourcentages de réussite au test 1 (au début du CP) des élèves de la catégorie A (élèves ayant utilisé le dispositif en CE1 seulement) est égale à 21,25 % et celle de la catégorie B (élèves ayant utilisé le dispositif en CP et en CE1) est égale à 12,9 %. Cette différence importante nous conduit à questionner l'équivalence des deux échantillons de population étudiés au début de l'expérimentation. La condition de normalité n'étant pas vérifiée pour les séries associées aux catégories A et B, le test t de Student ne peut pas être utilisé. Nous effectuons donc un test U de Mann-Whitney, test non paramétrique qui permet de savoir si deux échantillons sont statistiquement équivalents ou significativement différents en s'affranchissant de la condition de normalité. Nous prenons 0,05 comme valeur limite pour accepter ou rejeter notre hypothèse.

Appliqué aux scores des deux catégories d'élèves au test 1, le test U fournit une valeur $p \approx 0,04 < 0,05$, ce qui permet de rejeter l'hypothèse d'équivalence des deux catégories d'élèves. On constitue la catégorie B′ en supprimant de la catégorie B les 10 élèves ayant les scores les plus faibles au test 1 afin que le score le plus faible soit le même pour les deux catégories d'élèves. Le test U de Mann-Whitney appliqué aux scores des catégories A et B′ d'élèves au test 1 fournit alors une valeur $p \approx 0,96$. Ces deux échantillons sont donc statistiquement équivalents au départ de l'expérimentation. Le tableau 3 contient les moyennes des pourcentages de réussite aux trois tests pour les catégories A et B′, accompagnés des différences de moyennes et des calculs de valeur p.

Tableau 3 : Moyennes des pourcentages de réussite aux tests 1, 2 et 3 sur la partie « Calcul »

	Test 1	Test 2	Test 3
M_1 = Moyenne % réussite cat. A	21,25	46,39	73,19
M_2 = Moyenne % réussite cat. B′	18,98	68,83	88,43
$M_2 - M_1$	-2,27	22,44	15,24
Valeur p	0,96	0,02	0,12

Le tableau 4 recense les scores moyens obtenus par les élèves aux trois séries de calculs pour les tests 1, 2 et 3 : la série Additions correspond aux 12 calculs d'additions, la série Soustraction aux 12 calculs de soustractions et la série Calculs à trou aux 12 calculs d'additions à trou et de soustractions à trou. Les différences de moyennes entre catégorie A et catégorie B′ ainsi que les valeurs p sont précisées.

Tableau 4 : Moyennes des pourcentages de réussite par séries aux tests 1, 2 et 3 sur la partie « Calcul » pour les catégories A et B′

	Additions			Soustractions			Calculs à trou		
	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3
m_1 = moy. % réussite cat. A	33,33	65,00	82,92	15,42	34,17	65,00	15,00	40,00	71,67
m_2 = moy. % réussite cat. B′	29,63	75,93	91,67	13,89	58,33	83,80	13,43	72,22	89,81
$m_2 - m_1$	-3,70	10,93	8,75	-1,53	24,16	18,80	-1,57	32,22	18,14
Valeur p	0,84	0,17	0,44	0,77	0,01	0,06	0,94	0,01	0,27

Pour apporter des réponses à la question de recherche (1), nous comparons les moyennes des scores au test 2 entre les élèves de la catégorie A et ceux de la catégorie B′. Les résultats du tableau 3 sont nettement favorables à l'utilisation du dispositif, la moyenne des scores des élèves de la catégorie B′ étant supérieure de 22,44 % à celle des élèves de la catégorie A après un an d'utilisation du dispositif. De plus, la différence de réussite est statistiquement significative ($p \approx 0{,}02 < 0{,}05$). Si l'on compare les scores en fonction des séries de calcul, on constate dans le tableau 4 que les élèves ayant utilisé le dispositif réussissent davantage quelle que soit la série, mais que la différence n'est statistiquement pas significative pour les calculs d'addition ($p \approx 0{,}17 > 0{,}05$), ce qui peut s'expliquer par le fait que la mémorisation des tables d'addition est un objectif d'enseignement fixé par les programmes français dès le CP et que la ressource utilisée par les enseignantes de CP des élèves de la catégorie A (la MHM) propose un travail dédié à cette mémorisation. La différence de réussite est en revanche statistiquement significative pour les calculs de soustraction et les calculs à trou ($p \approx 0{,}01$ dans les deux cas).

Nous nous intéressons maintenant à la partie Calcul de la question de recherche (3). Pour cela, nous comparons les moyennes des scores au test 3 des élèves de la catégorie A à ceux de la catégorie B′. Après deux ans d'utilisation du dispositif, nous lisons dans le tableau 3 que les élèves de la catégorie B′ réussissent mieux les items en Calcul que ceux de la catégorie A qui n'en ont bénéficié qu'un an (+15,24 %). Toutefois, cette différence n'est statistiquement pas significative ($p \approx 0{,}12 > 0{,}05$). Dans le détail, on peut constater dans le tableau 4 que c'est surtout pour les calculs de soustraction que les élèves de la catégorie B′ marquent la différence ($p = 0{,}06$).

Pour finir, voici dans les tableaux 5a et 5b les moyennes globales et par série des pourcentages de réussite aux tests 1, 2 et 3 obtenus par les élèves de la catégorie C constituée des 10 élèves de la catégorie B ayant les scores les plus faibles au test 1, comparées à celles des élèves de la catégorie A. Ces 10 élèves sont ceux qui ont été éliminés de la catégorie B pour obtenir la catégorie B′ dans les tableaux 3 et 4.

Tableau 5a : Moyennes des pourcentages de réussite aux tests 1, 2 et 3 sur la partie « Calcul » pour les élèves des catégories A et C

	Test 1	Test 2	Test 3
Moy. % réussite cat. A	21,25	46,39	73,19
Moy. % réussite cat. C = cat. B\cat. B′	1,94	37,50	75,28

Tableau 5b : Moyennes des pourcentages de réussite par séries aux tests 1, 2 et 3 sur la partie « Calcul » pour les élèves des catégories A et C

	Additions			Soustractions			Calculs à trou		
	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3
Moy. % réussite cat. A	33,33	65,00	82,92	15,42	34,17	65,00	15,00	40,00	71,67
Moy. % réussite cat. C	4,17	54,17	89,17	0,00	25,00	69,17	1,67	33,33	67,50

On constate dans le tableau 5a qu'au test 3, la moyenne de leurs pourcentages de réussite dépasse légèrement celle de l'ensemble de la catégorie A. Dans le détail (tableau 5b) après deux ans d'utilisation du dispositif, ces 10 élèves obtiennent en moyenne des résultats relativement meilleurs que ceux de la catégorie A pour les calculs d'addition ou de soustraction et un peu plus faibles pour les calculs à trou. Ces scores concernant les élèves les plus en difficulté sont eux aussi favorables à l'utilisation du dispositif pour la dimension « Calcul ».

4.2 Analyse globale des résultats en résolution de problèmes

Pour les items de la partie Problèmes, les deux séries de scores moyens au test 1 ne vérifient pas la condition de normalité. Les hypothèses pour un test t de Student n'étant pas vérifiées, nous utilisons donc à nouveau un test U de Mann-Whitney pour savoir si les échantillons de départ sont statistiquement équivalents. Le test U appliqué aux moyennes des scores[16] des catégories A et B d'élèves pour les huit questions de la partie « Problèmes » du test 1 fournit une valeur $p \approx 0,58 > 0,05$. Nous supposons par conséquent que les catégories A et B sont équivalentes au début de l'expérimentation et nous conservons les catégories telles quelles pour l'analyse.

Tableau 6 : Moyennes des pourcentages de réussite et de non-réponse des élèves des catégories A et B aux huit problèmes pour les tests 1, 2 et 3, écarts de réussite et valeurs p associées

	Réussite aux huit problèmes			Non-réponse aux huit problèmes		
	Test 1	Test 2	Test 3	Test 1	Test 2	Test 3
μ_1 = moyenne % cat. A	10,63	20,00	48,75	41,88	35,00	23,13
μ_2 = moyenne % cat. B	9,82	40,63	65,18	40,18	25,89	4,91
$\mu_2 - \mu_1$	-0,81	20,63	16,43	-1,70	-9,11	-18,22
Valeur p	0,58	0,01	0,05	0,59	0,28	0,001

[16] Une question de la partie Problème est considérée comme réussie si la valeur numérique correcte figure dans la réponse de l'élève.

Dans le tableau 6, la comparaison des scores moyens au test 2 de la catégorie A avec ceux de la catégorie B nous permet, en réponse à la question de recherche (2), de conclure à une amélioration plus importante des performances en résolution de problèmes basiques chez les élèves ayant bénéficié du dispositif. En effet, si les deux catégories d'élèves progressent en moyenne entre le test 1 et le test 2, on note que la progression est beaucoup plus importante pour les élèves de la catégorie B que pour ceux de la catégorie A au cours de l'année de CP et qu'ils atteignent après un an d'utilisation du dispositif des scores moyens supérieurs de plus de 20 % à ceux de la catégorie A. Cette différence est statistiquement significative avec une valeur p nettement inférieure à 0,05 ($p \approx 0{,}01$).

Nous pouvons également répondre positivement à la partie Problèmes de la question (3). Nous comparons dans le tableau 6 les pourcentages moyens de réussite au test 3 des élèves de la catégorie A avec ceux de la catégorie B. À nouveau, nous notons que les deux catégories d'élèves progressent en moyenne entre le test 2 et le test 3, c'est-à-dire pendant l'année de CE1 au cours de laquelle les élèves de la catégorie A commencent à utiliser le dispositif alors que ceux de la catégorie B l'utilisent pour la deuxième année consécutive. À la fin de l'année 2, les scores moyens des élèves de la catégorie B restent supérieurs de plus de 16 % à ceux des élèves de la catégorie A, ce qui, d'un point de vue statistique, représente une différence « tout juste » significative ($p \approx 0{,}05$). De plus, les élèves de la catégorie A progressent beaucoup plus au cours de l'année pendant laquelle ils suivent le dispositif qu'au cours de l'année pendant laquelle ils ne le suivent pas.

Il nous semble particulièrement intéressant de porter un regard sur le pourcentage moyen de non-réponse : le taux est similaire dans les deux catégories en début de CP. Toutefois on note une très forte diminution chez les élèves de la catégorie B après deux ans d'utilisation du dispositif, ce qui constitue une différence très significative avec le taux moyen des élèves de la catégorie A (nous avons volontairement arrondi la valeur $p \approx 0{,}001$ à la troisième décimale pour ne pas faire apparaître une valeur $p = 0{,}00$ dans le tableau). Nous pouvons en partie l'attribuer à l'augmentation plus conséquente du taux de réponses justes, mais on peut également l'interpréter comme un gain plus important de confiance en soi en situation de résolution de problèmes chez les élèves de cette catégorie. Nous pouvons supposer que les élèves sont accoutumés à la résolution de ces problèmes et qu'ils se sentent également outillés face à ce type de situation.

4.3 Analyse par problème des résultats en résolution de problèmes

Pour analyser plus finement les scores moyens des élèves, nous étudions chaque problème individuellement en nous appuyant sur les trois variables identifiées dans le paragraphe 3.2.2. Le tableau 7 permet de porter un regard sur la nature des problèmes faisant réussir ou échouer les élèves au début de l'année de CP.

Tableau 7 : Moyennes des pourcentages de réussite des élèves des catégories A et B réunies à chaque problème pour le test 1

	Test 1							
Problème	A	B	C	D	E	F	G	H
Moy. % réussite cat. A+ cat. B	4,17	20,83	12,50	6,25	12,50	22,92	0,00	2,08

Les problèmes les plus réussis sont les problèmes B et F. La réussite au problème B peut s'expliquer par la nature de la variable 1 d'une part (8 = 5 + 3 est un fait numérique souvent mémorisé avant l'entrée au CP car il correspond à une décomposition de 8 visible sur les doigts de la main travaillée en maternelle) et de la variable 2 d'autre part (c'est un problème de composition dans lequel on cherche un des états : il est réussi par 39 % des élèves de cet âge dans l'étude menée par Riley et al.,1983). Le problème F est un problème de comparaison positive dans lequel la valeur d'un des deux états est recherchée, ce qui en fait un type de problème (variable 2) relativement échoué à cet âge (11 % de réussite) dans l'étude de Riley et al. (1983). De plus, la présence de l'expression « de plus » dans l'énoncé induit une addition alors qu'une soustraction (13 - 3) est nécessaire pour obtenir le résultat (variable 3 défavorable). Toutefois, on peut faire l'hypothèse que le test ayant lieu en début d'année de CP, le formalisme mathématique (signe « + » et sa verbalisation « plus ») n'a encore quasiment pas été utilisé, ce qui atténue l'effet défavorable de la variable 3. De plus, les nombres en jeu sont dans un champ numérique assez bien maîtrisé par les élèves à ce stade de la scolarité française (variable 1). Inversement, les problèmes les plus échoués lors du test 1 sont les problèmes A, G et H avec moins de 5 % de réussite. Pour les problèmes G et H, l'échec quasi systématique s'explique facilement par la nature de la variable 1 : en effet, le champ numérique concerné dans ces deux problèmes est très peu connu des élèves à cet âge, ce qui suffit à les décourager. Le problème A, quant à lui, est un problème de transformation dans lequel on cherche l'état initial. La nature de la variable 2 permet d'expliquer le faible taux de réussite. En effet, Riley et al. (1983) montrent que ces problèmes sont nettement plus difficiles que ceux pour lesquels on cherche l'état final. De plus, la variable 3 joue défavorablement.

Comparons maintenant le taux moyen de réussite des élèves de la catégorie A à celui des élèves de la catégorie B pour chacun des huit problèmes aux tests 2 et 3 (tableau 8).

Tableau 8 : Moyennes des pourcentages de réussite des élèves des catégories A et B à chaque problème pour les tests 2 et 3

	Problème	A	B	C	D	E	F	G	H
Test 2	μ'_1 = moyenne % réussite cat. A	5,00	30,00	20,00	5,00	25,00	25,00	20,00	30,00
	μ'_2 = moyenne % réussite cat. B	28,57	46,43	67,86	25,00	46,43	64,29	14,29	32,14
	$\mu'_2 - \mu'_1$	23,57	16,43	47,86	20,00	21,43	39,29	-5,71	2,14
Test 3	μ''_1 = moyenne % réussite cat. A	55,00	60,00	65,00	40,00	40,00	60,00	20,00	50,00
	μ''_2 = moyenne % réussite cat. B	64,29	64,29	89,29	50,00	57,14	82,14	46,43	67,86
	$\mu''_2 - \mu''_1$	9,29	4,29	24,29	10,00	17,14	22,14	26,43	17,86
Δ test 3 - test 2	Cat. A : $\mu''_1 - \mu'_1$	50,00	30,00	45,00	35,00	15,00	35,00	0,00	20,00
	Cat. B : $\mu''_2 - \mu'_2$	28,57	17,86	21,43	25,00	10,71	17,85	32,14	35,72

En première lecture du tableau 8, nous remarquons que la catégorie B obtient presque toujours des scores supérieurs à ceux de la catégorie A. Seul le problème G fait exception lors du test 2 et ce n'est qu'à la fin de la deuxième année d'expérimentation que le score de la catégorie B dépasse alors largement celui de la catégorie A pour ce problème.

Pour affiner les réponses apportées à la question de recherche (2), nous étudions plus particulièrement les problèmes G et H pour lesquels on observe des taux de réussite au test 2 sensiblement similaires dans les deux catégories d'élèves et les problèmes C et F qui sont beaucoup mieux réussis lors du test 2 par les élèves ayant bénéficié du dispositif.

Les problèmes G et H se distinguent naturellement des 6 autres problèmes par la nature de la variable 1 : les nombres en présence sont en dehors du champ numérique des tables. Les élèves ne s'appuient donc pas sur un fait numérique mémorisé pour reconnaître l'opération en jeu dans le problème. La nature de la variable 2 de ces deux problèmes (recherche de l'état initial dans un problème de transformation positive et recherche de la transformation dans un problème de transformation négative) en fait des problèmes complexes au regard des résultats de l'étude de Riley et al. (1983). Pour le problème G, l'écriture congruente à l'énoncé est « ? + 28 = 45 ». Si l'élève produit cette écriture, il peut soit chercher à déterminer la valeur de « ? » sans transformer l'écriture, mais il doit alors

« franchir une dizaine », soit transformer cette écriture en « 45 – 28 = ? » pour pouvoir poser ou effectuer de tête une soustraction à retenues (variable 1).

Pour le problème H, l'écriture congruente à l'énoncé est « 35 - ? = 23 ». Que ce soit en transformant cette écriture en « 35 - 23 = ? » ou non, il est possible de raisonner directement sur le nombre de dizaines et le nombre d'unités (variable 1), ce qui peut en partie expliquer que ce problème soit mieux réussi que le problème G dans chacune des deux catégories d'élèves. Une autre raison tient à ce que la variable 3 est défavorable pour le problème G alors qu'elle est favorable pour le problème H.

Analysons maintenant le problème C. Le fait numérique en présence (variable 1) est un double, il est censé être connu de tous les élèves en début de CE1. La nature de la variable 2 (recherche de la transformation dans une transformation négative d'état) en fait un problème assez difficile dans les résultats de l'étude de Riley et al. (1983). L'écriture congruente à l'énoncé est « 18 -? = 9 » : le fait numérique « 9 + 9 = 18 » ne peut pas être convoqué directement, il faut transformer cette écriture en « 9 + ? = 18 » pour pouvoir y faire appel. Enfin, la variable 3 joue favorablement, le mot « perd » induisant une soustraction. Dans ce problème, l'application de la méthode du dispositif décrite au paragraphe 2.3.3 est efficace et permet de surmonter les difficultés générées par la nature de la variable 2.

Dans le problème F, les nombres en jeu (variable 1) correspondent à une décomposition d'un nombre inférieur à 20 connue des élèves en début de CE1 car elle est liée aux apprentissages en numération décimale (13 = 10 + 3). Pour la variable 2 (recherche d'un des états dans une comparaison positive d'états), il s'agit d'un problème identifié comme très complexe dans l'étude de Riley et al. (1983) avec un des plus faibles taux de réussite chez les élèves de cet âge dans leur expérimentation. L'écriture congruente à l'énoncé « 13 = ? + 3 » permet de convoquer directement le résultat des tables mémorisé « 10 + 3 = 13 ». Enfin, la variable 3 joue défavorablement, le mot « plus » induisant une addition. De nouveau dans ce problème, l'application de la méthode du dispositif est efficace car elle permet à une majorité d'élèves de la catégorie B (18 élèves sur 28) de surmonter les difficultés générées par la nature des variables 2 et 3. On peut noter que les élèves de la catégorie A obtiennent un score moyen très peu supérieur à celui obtenu au test 1 par l'ensemble de la cohorte (+2,08 %), ce que l'on pourrait expliquer par le fait que l'effet défavorable de la variable 3 s'est développé chez les élèves dans le courant de l'année de CP en lien avec le travail conduit sur le langage mathématique associé au formalisme. On peut supposer que l'enseignement reçu dans le cadre du dispositif pallie cet effet défavorable.

Nous cherchons pour finir à compléter la réponse que nous apportons à la partie Problèmes de la question de recherche (3) en étudiant les scores moyens des élèves à chaque problème lors du test 3. La lecture des deux dernières lignes du tableau 8 nous permet de constater que les deux catégories d'élèves progressent de manière conséquente lors de l'année de CE1 sur la résolution de tous les problèmes, à l'exception du problème G pour lequel les élèves de la catégorie A ne progressent pas en moyenne (le pourcentage de réussite est identique pour le test 2 et le test 3, mais ce ne sont pas les mêmes élèves qui échouent et qui réussissent). Pour les problèmes A à F, la progression est plus importante chez les élèves de la catégorie A (ligne $\mu''_1 - \mu'_1$) que chez ceux de la catégorie B (ligne $\mu''_2 - \mu'_2$). Toutefois, les élèves de la catégorie B conservent un score moyen supérieur à celui des élèves de la catégorie A pour tous les problèmes (ligne $\mu''_2 - \mu''_1$), ce qui joue en faveur de l'utilisation du dispositif dès le CP.

Pour les problèmes G et H pour lesquels le champ numérique est en dehors de celui des tables d'addition (variable 1), les élèves de la catégorie B progressent plus que ceux de la catégorie A au cours de l'année de CE1 (lignes $\mu''_1 - \mu'_1$ et $\mu''_2 - \mu''_1$). De plus pour ces deux problèmes, le score moyen des élèves de la catégorie B à la fin du CE1 est nettement supérieur à celui des élèves de la catégorie A, alors que ce n'était pas le cas en début de CE1 lors du test 2. Nous interprétons ces résultats de la façon suivante : le transfert des habiletés de calcul aux plus grands nombres et le gain en situation de résolution de problèmes ne s'opèrent qu'au cours de l'année de CE1 (7-8 ans), ils sont prématurés à l'âge du CP (6-7 ans). Mais il est nécessaire que ces habiletés aient été développées sur les petits nombres au cours de l'année de CP pour qu'elles soient transférées efficacement aux grands nombres dès le CE1.

Les scores moyens de réussite des problèmes C et F qui étaient nettement meilleurs pour la catégorie B que pour la catégorie A à l'issue de la première année le restent à la fin de la deuxième année et ce de manière assez marquée (ligne $\mu''_2 - \mu''_1$). On note d'ailleurs que les élèves de la catégorie A n'atteignent pas tout à fait en fin de CE1 les scores moyens qu'obtenaient ceux de la catégorie B au début du CE1.

En revanche pour les problèmes A et B, on ne constate plus de bénéfice notable à l'utilisation du dispositif dans les scores obtenus au test 3. On remarque que la variable 1 est très favorable pour des élèves de fin de CE1 ($8 + 7 = 15$ et $5 + 3 = 8$).

4.4 Corrélation entre réussite en calcul et en résolution de problèmes

Pour apporter des éléments de réponse à la question de recherche (4), nous calculons le coefficient de corrélation *r* de Pearson[17] entre les pourcentages de

[17] Le coefficient de corrélation de Pearson détermine la force de la relation linéaire entre deux variables. Sa valeur, qui est un nombre réel compris entre -1 et 1, détermine l'intensité et le sens

réussite en calcul et les pourcentages de réussite en résolution de problème de chaque élève de la cohorte pour les différentes séries de calcul. On parle usuellement de forte corrélation pour $0{,}5 < r < 0{,}7$ et de très forte corrélation pour $0{,}7 \leq r \leq 1$.

Tableau 9 : Coefficients de corrélation de Pearson pour tous les élèves de la cohorte

		Coefficient r de Pearson		
Séries de calcul considérées	Problèmes	Test 1	Test 2	Test 3
Additions + Soustractions + Calculs à trou	A à H	0,71	0,69	0,72
Additions	A à H	0,68	0,53	0,61
Soustractions + Calculs à trou	A à H	0,66	0,70	0,72

Nous constatons qu'il existe une corrélation forte à très forte entre le pourcentage moyen de bonnes réponses aux questions de calcul et celui de bonnes réponses aux questions de résolution de problèmes pour les trois passations du test, ce qui va dans le même sens que les résultats obtenus par Butlen et Pézard (2003) dans leur recherche. Il importe toutefois de nuancer ce constat en rappelant que notre expérimentation porte sur un échantillon très réduit. De plus, une corrélation ne représentant pas une preuve de causalité[18], nous ne pouvons pas conclure de ces seuls résultats que la corrélation positive est attribuable à l'utilisation du dispositif. L'analyse conduite dans les deux paragraphes précédents sur les réussites des élèves des deux catégories aux problèmes C et F laisse toutefois penser que l'enseignement dispensé dans le dispositif a une incidence sur cette relation. De plus, nous constatons dans le tableau 9 que le degré de corrélation est plus fort quand on étudie le lien entre réussite aux problèmes et réussite aux séries de calculs Soustractions et Calculs à trou – qui sont ceux sur lesquels on évalue les habiletés de calcul puisqu'on mobilise les faits reliés – que quand on regarde celui entre réussite aux problèmes et aux items de la série Addition – qui sont ceux sur lesquels on évalue la mémorisation du répertoire.

4.5 Réponses aux questions de recherche

En réponse à la question (1), l'étude montre que l'utilisation du dispositif pendant l'année de CP permet de manière très significative aux élèves en ayant bénéficié de construire plus solidement l'équivalence entre différentes écritures d'addition

de la corrélation entre les deux variables. Plus la relation est forte, plus le coefficient est proche de 1.

[18] Relation de cause à effet.

et de soustraction et que dans une moindre mesure, elle favorise une meilleure mémorisation du répertoire additif.

Pour la question (2), l'analyse des résultats au test permet de conclure que l'utilisation du dispositif « Faits reliés » au cours de l'année de CP améliore significativement les performances des élèves en résolution de problèmes basiques du champ additif. Les bénéfices sont plus particulièrement marqués si les nombres en jeu sont dans le champ numérique des tables d'addition et le problème considéré présente au moins l'une des deux caractéristiques suivantes :

- il est échoué par une forte proportion d'élèves dans l'étude de Riley et al. (1983) en raison de la catégorie à laquelle il appartient dans la typologie de Vergnaud (1986) et de la place de l'inconnue,
- un terme de l'énoncé induit l'opération contraire à celle qui conduit à la réponse correcte.

Dans ce cas, la méthode enseignée dans le dispositif « Faits reliés » qui consiste à produire une écriture préalgébrique traduisant le problème avec ou sans transformation permet de déterminer l'inconnue en s'appuyant sur un fait numérique mémorisé, ce qui permet à une majorité d'élèves ayant bénéficié du dispositif de surmonter les difficultés liées aux caractéristiques du problème.

Concernant la partie Calcul de la question (3), l'étude révèle pour toutes les séries de calcul un gain sur les apprentissages chez les élèves utilisant le dispositif pendant deux années plutôt qu'une, mais ce gain n'est pas significatif d'un point de vue statistique, hormis pour les calculs de soustraction pour lesquels il se rapproche d'une différence significative. Pour la partie Problèmes, notre étude fait apparaître un bénéfice sur les performances des élèves en résolution de problèmes basiques du champ additif lorsque le dispositif est utilisé dès le CP plutôt qu'à partir du CE1. Cet avantage reste particulièrement marqué pour les problèmes présentant les caractéristiques énoncées ci-dessus. Il le devient aussi pour les problèmes dont les nombres en présence sont en dehors du champ des tables : il semblerait que pour les élèves ayant bénéficié du dispositif dès le CP, les habiletés de calcul sur les petits nombres qui ont été installées lors de la première année sont mieux transférées aux plus grands nombres au cours de l'année de CE1. De plus, l'utilisation du dispositif dès le CP entraîne une diminution considérable du taux de non-réponse chez les élèves.

Enfin, en réponse à la question (4), il existe une corrélation positive forte à très forte entre les scores obtenus par les élèves à la partie Calcul et ceux qu'ils ont obtenus pour la résolution des huit problèmes. L'analyse des réussites des élèves aux problèmes présentant les caractéristiques énoncées ci-dessus laisse penser que cette corrélation pourrait être en partie attribuée à l'utilisation du dispositif, mais cette expérimentation ne permet pas de conclure de manière certaine.

Les réponses aux questions de recherche sont très encourageantes et nous incitent à continuer à explorer les potentialités de ce dispositif, tant pour les aspects liés au domaine du calcul que pour ceux liés à la résolution de problèmes basiques. Elles sont toutefois à prendre avec précaution car plusieurs points biaisent très certainement les résultats obtenus. Tout d'abord, le nombre d'élèves compris dans l'échantillon étudié est beaucoup trop faible pour tirer des conclusions généralisables. De plus, les tests ont été proposés aux élèves par leur enseignant(e) sur le temps de classe. Malgré un cadrage précis des modalités, nous ne pouvons pas écarter un effet-maître concernant la passation. Enfin, il ne faut pas négliger le fait que l'existence d'un projet de recherche-action a une incidence conséquente sur les pratiques : les enseignants qui y participent consacrent probablement aux mathématiques davantage de temps et d'attention qu'à l'accoutumée, indépendamment du contenu du dispositif proposé. Cela peut avoir un impact non négligeable sur les performances des élèves et ne garantit pas que de tels effets seraient observés avec une diffusion « ordinaire » de ce dispositif.

5. Perspectives

Nous développons dans cette partie nos perspectives de recherche.

5.1 Entrée dans l'algèbre

L'une des spécificités de notre projet réside dans le fait que nous conduisons les élèves dès l'année de CP à produire des écritures préalgébriques pour résoudre des problèmes basiques, puis nous les exerçons à les transformer dans le volet « Calcul » du dispositif. Plusieurs auteurs dont les travaux s'inscrivent dans le domaine de recherche *Early algebra* prônent la pertinence d'un développement de la pensée algébrique dès l'école primaire. Par exemple, Squalli et al. (2020) mentionnent qu'« il ne fait maintenant aucun doute chez les chercheurs de ce mouvement que les élèves du primaire sont capables de penser algébriquement » et que « la formation des enseignants du primaire au développement de la pensée algébrique est sans aucun doute un enjeu important » (p. 10). Fagnant et Hindryckx (2008) rapportent « les difficultés importantes éprouvées par les élèves [de fin de CP] pour créer des liens entre le symbolisme conventionnel (les calculs) et des histoires (des problèmes) ou des stratégies de comptage (les stratégies de résolution de ces problèmes) » (p. 7-8). Aussi plaident-elles en faveur d'un travail sur le sens des opérations et du symbolisme mathématique dès les premiers apprentissages. Grugeon-Allys et Pilet (2021) pointent quant à elles le caractère préalgébrique que peut revêtir la résolution de problèmes basiques dès l'école primaire : « les élèves peuvent, très tôt, être amenés à produire des équations, sous la forme d'égalités à trous, et à raisonner sur des relations équivalentes » (p. 14). Elles soulignent par ailleurs que « les relations exprimées dans la langue naturelle, utilisées pour énoncer un problème, qui ne sont pas congruentes sémantiquement (Duval, 1993) avec le calcul mais le sont avec l'égalité à trous sont particulièrement intéressantes pour le développement de l'activité numérico-algébrique. » (p. 14), ce qui coïncide étroitement avec les situations rencontrées dans notre dispositif. Enfin, pour conduire les élèves à adopter une « démarche experte » en situation de résolution de problème, Fagnant (2018) conseille de les aider à se concentrer non seulement sur les données importantes de l'énoncé (nombres), mais surtout sur les relations qui existent entre les quantités connues et inconnues de la situation (relations algébriques entre ces nombres). Elle cite les travaux de Polotskaïa et Consultant (2010) qui soulignent le manque d'entraînement à la pensée algébrique en primaire.

> Nous pouvons formuler l'hypothèse que les difficultés dans l'apprentissage de l'algèbre sont grandement liées à l'habitude acquise par les élèves de considérer de préférence les nombres eux-mêmes (raisonnement arithmétique) plutôt que les relations entre les nombres (raisonnement pro-algébrique). Cette habitude, causée par un manque d'entraînement à l'analyse de relations entre les quantités, se développe durant les années passées à l'école primaire. (Polotskaïa et Consultant, 2010, p. 13)

La démarche que nous adoptons dans le dispositif « Faits reliés » semble aller dans le sens de plusieurs travaux récents du domaine *Early algebra*. Cela nous incite à nous intéresser à des questions vives présentes dans différentes études de ce mouvement, ce qui ouvre pour nous des perspectives de recherche en lien avec l'entrée dans l'algèbre. En particulier dans notre collectif, des questions restent ouvertes concernant l'utilisation des signes « ? » ou « x » (à partir de quand introduire la lettre?) et de l'expression « phrase mathématique » (à partir de quand parler d'équation?). Nous souhaiterions également suivre une cohorte d'élèves ayant utilisé le dispositif à l'école élémentaire afin d'observer leurs premiers pas en algèbre au cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans).

5.2 D'autres travaux sur la résolution de problèmes arithmétiques

De nombreux auteurs se sont penchés sur la question de la résolution des problèmes arithmétiques verbaux et ont cherché des leviers pour aider les élèves à surmonter les difficultés qu'ils rencontrent. Nous revenons sur trois démarches poursuivant cet objectif afin d'expliquer les points communs avec la nôtre et les différences dans les choix conceptuels effectués.

5.2.1 Le raisonnement par analogie

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.3, Julo (2002) décrit l'activité de résolution de problèmes comme un ensemble de processus cognitifs permettant la construction d'une représentation du problème et l'élaboration d'une stratégie de résolution. Il se penche plus particulièrement sur la question de l'analogie qu'il définit comme étant « le traitement de la "ressemblance" qui existe entre des objets ou leurs représentations » (Julo, 2002, p. 32). Selon lui, c'est en raisonnant par analogie à partir des problèmes que nous avons déjà résolus que nous nous constituons des schémas de problèmes. Ainsi,

> c'est le premier problème résolu, avec sa procédure spécifique, qui servirait d'ancrage pour aborder le suivant et l'interpréter. Le fait de résoudre ce second problème et sa forte ressemblance avec le premier entraîneraient alors une modification du prototype en renforçant sa disponibilité et son effet structurant. (Julo, 1995, p. 90).

La présentation de notre démarche peut laisser penser que le raisonnement par analogie y joue un rôle secondaire dans le sens où face à un énoncé de problème, l'élève fournit une écriture préalgébrique qui le modélise, quelle que soit la catégorie à laquelle appartient ce problème et sans qu'un problème tenant lieu de prototype ne soit identifié. Or dans plusieurs cas, une analogie est nécessaire à la construction d'un schéma de problème. Prenons l'exemple des problèmes de produit cartésien du type « Pour jouer au foot, Timéo a 4 shorts différents. Il a assez de maillots pour faire 28 tenues "short + maillot" ». Des problèmes de cette catégorie évoquant différents contextes apparaissent régulièrement dans les listes de problèmes du dispositif à partir de la fin du CE1 (7-8 ans). L'objectif est que les élèves perçoivent les ressemblances entre les problèmes de cette catégorie afin qu'ils soient capables de les traduire automatiquement par une écriture multiplicative. Au cours des expérimentations, il est apparu aux membres du collectif qu'une dialectique s'installait entre l'analogie faite avec les problèmes de produit cartésien déjà rencontrés et la production de l'écriture multiplicative. En effet, l'analogie aidait à produire le modèle (« Ce problème est comme le problème des tenues de foot, donc il faut écrire une multiplication ») et inversement, le fait de produire ce modèle ancrait l'analogie entre les problèmes considérés (« Tous ces problèmes sont liés entre eux par une écriture multiplicative »), ce qui renforçait les compétences des élèves à faire des analogies. Pour que cette analogie soit visible pour tous les élèves, c'est à l'enseignant qu'il revient de l'expliciter. Cela nous invite à être vigilants pour la diffusion de notre dispositif : nous devrons mettre en évidence la nécessité pour l'enseignant de verbaliser les analogies entre certains problèmes.

5.2.2 Le dispositif ACE

Le dispositif ACE[19] (Arithmétique et compréhension à l'école) est un ensemble de ressources conçues dans le cadre d'une recherche collaborative nationale qui propose une progression en mathématiques au CP et au CE1 centrée sur le calcul et la résolution de problèmes. Il existe plusieurs similarités entre ce dispositif et celui des « Faits reliés ». Par exemple, la représentation en boîte de Fischer est régulièrement mobilisée : elle est parfaitement identique à la boîte utilisée dans notre démarche et les élèves s'entraînent également à retrouver toutes les écritures possibles que la boîte peut produire. Parmi les choix qu'effectuent les auteurs, la soustraction est abordée à partir d'une situation de comparaison plutôt qu'une situation plus classique dans laquelle on retire une quantité à une autre et qui « associe la soustraction à une signification très spécifique de perte qui rend difficile par la suite le transfert à une situation de gain, car il est difficile de faire comprendre qu'un gain est assimilable à une opération de retrait. » (Vilette et al., 2017, p. 108). En référence aux variables que nous avons définies dans le paragraphe 3.2.2, les auteurs traduisent ici les difficultés éprouvées par les élèves à surmonter l'obstacle lié à une variable 3 défavorable. Sur ce point, nos démarches diffèrent : en effet, nous abordons les problèmes du champ additif, qu'ils conduisent à faire une addition ou une soustraction pour parvenir au résultat, par des problèmes de transformation d'état car ce sont ceux pour lesquels il est le plus simple de produire une écriture mathématique congruente à l'énoncé. Lorsqu'une perte est décrite dans l'énoncé, c'est bien une soustraction qui traduit le problème, mais elle conduira peut-être l'élève à effectuer une addition lorsque l'écriture sera transformée pour obtenir le résultat.

5.2.3 Le recodage sémantique

Dans le cadre qu'il propose, Sander (2018) s'intéresse comme Julo (1995, 2002) au raisonnement par analogie. Il identifie trois formes d'analogies intuitives qui peuvent orienter l'interprétation que fait un élève d'un énoncé : les analogies de substitution (une notion est conçue par analogie avec une connaissance familière, par exemple la soustraction et l'idée de quantité restante après un retrait à laquelle font référence les auteurs d'ACE dans le paragraphe précédent), les analogies de scénario (un énoncé de problème est associé à une catégorie de scénarios de situations quotidiennes jugées analogues entre elles d'un point de vue abstrait, comme des scénarios de partage) et les analogies de simulation (l'action décrite dans l'énoncé est simulée mentalement). Ces analogies peuvent être facilitatrices ou obstructives selon que l'on se situe à l'intérieur ou en dehors de leur domaine

[19] Pour plus de précisions, voir le site internet Arithmétique et compréhension à l'école élémentaire (Recherche ACE, s. d.).

de validité, ou encore que le scénario évoqué dans l'énoncé du problème est congruent avec la structure mathématique ou ne l'est pas. Prenant l'exemple de la notion de soustraction, Sander (2018) identifie deux modes d'intervention scolaire

> l'un conduisant à ce que la notion de soustraction embrasse d'autres cas que ceux de recherche de reste, l'autre permettant à un élève de lire différemment l'énoncé et de pouvoir y percevoir une recherche de reste par un glissement d'interprétation. (p. 125).

Alors que notre démarche tendrait plutôt à s'inscrire dans le premier mode décrit, il explore le second au travers du « recodage sémantique » dont l'objectif est « de faire apparaître la ressemblance profonde entre deux situations qui, en dépit des différences sémantiques, sont analogues sur le plan des notions disciplinaires » (Sander, 2018, p. 133). Prenons l'exemple du problème « Pierre avait 13 billes. Il en perd. Il lui en reste 8. Combien en a-t-il perdu? ». L'écriture mathématique congruente à l'énoncé du problème est « 13 – ? = 8 ». Dans la démarche proposée par Sander, comme les élèves ne disposent a priori pas de stratégie pour déterminer l'inconnue à partir de cette écriture, l'énoncé est recodé sémantiquement en un autre énoncé, « Pierre avait 13 billes, des bleues et des rouges. Il a perdu toutes les billes bleues et il lui reste les 8 billes rouges. Combien avait-il de billes bleues? », qui est congruent avec l'écriture « 8 + ? = 13 » pour laquelle les élèves disposent d'un fait numérique mémorisé (8 + 5 = 13) leur permettant d'obtenir le résultat. Dans la démarche adoptée dans le dispositif « Faits reliés », c'est l'écriture « 13 – ? = 8 » congruente à l'énoncé qui est « recodée mathématiquement » en « 8 + ? = 13 » pour obtenir le résultat. En d'autres termes, alors que le recodage sémantique consiste à agir en opérant un traitement dans le registre de la langue naturelle (Duval, 1993), le recodage mathématique se fait en opérant un traitement dans le registre symbolique. De notre point de vue, ces deux approches diffèrent mais ne s'opposent pas : en effet comme nous l'avons déjà évoqué dans le paragraphe 2.3.3, des raisonnements dans le registre de la langue naturelle sont également nécessaire dans notre démarche pour plusieurs types de problèmes. C'est le cas en particulier des problèmes de comparaison pour lesquels le collectif a élaboré un scénario de classe : par exemple, pour le problème « Lise a fait 14 exercices de mathématiques. C'est 6 de plus de Lucie. Combien Lucie a-t-elle fait d'exercices? », le professeur et les élèves se mettent d'accord sur le fait que pour produire correctement une écriture mathématique traduisant l'énoncé, on commence par réfléchir sur le sens de la situation décrite pour déterminer qui a fait le plus (ou le moins) d'exercices.

5.3 Caractérisation des problèmes traités dans le dispositif

Notre dispositif se centre sur un ensemble de problèmes canoniques et ne balaie pas l'intégralité des types de problèmes arithmétiques abordés à l'école élémentaire. En cela, notre approche ne se suffit pas à elle-même pour l'enseignement de la résolution de problèmes. Nous nous fixons actuellement plusieurs objectifs. D'une part, nous voulons déterminer les types de problèmes qui sont traités ou pourraient être traités avec cette approche, c'est-à-dire définir précisément un domaine de validité de notre démarche. Traite-t-on tous les types de problèmes basiques? Est-il possible d'étendre ce domaine de validité, par exemple en le complétant avec certains types de problèmes à étapes ou de problèmes problématiques (Fagnant, 2018)? D'autre part, nous cherchons à caractériser dans ce domaine de validité les problèmes pour lesquels la modélisation à l'aide d'une écriture préalgébrique est relativement aisée et ceux pour lesquels les élèves rencontrent plus de difficulté, dans le but d'identifier des leviers pour les aider à les surmonter. Cela nous conduit en particulier à envisager plus finement la dimension langagière présente dans l'activité de résolution de problème. Enfin, les professeurs de notre collectif ont constaté que le transfert à des nombres plus grands des habiletés de calcul développées dans le champ des tables s'opérait difficilement pour certains élèves. Dans leur étude, Butlen et Pézard (2007) notent que « les techniques élémentaires de calcul ainsi automatisées peuvent jouer le rôle de modules de calcul pouvant être mobilisés pour construire des procédures plus complexes » (Butlen et Pézard, 2007, p. 14). C'est une dimension que le collectif souhaite approfondir afin que ces « modules de calcul » puissent être mis au service de la résolution de problèmes plus robustes, ce qui permettrait à nouveau d'étendre le domaine de validité de notre démarche.

5.4 Diffusion du dispositif

Depuis septembre 2023, le collectif qui s'était constitué au début du projet est à nouveau réuni au sein d'un groupe IREM[20]. Nous continuons à travailler sur le dispositif qui est, de ce fait, toujours en évolution : les listes de problèmes sont régulièrement modifiées, d'autres tâches de calcul sont imaginées et le groupe conçoit des scénarios de classe accompagnés de vidéos. De plus, l'axe principal de travail du groupe concerne les conditions de diffusion ordinaire du dispositif qui a vu le jour dans les circonstances extraordinaires d'une recherche-action. Nous rejoignons les préoccupations des auteurs d'ACE qui notent que le travail collaboratif conduit pour concevoir de tels dispositifs amène les professeurs du collectif à « appréhender peu à peu certains gestes didactiques nécessaires à cette

---

[20] IREM : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (2024).

mise en œuvre, et qui vont parfois à l'encontre de certaines habitudes d'enseignement des mathématiques » (Vilette et al., 2017, p. 115). C'est pourquoi Perrin-Glorian (2011) souligne la nécessité de questionner les « possibilités d'adaptation des situations par les enseignants dans les conditions ordinaires de fonctionnement de l'enseignement avec la double perspective de l'étude de la robustesse d'une suite de situations et de la formation des enseignants » (p. 57). De premiers parcours de formation incluant des témoignages d'enseignants de notre collectif ont été déployés auprès de professeurs des écoles ou de formateurs. Les retours des enseignants, très différents selon le public auquel le parcours est adressé, nous permettent de réajuster notre action et d'interroger plus spécifiquement certains aspects, par exemple celui de l'acceptabilité pour l'enseignant de l'implantation du dispositif dans sa classe en termes de temps consacré, de modification des habitudes, etc. Enfin, des modalités de diffusion prenant appui sur des situations de coenseignement entre pair expert et pair novice feront prochainement l'objet d'expérimentations.

Conclusion

Le dispositif « Faits reliés » a été conçu, testé et amélioré de manière collaborative dans le cadre d'un projet de recherche-action dans le but de doter les enseignants de l'école élémentaire d'outils et de démarches pour que leurs élèves mémorisent efficacement le répertoire additif et le répertoire multiplicatif, qu'ils développent des habiletés de calcul liées à la perception de l'équivalence entre addition et soustraction ou entre multiplication et division et enfin qu'ils mobilisent ces faits numériques et ces habiletés pour résoudre des problèmes basiques afin d'enrichir leur mémoire de problèmes.

Dans cet article, nous avons étudié les effets d'une première implantation du dispositif chez des élèves de 6 à 8 ans en nous centrant sur les tables d'addition et les problèmes basiques du champ additif. L'analyse des résultats aux tests proposés aux élèves a permis de conclure que l'utilisation du dispositif pendant l'année de CP (6-7 ans) favorise une meilleure mémorisation du répertoire additif et améliore significativement la perception d'équivalences entre différentes écritures d'addition et de soustraction ainsi que les performances des élèves en résolution de problèmes basiques du champ additif. Lorsque les nombres sont situés dans le champ des tables d'addition, les bénéfices en termes de résolution de problèmes sont plus importants pour les problèmes réputés complexes dans l'étude de Riley et al. (1983) ou pour les problèmes dont l'énoncé contient des mots induisant la mauvaise opération. L'étude a également fait apparaître un intérêt à utiliser le dispositif dès le CP (6-7 ans) plutôt qu'à partir du CE1 (7-8 ans), en particulier pour la résolution des problèmes identifiés comme complexes dans l'étude de Riley et al. (1983), ceux dont l'énoncé contient des mots inducteurs défavorables et ceux dont les nombres en présence sont plus grands que le champ numérique des tables. En effet, il semble que la flexibilité calculatoire développée sur les petits nombres soit mieux transférée aux plus grands nombres lorsque le dispositif est utilisé dès le CP. L'étude a également montré que l'utilisation du dispositif entraîne une diminution très importante du taux de non-réponse chez les élèves. Enfin, nous avons décelé une forte corrélation entre les habiletés calculatoires des élèves dans le champ numérique des tables et leurs performances en résolution de problèmes basiques du champ additif. Plusieurs éléments laissent penser que cette corrélation pourrait être attribuée au dispositif mais ne permettent pas de démontrer rigoureusement un lien de cause à effet.

Ces résultats particulièrement encourageants nous incitent à poursuivre notre démarche et notre réflexion. D'autres études qualitatives récemment menées sur le dispositif « Faits reliés » (Foulquier et al., 2022; Laroche et al., 2023; Reydy, 2022) ont permis d'obtenir des conclusions concernant l'étude des gestes professionnels d'enseignants et les possibilités d'exploitation dans des dispositifs d'éducation inclusive. Plusieurs perspectives de recherche se présentent actuellement. Nous retenons principalement les questions liées au développement de la pensée algébrique à l'école élémentaire et celles relatives à l'étude des conditions de diffusion du dispositif à une plus large échelle. En effet, le projet de recherche-action qui a été conduit a offert des circonstances extraordinaires permettant de faire évoluer les points de vue des enseignants, des formateurs et des chercheurs impliqués grâce à une dynamique d'enrichissement mutuel. Il nous reste désormais à penser des modalités de formation qui permettent d'établir une relation de confiance et d'agir sur les pratiques des enseignants dans un contexte ordinaire de formation.

Remerciements

Nous souhaitons remercier Éric Bacqué, Natalia Berton-Jacques, Rachel Bourès, Vanessa Couesnon, Cédric Coursin, Cyril Dadat, Laetitia Dicharry, Laurianne Foulquier, Charlotte Fourcade, Élisa Guitton, Patricia Lambert, Cynthia Laroche, Élisa Moulin, Sylvaine Panabière, Flore Salmon, Elorri Soubelet, Clotilde Souza, Stéphane Théas, Sophie Trochu et Patrick Urruty, membres du collectif lors des deux premières années du projet qui, par leur indéfectible implication, ont permis au dispositif « Faits reliés » de voir le jour et continuent à contribuer à son amélioration.

Références

Baddeley, A. D. (1992). Working memory. *Science, 255(5044)*, 556–559. https://doi.org/10.1126/science.1736359

Baroody, A. J., Bajwa, N. P. et Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*(1), 69-79. https://doi.org/10.1002/ddrr.45

Bonhême, B. et Descaves, A. (2007). *Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2*. Hachette Éducation.

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental, entre sens et technique.* Presses universitaires de Franche-Comté.

Butlen, D. et Pézard, M. (2003). Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire et au début du collège. *Spirale, revue de recherche en éducation, 31,* 117-140. https://doi.org/10.3406/spira.2003.1415

Butlen, D. et Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N, 79*, 7-32.

Campbell, J. (1994) Architectures for numerical cognition. *Cognition*, vol 53, 1-44. https://doi.org/10.1016/0010-0277(94)90075-2

Catroux, M. (2002) Introduction à la recherche-action : modalités d'une démarche théorique centrée sur la pratique. *Cahiers de l'Apliut*, *23*(3), 8-20. https://doi.org/10.4000/apliut.4276

Collectif Didactique pour enseigner. (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Presses universitaires de Rennes.

Coppé, S. et Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69, 53-62.

Cumming, J. J. et Elkins, J. (1999). Lack of automaticity in the basic addition facts as a characteristic of arithmetic learning problems and instructional needs. *Mathematical cognition, 5(2),* 149-180. https://doi.org/10.1080/135467999387289

Ding, Y., Zhang, D., Liu, R.-D., Wang, J. et Xu, L. (2021). Effect of automaticity on mental addition: the moderating role of working memory. *The Journal of Experimental Education, 89*(1), 33-53. https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1648232

Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (2019). *L'évolution des performances en calcul des élèves de CM2 à trente ans d'intervalle (1987-2017).* Ministère de l'Éducation nationale.

Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (2023a). *Évaluations 2023 : repères CP, CE1.* Ministère de l'Éducation nationale.

Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (2023b) *Évaluations 2023 : repères CM1.* Ministère de l'Éducation nationale.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques? *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM,* 94-113.

Fagnant, A. et Hindryckx, G. (2008). Les opérations additives et soustractives : quand les symbolisations informelles et plus conventionnelles s'en mêlent (ou s'emmêlent?). *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 8-23.

Fanget, M., Thevenot, C., Castel, C. et Fayol, M. (2011). Retrieval from memory or procedural strategies for addition problems. The use of the operand- recognition paradigm in 10-year-old children. *Swiss Journal of Psychology*, *70*(1), 35-39. https://doi.org/10.1024/1421-0185/a000036

Fischer, J.-P. (1993). La résolution des problèmes arithmétiques verbaux : propositions pour un enseignement proactif, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5,* 177-210.

Fischer, J.P. (1998). La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un « passage du cinq » au CP. *Revue française de pédagogie*, 122, 99-111. https://doi.org/10.3406/rfp.1998.1139

Foulquier, L., Lambert, P., Laroche, C., Reydy, C. et Urruty, P. (2022). Un projet de formation-recherche sur la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires. *Actes du XLVIII[ee] colloque de la COPIRELEM*, 352-365.

Grugeon-Allys, B. et Pilet, J. (2021). L'activité numérico-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation et didactique, 15*(2), 9-26. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.8580

Houdement, C. (1999). Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N*, *63*, 59-76.

Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, *71*, 7-23.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, *100*, 59-78.

Houdement, C. (2018). Problèmes arithmétiques basiques : le cœur du problème. Dans : Pilet, J. et Vendeira, C. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018*, 114-121.

Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques. (2024). *Unité de formation. Mathématiques et interactions.* https://math-interactions.u-bordeaux.fr/irem/groupes/faits-relies

Julo, J. (1995). Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement. Presses Universitaires de Rennes. https://doi.org/10.4000/books.pur.140957

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes? *Grand N*, *69*, 31-52.

Kaye, D. B., Post, T. A., Hall, V. C. et Dineen, J. T. (1986). Emergence of information-retrieval strategies in numerical cognition: A developmental study. *Cognition and Instruction*, *3*, 127– 150.

Laroche, C., Reydy, C. et Urruty, P. (2023). Adaptations d'une ressource mathématique conçue pour l'école élémentaire par deux enseignants spécialisés exerçant dans des dispositifs d'éducation inclusive. *Actes du XLIXème colloque de la COPIRELEM*, 601-615.

LeFevre, J.-A., Penner-Wilger, M., Pyke, A. A., Shanahan, T. et Deslauriers, W. A. (2014). *Putting two and two together: Declines in arithmetic fluency among young Canadian adults, 1993 to 2005.* Institute of Cognitive Science and Department of Psychology, Carleton University.

Ministère de l'Éducation nationale (2015). *Programmes d'enseignement de l'école maternelle. Bulletin officiel n°2 du 26 mars 2015.*

Ministère de l'Éducation nationale (2019). *Attendus de fin d'année et repères annuels de progression. Bulletin officiel* n°22 du 29 mai 2019.

Ministère de l'Éducation nationale (2020). *Programmes d'enseignement. Cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), cycle de consolidation (cycle 3) et cycle des approfondissements (cycle 4). Modification. Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020.*

Ministère de l'Éducation nationale (2022). *Les guides fondamentaux pour enseigner. La résolution de problèmes au cours moyen*. Eduscol.

Perrin-Glorian, M.-J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. Dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck et F. Wozniak (dir.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 57-78). La pensée sauvage.

Pinel, N. (2019). *La méthode Heuristique de Mathématiques. Enseigner les mathématiques autrement à l'école!* Nathan.

Pinel, N. (2024) *Méthode Heuristique de Mathématiques.* https://methodeheuristique.com

Polotskaïa, E. et Consultant, P. (2010). Des représentations graphiques dans l'enseignement des mathématiques – Deux jeux pour apprendre. *Bulletin AMQ, 50*(1), 12-28.

Ponser, M. I. et Snyder, C. R. R. (1975). Attention and cognitive control. Dans R. L. Solso (dir.), *Information processing and cognition: The Loyola symposium* (p.-55-85). Erlbaum.

Radford, L. (2013). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(2), 257-277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Reydy, C. (2022). Étude de gestes professionnels didactiques d'enseignants de Cours Préparatoire en séance de résolution de problèmes, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* 53-88. https://doi.org/10.4000/adsc.1282

Richard, J.-F. (1982). Mémoire et résolution de problèmes. *Revue française de pédagogie*, *60*, 9-17. https://doi.org/10.3406/rfp.1982.1750

Riley, M. S., Greeno, J. G. et Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. Dans H. P. Ginsburg (dir.), *The development of mathematical thinking* (p. 153-196). Academic Press.

Sander, E. (2018). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S^3. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM,* 119-138.

Sensevy, G. (2021). Des sciences interventionnelles ancrées sur des alliances entre recherche et terrain? Le cas des ingénieries coopératives. *Raisons éducatives*, *25*, 163–194. https://doi.org/10.3917/raised.025.0163

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires*. Livres en ligne du CRIRES. https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches

Svenson, O., Hedenborg, M-L. et Lingman, L. (1976). On children's heuristics for solving simple additions. *Scandinavian Journal of Educational Research, 20*, 161–173. https://doi.org/10.1080/0031383760200111

Svenson, O. et Sjoberg, K. (1983). Evolution of cognitive processes for solving simple additions during the first three school years. *Scandinavian Journal of Psychology, 24*, 117–124. https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.1983.tb00483.x

Tavares, D., Gonçalves, F., Menino, H. et Cadima, R. (2017a). *Todos Juntos, matemática 1° ano.* Santillana.

Tavares, D., Gonçalves, F., Menino, H. et Cadima, R. (2017b). *Todos Juntos, matemática 2° ano.* Santillana.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Pearson.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38, 21-40.

Vilette, B. (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development, 17,* 1365-1383. https://doi.org/10.1016/S0885-2014(02)00125-9

Vilette, B., Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S. et Richard, J.-F. (2017). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP? Le dispositif ACE. *Revue française de pédagogie*, 201, 105-120. https://doi.org/10.4000/rfp.7296

Worthen, J.B. et Hunt, R.R. (2012). Automaticity in Memory. Dans N. M. Seel (dir.), *Encyclopedia of the Sciences of Learning.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_466

Récit de l'évolution du projet didactique d'une enseignante au sein d'un collectif œuvrant autour de l'enseignement-apprentissage des probabilités au primaire

Vincent MARTIN
Université de Sherbrooke
Vincent.Martin@USherbrooke.ca
Marianne HOMIER
Université de Sherbrooke
Marianne.Homier@USherbrooke.ca

Résumé : Au Québec, l'enseignement-apprentissage des probabilités n'occupe généralement qu'une petite place au sein des classes. Plusieurs personnes enseignantes disent y rencontrer des défis, mais les voies de développement professionnel en lien avec l'enseignement-apprentissage des probabilités au primaire ne sont pas toujours évidentes. Afin de soutenir ce développement professionnel, nous avons formé un collectif de personnes enseignantes et chercheures. À la manière d'une Clinique didactique de l'activité (Benoit, 2022, 2024), nous avons conjointement réfléchi à des projets didactiques réalisés, empêchés ou souhaités pour cet enseignement-apprentissage. Nous présentons le cas d'une enseignante du collectif à travers une analyse de son processus[1], en montrant notamment que son activité d'enseignement, d'abord fortement ancrée dans l'approche théorique, fait progressivement place aux approches fréquentielle et subjective.

Mots-clés : enseignement-apprentissage des probabilités, école primaire, clinique didactique de l'activité, développement professionnel des personnes enseignantes

[1] Une version préliminaire de cette analyse a été présentée dans le texte de Martin et Homier (2023), qui a été publié dans les actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec.

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2024, *vol 5*, p. 51-84.
https://doi.org/10.71403/cw6chf55

Narrative of a teacher's evolving didactic project within a collective focusing on probability teaching and learning in primary education

Abstract: In Quebec, probability teaching and learning generally occupy only a fraction of classroom time. Many teachers say they struggle with teaching probabilities, but opportunities for professional development in this area can be difficult to identify. To support this professional development, we formed a collective of teachers and researchers, in keeping with a Didactic Clinic of Activity (Benoit, 2022, 2024), to jointly reflect on implemented, blocked or desired didactic projects for this teaching-learning process. This case study presents an analysis of one teacher's development process, charting her teaching activity which, though initially strongly anchored in the theoretical approach, is gradually giving way to the frequentist and subjective approaches.

Keywords: probability teaching and learning, primary school, Didactic Clinic of Activity, teachers' professional development

Introduction

Ce texte traite du développement professionnel de personnes enseignantes au regard de l'enseignement-apprentissage[2] des probabilités à l'école primaire au Québec. Dans ce contexte où cet enseignement-apprentissage constitue une injonction ministérielle (Gouvernement du Québec, 2001, 2009), les personnes enseignantes disent rencontrer d'importants défis dans sa réalisation.

Ainsi, nous mettons en contexte et présentons la démarche d'une Clinique didactique de l'activité (Benoit, 2022, 2024) que nous avons menée pour soutenir des personnes enseignantes dans leur développement professionnel, puis nous analysons et discutons les résultats qui en découlent. Mais d'abord, nous exposons certains enjeux de la formation continue liée à l'activité d'enseignement des probabilités.

1. Enjeux de la formation continue liée à l'activité d'enseignement des probabilités

Les probabilités sont très importantes pour prendre des décisions éclairées, particulièrement dans un monde d'incertitude comme le nôtre (Álvarez-Arroyo et al., 2024). Pour soutenir le développement de la pensée probabiliste, plusieurs nations ont choisi d'exposer les enfants ainsi que les adolescentes et adolescents

---

[2] À la suite de Benoit (2022), qui prend appui sur Radford (2020), nous définissons le concept d'enseignement-apprentissage comme un travail conjoint entre la personne enseignante et les élèves. Néanmoins, nous considérons que ce travail conjoint implique simultanément l'activité d'enseignement de la personne enseignante et les activités d'apprentissage des élèves. Dans ce texte, nous ciblons particulièrement l'enseignement-apprentissage des probabilités en nous concentrant sur l'activité d'enseignement.

au domaine des probabilités à travers la scolarité obligatoire. Ainsi, comme dans plusieurs autres régions du monde, notamment en Australie (Callingham et al., 2021), au Chili (Vásquez et Alsina, 2019) et en Espagne (Gómez-Torres et al., 2016), l'enseignement-apprentissage des probabilités est prescrit tout au long du primaire au Québec (Gouvernement du Québec, 2009). Or, celui-ci semble souvent occuper une très petite place dans les classes québécoises. En effet, Martin et Thibault (2017) ont remarqué que près des trois quarts des personnes enseignantes du primaire ayant répondu à une enquête sur les pratiques déclarées des probabilités (n = 248) ont affirmé y accorder moins de 10 heures (et généralement en fin d'année) durant l'année scolaire.

L'espace accordé à cet enseignement-apprentissage pourrait découler de la perception qu'en ont les personnes enseignantes. Martin et Thibault (2017) rapportent que si les probabilités sont jugées socialement utiles par des personnes enseignantes québécoises du primaire, il reste que c'est le domaine mathématique qu'elles considèrent le moins utile socialement. De plus, ces chercheurs soulignent que les probabilités sont le domaine qui apparait aux personnes enseignantes comme le plus difficile à apprendre pour les élèves du primaire. D'ailleurs, Homier (2022) avance que des constats similaires ont été faits à l'international. En effet, des études ont pointé le faible sentiment de confiance des personnes enseignantes pour enseigner les probabilités (Jones et Thornton, 2005; Stohl, 2005; Watson, 2001) et ont montré que le domaine des probabilités est parfois perçu par les personnes enseignantes comme plus difficile et moins important que les autres domaines mathématiques (Borovcnik et Kapadia, 2010; Stohl, 2005).

L'attention relativement limitée qui est parfois dédiée à l'enseignement-apprentissage des probabilités pourrait également venir des défis que les personnes enseignantes rencontrent dans la réalisation de cette activité d'enseignement (Batanero et Díaz, 2012; Borovcnik et Kapadia, 2010; Martin, 2014; Martin et al., 2021). Ces défis semblent liés, entre autres, à certaines particularités conceptuelles des probabilités par rapport aux domaines mathématiques de l'arithmétique, de la géométrie, de la mesure et de la statistique (Albert, 2006; Martin et al., 2019; Stohl, 2005), dont le caractère non déterministe des évènements incertains et la cohabitation de trois approches probabilistes pour aborder les situations incertaines. Ces difficultés pourraient résulter du manque de formation, tant initiale que continue, que reçoivent les personnes enseignantes à l'égard des probabilités (Martin et al., 2019; Stohl, 2005).

Martin et al. (2022a) ont néanmoins constaté, en s'entretenant avec huit personnes enseignantes du primaire ou du secondaire ayant un profil de pratiques déclarées d'enseignement des probabilités jugé exemplaire, qu'elles ont généralement soif de développement professionnel en lien avec cet enseignement. Cependant, les voies de développement n'apparaissent pas évidentes pour ces personnes enseignantes, qui disent ne pas savoir quelles pistes de développement professionnel reliées à l'enseignement-apprentissage des probabilités emprunter ou proposer à une ou un collègue. L'offre limitée de formation continue liée à l'activité d'enseignement des probabilités au Québec a d'ailleurs été soulignée ces dernières années (Martin et al., 2017; Martin et al., 2022a; Nadeau et al., 2012).

De plus, dans son rapport de 2014, le Conseil supérieur de l'éducation (CSÉ) est clair à ce sujet : les offres de formation ne sont pas toujours en adéquation avec les besoins des personnes enseignantes québécoises. Dans ce rapport, le CSÉ va même jusqu'à soutenir que ce manque de cohérence entre la demande et l'offre constituerait le maillon faible du développement professionnel des personnes enseignantes. Il y est d'ailleurs noté que ces dernières se sentent souvent spectatrices plutôt qu'actrices du processus de détermination de l'offre en formation continue en enseignement-apprentissage (CSÉ, 2014).

Devant ces constats, nous proposons une démarche a) orientée vers le soutien des personnes enseignantes dans leur volonté de poursuivre leur développement professionnel en lien avec l'enseignement-apprentissage des probabilités, b) actionnée par un travail conjoint des personnes enseignantes et chercheures, ainsi que c) enracinée dans les contextes singuliers d'enseignement-apprentissage des probabilités des personnes enseignantes. Dans ce contexte, notre objectif général, qui relève à la fois d'une dimension d'intervention et d'une dimension de recherche, est de soutenir et documenter le développement professionnel en termes de transformation de l'activité des personnes enseignantes au regard de l'enseignement-apprentissage des probabilités au primaire.

2. Cadre de référence

Afin de structurer notre réflexion sur le développement professionnel de personnes enseignantes en lien avec l'enseignement-apprentissage des probabilités au primaire, nous exposons maintenant notre regard sur le travail enseignant ainsi que sur des éléments didactiques relatifs aux probabilités à l'étude au primaire.

2.1 L'analyse du travail enseignant

Nous adoptons une posture inscrite dans le champ de l'analyse du travail (Clot,2017), plus spécialement dans l'analyse du travail enseignant (Benoit, 2022). Dans ce travail se côtoient différentes activités, dont l'activité d'enseignement. Pour réaliser cette analyse du travail, nous mobilisons des méthodes qui permettent d'organiser une activité de mise à distance sur l'activité initiale : une activité sur l'activité (Benoit, 2022). Dans le même sens que Filippi (2020), nous voyons ainsi l’analyse de l’activité réelle comme voie de transformation dans la manière d’envisager (et de réaliser) la formation – notamment continue - des personnes enseignantes.

Ces méthodes, qui permettent aux personnes enseignantes de vivre une activité sur leur activité, ambitionnent de les soutenir dans une perspective transformative. Celles-ci servent également des intentions de recherche visant à documenter, décrire et comprendre l’activité et la transformation de l’activité de personnes. La démarche que nous réalisons est donc une intervention-recherche qui « vise à provoquer l’augmentation de la puissance d’agir des personnes enseignantes de mathématiques dans et sur leur situation » (Benoit, 2022, p. 102).

Afin de soutenir notre analyse du travail enseignant, qui sera présentée de manière plus approfondie dans la section dédiée à la méthodologie, nous convoquons les concepts de projet didactique, de controverses de métier et d’agentivité didactique. Sans constituer un cadre d’analyse, ces concepts, qui sont présentés dans les sous-sections suivantes, permettent de structurer notre manière de considérer la transformation de l’activité des personnes enseignantes au regard de l’enseignement-apprentissage des probabilités au primaire.

2.1.1 Le projet didactique

Dans notre analyse du travail enseignant, nous portons un regard sur ce que Benoit (2022) nomme le projet didactique de la personne enseignante, qu’elle élabore dans un travail conjoint d’enseignement-apprentissage auprès des (et avec les) élèves. Ce projet, qui constitue en quelque sorte une manifestation de l’activité de la personne enseignante, relève de ses intentions didactiques, c’est-à-dire des conditions qu’elle souhaite offrir aux élèves pour favoriser leur apprentissage, par exemple le recours à des ressources didactiques, des tâches ou des situations, du matériel didactique, etc.

En cohérence avec des écrits liés à l’analyse du travail, notamment Benoit (2022) et Clot (2017), nous considérons que ce projet peut être réalisé (effectivement mis en place), empêché (qui était visé, mais qui n’a pas pu arriver en fonction du contexte) ou souhaité (qui est envisagé dans l’avenir) par et pour la personne enseignante, selon le contexte et les contingences de son activité.

Dans le cadre de notre démarche, c’est entre autres l’évolution des projets didactiques des personnes enseignantes qui témoigne de leur développement professionnel en termes de transformation de leur activité. L’analyse de cette évolution nous permettra de documenter leur développement professionnel.

2.1.2 Les controverses de métier

Dans le regard que nous portons sur le travail enseignant, nous considérons dans le même sens que Clot (2017, cité dans Dionne et al., 2019) que le « métier n'est pas univoque ni figé dans le temps, [qu']il est objet de controverses. Il est aussi dynamisé, voire revitalisé, par la mise en dialogue d'une multiplicité de voix au sein des collectifs qu'il traverse (Clot, 2017) » (p. 28). Dionne et al. (2019) parlent d'ailleurs de l'effet dynamogène ou stimulant que ces controverses de métier exercent sur la reconfiguration du rapport à l'activité de travail des personnes participantes d'un collectif. Pour Filippi (2020), ces controverses peuvent être liées à des manières de faire, tant du point de vue des échecs que des solutions, pour tenter de faire face aux difficultés identifiées collectivement.

Un exemple d'une telle controverse de métier pourrait notamment émerger des différentes entrées respectivement empruntées par des personnes enseignantes dans des situations vécues en classe pour réaliser l'enseignement-apprentissage des probabilités, entre autres par le choix de recourir ou non à du matériel de manipulation dans le cadre de cet enseignement-apprentissage.

2.1.3 L'agentivité didactique

Dans cette reconfiguration du rapport à l'activité de travail dont parlent Dionne et al. (2019), il nous semble que les personnes enseignantes se trouvent à (re)vitaliser ce que nous appelons leur agentivité didactique, un concept faisant écho à ce que Clot (2017) nomme le pouvoir d'agir. L'agentivité des personnes enseignantes est définie par Biesta et al. (2015) comme la contribution active de la personne enseignante à la structuration de son travail et de ses conditions de réalisation. Martin et Malo (2019) parlent pour leur part de l'agentivité didactique d'une personne enseignante qui exerce sa puissance d'agir[3] en mobilisant des ressources à sa disposition pour réaliser ses intentions didactiques et favoriser l'apprentissage par les élèves des objets de savoir visés.

Une telle vitalisation de la puissance d'agir d'une personne enseignante pourrait par exemple se manifester par sa (ré)appropriation de documents ministériels, entre autres la Progression des apprentissages en mathématiques (Gouvernement du Québec, 2009), ou d'ouvrages didactiques pour alimenter l'enseignement-

---

[3] Dans le même sens que Benoit (2022), nous parlerons de puissance d'agir puisque nous considérons que « le mot pouvoir est problématique en soi. C'est-à-dire qu'il peut induire l'idée de rapports de pouvoir et que ce serait donc sur ces rapports de pouvoir que l'on veut agir dans le pouvoir d'agir. Or, augmenter sa puissance d'agir dans et sur sa situation peut inclure l'idée que la situation est fortement déterminée par des rapports de pouvoir qui empêcherait de déployer sa puissance d'agir, sans toutefois s'y réduire » (p. 105-106).

apprentissage des probabilités dans sa classe. Un autre exemple pourrait découler de la capacité d'une personne enseignante de comprendre et de se saisir d'une suggestion didactique formulée par un ou une collègue en lien avec l'enseignement-apprentissage des probabilités et de lui faire une place (ou non) dans son activité d'enseignement.

2.2 Des éléments didactiques relatifs aux probabilités à l'étude au primaire

Dans le cadre de notre intervention-recherche, notre regard résolument ancré en didactique des mathématiques se trouve naturellement porté sur des concepts et processus liés aux probabilités et à leur enseignement-apprentissage au primaire. Au Québec, comme l'indique la Progression des apprentissages en mathématiques au primaire (Gouvernement du Québec, 2009), ces concepts et processus se déploient progressivement sur l'ensemble des trois cycles de l'école primaire (6 à 12 ans), et ce, à travers ce qui semble être une progression allant généralement du qualitatif vers le quantitatif (Martin et al., 2019). Les élèves sont donc amenés à rencontrer le hasard et des situations incertaines, à réaliser des expériences aléatoires et, éventuellement, à calculer des probabilités. Ils sont également amenés à développer un vocabulaire spécifique à ce domaine mathématique, que ce soit en se familiarisant avec des termes comme hasard, chance et expérience aléatoire, ou encore par la distinction d'évènements impossible, possible et certain au premier cycle (6 à 8 ans) et par la comparaison d'évènements plus, moins ou également probables au deuxième cycle (8 à 10 ans).

Parmi ces concepts et processus probabilistes à l'étude au primaire, nous nous concentrons ici sur les trois approches probabilistes et sur le matériel de manipulation utilisé dans l'enseignement-apprentissage des probabilités. Comme nous le verrons plus loin, ces dimensions se retrouvent en effet au cœur de certaines préoccupations énoncées par les personnes enseignantes et circonscrites dans la démarche rapportée dans ce texte.

2.2.1 Les approches probabilistes et leurs spécificités conceptuelles

Trois approches probabilistes sont généralement reconnues pour aborder l'incertitude en didactique des probabilités, soit les approches théorique, fréquentielle et subjective (Albert, 2006; Borovcnik et Kapadia, 2014; Eichler et Vogel, 2014; Homier, 2022; Homier et Martin, 2024; Kazak et Leavy, 2018; Thibault et Martin, 2018).

Dans l'approche théorique, la probabilité d'un évènement est calculée à partir du rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre total de cas possibles, dans les situations aléatoires où tous les cas possibles sont jugés équiprobables. La notion d'équiprobabilité est centrale dans cette approche, puisque l'obtention d'un nombre exact (situé entre 0 et 1) basé sur ce rapport n'est possible que si tous les cas ont la même probabilité de se réaliser. Puisqu'elle repose sur cette présomption d'équiprobabilité des cas possibles, l'utilisation de cette approche se limite presque uniquement aux jeux de hasard.

L'approche fréquentielle implique quant à elle la réalisation d'essais. Elle est fondée sur la Loi des grands nombres, qui montre que, dans une expérience aléatoire, la fréquence relative des cas possibles tend à se stabiliser lorsque la taille de l'échantillon augmente, ce qui permet d'en estimer la probabilité. La compilation d'un grand nombre d'essais peut permettre d'observer une tendance, mais les résultats obtenus sont très variables lorsque peu d'essais sont réalisés. La variabilité est donc une caractéristique inhérente à l'approche fréquentielle, qui permet d'aborder des situations incertaines seulement si elles peuvent être répétées à plusieurs reprises dans des conditions similaires.

Enfin, dans l'approche subjective, une personne évalue une situation incertaine à partir de son point de vue et c'est en considérant l'information disponible à un moment donné qu'il lui est possible d'en estimer les probabilités. L'estimation émise dans cette approche pourrait ainsi varier selon la personne qui l'émet, par exemple si deux personnes possèdent des informations différentes au sujet d'un même évènement ou de son contexte. En permettant d'aborder des situations incertaines qui impliquent un évènement unique, dont la probabilité ne peut pas nécessairement être calculée théoriquement ou pour lequel il n'est pas possible de répéter une expérimentation plusieurs fois, l'approche subjective est étroitement liée à la notion d'imprévisibilité et à la pensée probabiliste mobilisée au quotidien.

Par leurs spécificités conceptuelles, ces trois approches permettent d'aborder différentes situations incertaines. En effet, des travaux comme ceux de Hacking (2006) et de Borovcnik et Kapadia (2014) ont souligné une dualité entre les fondements des approches théorique et fréquentielle, qui reposent sur des expériences aléatoires, et ceux de l'approche subjective, qui reposent sur l'imprévisibilité. Or, au-delà de cette dualité et des spécificités conceptuelles des trois approches, plusieurs personnes chercheures ont souligné leur complémentarité et argumenté qu'elles devraient contribuer à l'enseignement-apprentissage des probabilités (Albert, 2006; Borovcnik et Kapadia, 2014; Eichler et Vogel, 2014; Homier et Martin, 2024).

2.2.2 Les matériels de manipulation

Parmi les ressources didactiques pouvant être mobilisées par les personnes enseignantes pour et dans l'enseignement-apprentissage des probabilités, nous considérons notamment le recours à du matériel de manipulation (Martin et al., 2022b). Selon Jeannotte et Corriveau (2020), le matériel de manipulation regroupe des objets visuels et tactiles, qui peuvent être manipulés par les élèves pour faire des mathématiques. Ce matériel, que ce soit du matériel didactique commercial ou du matériel maison construit par les personnes enseignantes, a le potentiel de soutenir le développement du raisonnement mathématique de la personne apprenante (Jeannotte et Corriveau, 2020). Plus particulièrement en probabilités, le matériel de manipulation peut être utilisé à plusieurs fins, notamment en tant que *random devices* (Jones, 2009) pour générer des essais. Comme l’ont dit Martin et Thibault (2019), parmi ces matériels de manipulation, certains peuvent être considérés comme typiques (dés à six faces, pièces de monnaie, cartes à jouer, roulettes, billes de couleur, etc.) ou atypiques (dés non réguliers, gobelet, cadenas, pince-feuilles, lettres de l’alphabet, etc.). Ce matériel peut être utilisé pour réaliser des essais (dans l’approche fréquentielle), mais il peut aussi servir à visualiser une situation probabiliste pour soutenir une réflexion plus théorique (par exemple en lien avec la symétrie d’un objet qui permet de présumer de l’équiprobabilité de ses faces ou pour représenter l’ensemble des combinaisons possibles). Ainsi, le matériel permet de donner du sens aux apprentissages et de soutenir le développement de la pensée probabiliste des élèves.

2.3 Objectif de recherche

Afin de soutenir le développement de l’agentivité didactique de personnes enseignantes (en termes de transformation de leur activité à travers l’évolution de leurs projets didactiques) en lien avec l’enseignement-apprentissage des probabilités au primaire et dans le but de documenter leurs projets didactiques réalisés, empêchés et souhaités, nous ciblons dans cet article deux objectifs de recherche :

1. Documenter les projets didactiques d’enseignement-apprentissage des probabilités que des personnes enseignantes mettent en place en classe, notamment en lien avec les approches probabilistes mobilisées et les matériels de manipulation utilisés;
2. Décrire et comprendre (conjointement avec les personnes enseignantes) l’évolution des projets didactiques qui passe notamment par la rencontre de controverses de métier et l’identification de nouveaux possibles.

3. Méthodologie

À la manière d’une Clinique didactique de l’activité (CDA), qui a été proposée par Benoit (2022) et qui s’inspire du dispositif méthodologique de la clinique de l’activité de Clot (2017), nous avons mis sur pied un collectif de quatre enseignantes et de deux personnes chercheures.

De notre point de vue de personnes didacticiennes des mathématiques, il s'agit d'un dispositif théorique et méthodologique d'intervention-recherche à visée transformative autant pour les personnes enseignantes que didacticiennes. Du point de vue des personnes enseignantes, la CDA est plutôt perçue comme une offre de formation à la fois personnalisée et collective (Benoit, 2022). Il s'agit d'un dispositif collaboratif dans lequel la dimension de formation se fait à travers l'activité conjointe des personnes enseignantes et des personnes chercheures, mais où la dimension de recherche est faite (simultanément) par ces dernières sur les différentes étapes de la démarche de formation (Martin et Benoit, 2024). Quoiqu'il existe une variété d'étapes et de méthodes à l'intérieur d'une clinique de l'activité (Clot, 2017) en fonction des besoins des personnes participantes et des contraintes, nous avons adopté le canevas de base de la CDA (Benoit, 2022). Celui-ci est composé de cinq étapes (figure 1), qui seront décrites plus loin : rencontre initiale du collectif, séances en classe, autoconfrontations (AC) simples et croisées, rencontre finale du collectif.

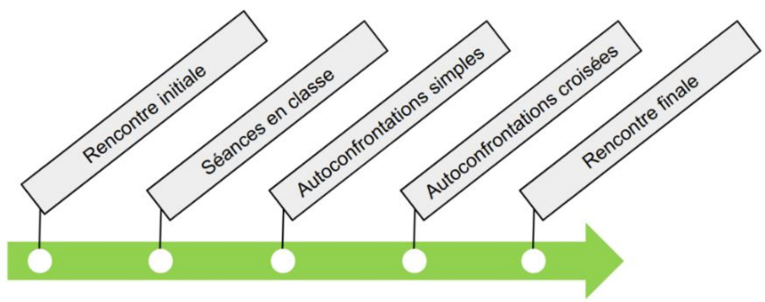


Figure 1. Les cinq étapes du canevas de base de la CDA

Pour exposer cette démarche, nous présentons maintenant les enseignantes ayant pris part au projet, les étapes de notre démarche d'intervention-recherche et les grandes lignes de notre processus de collecte et d'analyse des données.

3.1 Enseignantes participantes

Quatre enseignantes[4] ont accepté de prendre part à la démarche de manière libre et éclairée. Ces enseignantes nous ont été recommandées par un formateur intervenant dans des écoles primaires de la région au regard de leur engagement et de leur curiosité à l'égard de l'enseignement-apprentissage des probabilités. Elles ont été libérées de leur tâche d'enseignement (à partir des fonds de recherche), ce qui offrait des conditions favorables pour qu'elles puissent s'investir affectivement, cognitivement et temporellement dans la démarche.

[4] Dans ce texte, les prénoms employés pour nommer les quatre personnes enseignantes de genre féminin sont fictifs.

Au moment de prendre part au projet, les enseignantes avaient 12 ou 13 années d’expérience professionnelle en enseignement au primaire. Elles enseignaient respectivement en 1re année, en 2e année, en 4e année et en 6e année au sein d’une même école primaire urbaine (figure 2).

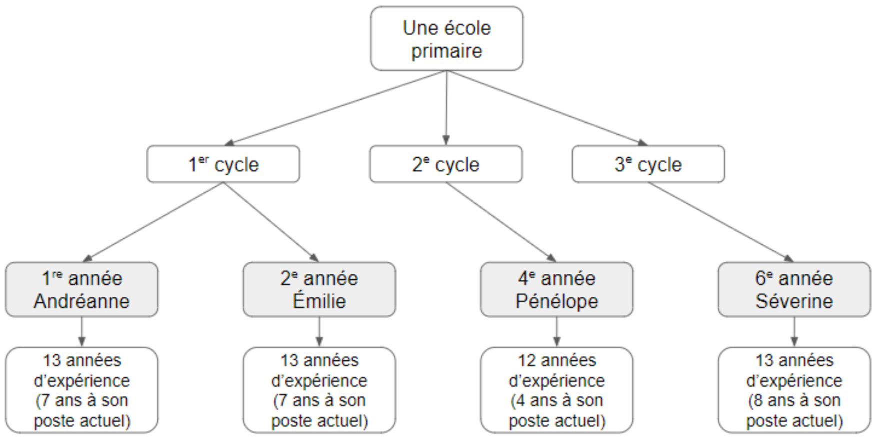


Figure 2. Les enseignantes ayant participé à la CDA

Dans ce texte, nous faisons l’étude du cas d'Émilie, afin de documenter son projet didactique d’enseignement-apprentissage des probabilités lors d’une séance en classe et décrire de nouveaux possibles reliés à sa réalité qui ont pu être conjointement imaginés à travers les autres étapes de la CDA. Comme le dit Roy (2021), une étude de cas nous permet d’éclairer un phénomène complexe et peu documenté en l’ancrant dans son contexte spécifique. Nous avons choisi d’étudier le cas d’Émilie sur la base de son processus de transformation, qui montre la vitalisation (et l’exercice progressif) de son agentivité didactique au fil des différentes étapes de la démarche. Au moment de la CDA, Émilie enseignait en 2e année. Puisqu’elle faisait du bouclage (*looping*) avec les élèves durant le 1er cycle, elle enseignait aux élèves de sa classe depuis le début de leur primaire.

3.2 Démarche d’intervention-recherche

La démarche d’intervention-recherche, qui a eu lieu de février à mai 2023, s’est déroulée en cinq étapes, cohérentes avec le canevas de base de la CDA (figure 3). Premièrement, une rencontre collective initiale a permis de cibler conjointement un objet professionnel, qui est devenu l’objet central relatif à l’enseignement-apprentissage des probabilités autour duquel toutes les étapes subséquentes de l’intervention-recherche ont été articulées.

Deuxièmement, chaque enseignante a piloté une séance ordinaire d’enseignement-apprentissage des probabilités dans sa classe (c’est-à-dire qu’elle s’apparente aux séances qui surviennent normalement dans sa classe), pendant laquelle l’objet professionnel ciblé pouvait se manifester.

Troisièmement, une séance d'AC simple a eu lieu entre le chercheur et chacune des enseignantes, pour un total de quatre AC simples. En prévision d'une AC simple, chaque enseignante et les personnes chercheures visionnaient séparément l'enregistrement fait dans sa classe afin de cibler des extraits pertinents, notamment au regard de l'objet de la CDA. L'enseignante était alors invitée à cibler des extraits qui mettaient en lumière des aspects qu'elle jugeait satisfaisants (ou moins satisfaisants) de son activité d'enseignement des probabilités lors de cette séance. Durant l'AC simple, l'enseignante et le chercheur ont visionné ensemble des extraits de la séance en classe préalablement sélectionnés par l'une ou l'autre des personnes (mais qui n'avaient pas été partagés avant l'AC) afin de mettre en rapport l'objet professionnel avec l'activité d'enseignement-apprentissage des probabilités de l'enseignante. Au terme de l'AC simple, l'enseignante était invitée à cibler des extraits qu'elle souhaitait présenter à une collègue avec qui elle devait être placée en paire lors de l'AC croisée.

Quatrièmement, deux séances d'AC croisées réunissant chacune deux enseignantes avec le chercheur ont eu lieu. Les paires ont été formées par les personnes chercheures avec une visée de susciter des controverses, notamment à partir d'éléments de convergences ou divergences entre les activités d'enseignement des enseignantes et ayant émergé lors de l'analyse des séances en classe ou des AC simples. Durant les AC croisées, des manières de faire (similaires ou différentes), notamment en lien avec l'objet professionnel, étaient mises de l'avant à partir d'extraits des séances en classe de chacune des deux enseignantes. Ces extraits ont été sélectionnés conjointement par l'enseignante et la personne chercheure ayant piloté l'AC simple à la fin de la rencontre. Dans le pilotage des AC croisées, le chercheur tentait de mettre en exergue des objets de controverses dans les discours ou les actions des enseignantes, notamment au regard de l'objet ciblé, afin de provoquer la discussion ou de relever des écarts entre ce qui était visible et ce que les personnes enseignantes disaient avoir fait pour l'enseignement-apprentissage des probabilités. Au terme de l'AC croisée, les enseignantes étaient invitées à cibler des extraits qu'elles souhaitaient présenter au collectif lors de la rencontre finale. Ces extraits ont été ciblés au regard d'éléments jugés satisfaisants, insatisfaisants ou porteurs de questionnement par les enseignantes en fonction de l'enseignement-apprentissage des probabilités.

Cinquièmement, une rencontre finale du collectif a permis un retour sur la démarche réalisée et sur les constats en ayant émergé, entre autres en lien avec l'objet professionnel. Durant cette rencontre, les extraits ciblés par chacune des enseignantes étaient présentés au collectif, puis discutés pour permettre à nouveau de faire émerger des objets de controverses dans les manières de faire des enseignantes.

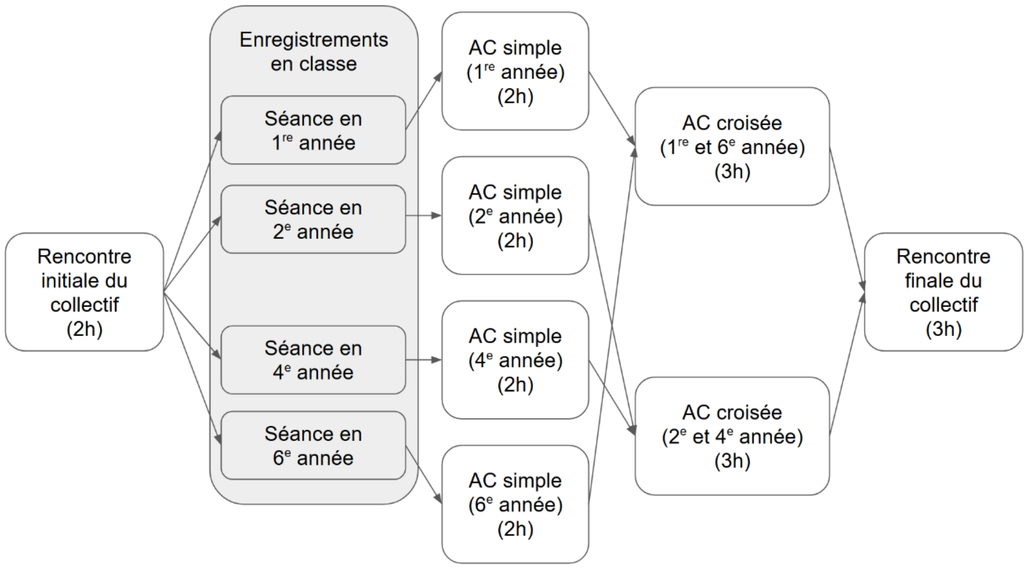


Figure 3. La démarche de notre CDA

3.3 Processus de collecte et d'analyse des données

Dans le cadre de cette démarche, les données collectées sont de deux types. D'abord, la rencontre initiale du collectif a fait l'objet d'un enregistrement audio. Puis, les séances en classe, les AC simples, les AC croisées et la rencontre finale ont été filmées. Pour les séances en classe, l'enseignante portait un micro-cravate et une caméra (maniée par une des personnes chercheures) filmait une vue d'ensemble de la classe lors des échanges en grand groupe et suivait l'enseignante dans ses déplacements et dans ses interactions avec les élèves. Les AC simples et croisées ainsi que la rencontre finale ont été filmées de telle sorte qu'il soit possible de voir à la fois la ou les enseignantes, la ou les personnes chercheures et l'écran où étaient visibles les extraits visionnés.

Pour ce qui est de l'analyse des données collectées, elle a été réalisée en deux phases, qui visaient respectivement à soutenir les dimensions d'intervention et de recherche de la CDA.

D'une part, durant la démarche, nous avons visionné et analysé les enregistrements entre chaque étape, et ce, principalement dans le but de soutenir la dimension intervention de la CDA. Ainsi, les deux personnes chercheures se réunissaient et écoutaient ou visionnaient l'enregistrement de la dernière étape du processus vécue par la ou les enseignantes avant d'aller vivre l'étape suivante. À ce moment, elles ciblaient des extraits autour desquels pouvaient se tisser des échanges visant à mieux comprendre l'activité d'enseignement-apprentissage des probabilités des enseignantes, notamment si des questionnements ou des besoins de clarifications émergeaient en lien avec leur activité. Ces extraits permettaient également de mettre en lumière leurs projets didactiques réalisés, empêchés et souhaités dans le cadre de cet enseignement-apprentissage. Par exemple, les enregistrements des séances en classe vécues par les enseignantes étaient visionnés et analysés de manière intuitive par les personnes chercheures, en considérant notamment l'objet ciblé et les éléments didactiques relatifs aux probabilités à l'étude au primaire, avant d'aller vivre les AC simples avec les enseignantes. Dans le même esprit, afin de préparer les moments d'intervention auprès des enseignantes, les personnes chercheures ont visionné des extraits des enregistrements des AC simples avant d'aller vivre les AC croisées, puis des extraits des enregistrements des AC croisées avant d'aller vivre la rencontre finale du collectif.

D'autre part, après la collecte de données, une analyse des données à des fins de recherche a été réalisée, dans l'esprit de la démarche d'analyse des enregistrements audios et vidéos proposée par Powell et al. (2003). Ces personnes auteures proposent une démarche d'analyse de l'activité mathématique en sept étapes, non linéaires et interreliées, allant de l'appropriation attentive des données jusqu'à la rédaction d'un récit en passant par la description et le codage structurant des données. Dans l'idée de transposer cette démarche vers l'analyse de l'activité d'enseignement de personnes enseignantes, nous avons réalisé un nouveau cycle d'écoute et de visionnement de l'ensemble des enregistrements audio et vidéos. Des prises de note conjointes et des discussions autour d'extraits spécifiques, témoignant de la progression du projet didactique d'Émilie à travers les différentes étapes du processus, ont mené à la rédaction d'une synthèse sous forme d'un récit en émergence. Cette analyse du corpus a été réalisée et les extraits spécifiques des enregistrements ont fait l'objet d'une transcription afin de soutenir la dimension recherche. Cette analyse, qui ne visait donc plus directement le soutien du développement professionnel d'Émilie, a permis de mettre au jour un narratif entourant la progression de son projet didactique relié à l'enseignement-apprentissage des probabilités et l'émergence de nouveaux possibles liés à sa réalité. C'est donc la mise en lumière de sa transformation qui est le fruit de cette seconde phase d'analyse.

Ces deux phases d'analyse (à des fins d'intervention et à des fins de recherche) n'ont pas les mêmes visées et ne se déroulent pas au même moment, mais elles sont étroitement liées et s'alimentent mutuellement. Par exemple, les extraits ciblés dans le cadre de l'analyse à des fins d'intervention constituent des éléments thématiques qui seront mis en relation dans l'élaboration du narratif lié à la transformation de l'activité.

4. Résultats – Le cas d'Émilie

Dans cette section, nous élaborons un récit de la transformation d'Émilie à partir d'une analyse des différentes étapes du processus qui l'ont menée à porter un regard sur son activité d'enseignement-apprentissage des probabilités. Ce faisant, nous mettons en lumière à la fois la progression de son projet didactique relié à l'enseignement-apprentissage des probabilités et l'émergence de nouveaux possibles liés à sa réalité. La présentation de ce cas, qui débute par l'identification de l'objet professionnel ciblé par le collectif, se traduit par un narratif des différentes étapes vécues par l'enseignante dans le cadre de la CDA.

4.1 La rencontre initiale du collectif et l'objet professionnel ciblé

Lors de la rencontre initiale, le collectif a déterminé un objet professionnel lié à l'enseignement-apprentissage des probabilités, qui a ensuite constitué la trame de fond de la démarche. C'est sa collègue Séverine (l'enseignante de 6^{e} année) qui a proposé de cibler le recours au matériel (de manipulation) dans l'enseignement-apprentissage des probabilités comme objet. Cette suggestion a rapidement été validée par le collectif, sans véritable alternative proposée par les autres enseignantes. En effet, elles ont toutes donné leurs assentiments implicites à cet objet professionnel et ont présenté peu d'informations sur leurs préoccupations singulières. Néanmoins, Émilie a partagé avec le collectif un intérêt pour une autre avenue, en admettant que l'objet ciblé l'intimide.

> Émilie : L'avenue que j'aurais aimé tester, c'est au niveau de l'hypothèse. Oui, avec du matériel, mais sous forme de grand groupe. On dirait que je panique un peu à l'idée que tout le monde se mette à manipuler dans leur coin et [fasse] 12 petites expériences aléatoires. On dirait que ça, c'est comme trop gros pour moi. (Rencontre initiale du collectif, février 2023)

Cet extrait permet de mettre en lumière ce que Martin et Benoit (2024) voient comme un écart entre l'objet professionnel collectif entériné par les membres du collectif et un objet professionnel singulier mis de l'avant (explicitement ou implicitement) par un des membres du collectif. Par ailleurs, Émilie a également rapporté la petite place qu'elle accorde à l'enseignement-apprentissage des probabilités dans sa classe[5] et un manque de confiance didactique dans ce contexte.

---

[5] Cette petite place était particulière dans le contexte de la pandémie de Covid19, alors que les probabilités ont été entièrement exclues, par le ministère de l'Éducation, des apprentissages à prioriser dans la PDA en mathématiques pour les années scolaires 2021-2022 et 2022-2023.

> Émilie : Je pourrais me couper des doigts, puis j'aurais assez de doigts pour dire le nombre d'activités de probabilité que je fais. […] Puis, j'en ai imprimé une sur les animaux polaires pour janvier. Puis c'était une activité justement, il fallait mettre des animaux sur la banquise. Mais moi, j'avais de la misère à me dire comment je vais l'animer. Je le fais-tu en grand groupe, je le fais-tu en sous-groupe? Ben non, je ne peux pas le faire en sous-groupe, ils ne comprennent pas. Puis même en groupe, je ne savais pas comment. J'ai pris l'atelier et j'ai fait : « Zoup! » [indiquant qu'elle l'a laissé tomber]. Puis je ne l'ai pas fait. Je ne l'ai pas réfléchi. Je suis passée à autre chose. (Rencontre initiale du collectif, février 2023)

En conséquence, pour expliquer le choix de prendre part au projet de recherche, elle a aussi nommé un désir de s'améliorer dans ce contexte.

> Émilie : Je me rappelle d'avoir [enseigné les probabilités] plus souvent en 1re année. […] Mais je trouve ça difficile à expliquer. […] C'est quoi les chances que je me lève demain matin? C'est certain ou c'est possible que je me lève? Ou c'est impossible? Les élèves ne comprennent pas. […] Donc je ne sais pas comment enseigner ça du tout, du tout, mais ce n'est pas quelque chose que je déteste enseigner. […] Donc, c'est pour ça que je suis là. Ça m'intéressait de peaufiner cette notion-là. (Rencontre initiale du collectif, février 2023)

Les interventions d'Émilie lors de la rencontre initiale permettent de constater un rapport limité et plus ou moins positif au domaine des probabilités et à son enseignement-apprentissage en classe. Elle se montre néanmoins ouverte à se développer en lien avec cette dimension de son activité professionnelle, ce qui la mènera à nous présenter une séance en classe.

4.2 La séance en classe

Émilie nous a accueillis dans sa classe pour une séance d'environ 60 minutes, qu'elle a divisée en trois temps. De manière générale, l'intention didactique de la séance en classe est dirigée vers l'apprentissage du vocabulaire probabiliste lié au caractère impossible, possible ou certain des différents cas possibles d'un évènement incertain.

4.2.1 Premier temps : la comptine

Dans un premier temps, l'enseignante a introduit le vocabulaire probabiliste grâce à une comptine qui lui a permis de « créer » des évènements impossibles, possibles et certains. Pour ce faire, elle a placé au tableau deux ensembles de six cartons (faces cachées) : les cartons du premier ensemble cachaient des sujets et ceux du second ensemble des prédicats. En utilisant une comptine issue d'une émission jeunesse connue des enfants, elle a simulé le tirage au sort d'un carton dans chacun des ensembles afin de créer un évènement (qui sera éventuellement caractérisé d'impossible, de possible ou de certain). Par exemple, Émilie a réuni deux cartons indiquant « Le coq » et « jappe » afin de former un évènement jugé impossible. Cependant, en dépit de l'apparence « aléatoire » liée à la comptine, il est manifeste que celle-ci a été récitée de manière que l’enseignante pointe des cartons envisagés à l'avance, faisant ainsi en sorte que les paires d’éléments créant les évènements sont prédéterminées.

Ainsi, Émilie a récité la comptine afin de créer d’abord un évènement jugé impossible (« Le coq jappe »), puis un évènement possible (« [nom d’une élève] court vite »), pour terminer avec un évènement jugé certain (« Le soleil est chaud »). Après que chaque évènement avait été créé, elle questionnait les élèves sur le caractère incertain de ces évènements, afin de faire émerger les mots « impossible, possible et certain », qu’elle a ensuite écrits au tableau. À ce moment de la séance, Émilie était prête à passer au deuxième temps, mais les élèves lui ont fait remarquer qu’il restait encore trois cartons cachés dans chaque ensemble et, visiblement amusés, lui ont demandé de continuer de créer des évènements. Elle a accepté, en leur soulignant néanmoins « je n’ai aucune idée de ce que ça va donner, j’avais prévu seulement les trois premiers parce que je voulais vous montrer ces mots-là, mais OK ». Les trois derniers évènements qui ont été créés sont « [nom d’un élève] mange des biscuits », « La poupée chante le matin » et « Le chien est jaune ».

À quelques reprises pendant les discussions qui ont suivi la création des évènements, Émilie a semblé surprise des raisonnements des élèves, par exemple parce qu’elles et ils n’étaient pas aussi convaincus qu’elle du caractère certain de l’évènement « Le soleil est chaud », disant que « ça se peut, l’hiver il fait froid même quand il fait soleil ». Puis, des élèves jugent possible qu’une poupée chante le matin (« s’il y a des piles dedans ») ou qu’un chien soit jaune (« mais oui, ça se peut dans les livres »), alors que ces deux évènements sont clairement impossibles pour Émilie. À la suite des commentaires des élèves, elle a tout de même admis qu’il y avait des nuances et que dans certains contextes, ces évènements pourraient être possibles. Ambivalente, elle est même allée jusqu’à interpeller directement les personnes chercheures, en s’adressant à la caméra.

> Émilie : Mais là, vous avez raison et je me pose une question, puis c’est Marianne et Vincent qui pourront me répondre… supposons que j’ai une poupée qui a des piles dedans et le matin je décide de la faire chanter, ça devient possible, non? (Séance en classe, mars 2023)

4.2.2 Deuxième temps : les cartons effaçables

Dans un deuxième temps, Émilie a amené les élèves à mobiliser le vocabulaire probabiliste en réinvestissant les trois mots (impossible, possible et certain) qu’elle avait écrits au tableau pendant la comptine. Pour ce faire, elle leur a demandé d'inscrire sur un carton effaçable, individuellement, si des évènements leur apparaissent impossibles, possibles ou certains. Les évènements étaient nommés à l'oral pendant qu'elle projetait au tableau des images de paniers à chien contenant différents éléments, par exemple des bols de nourriture, des balles, des os, etc. En fonction du contenu du panier à chien, elle évoquait la pige au hasard d'un élément dans le panier et les élèves devaient déterminer si l'évènement envisagé était impossible, possible ou certain. Par exemple, elle a montré l'image d'un panier à chien dans lequel étaient placés deux bols de nourriture et deux balles (figure 4), puis elle a demandé aux élèves d'écrire sur leur carton effaçable s'il était impossible, possible ou certain de piger une balle dans ce panier.

Figure 4. Un exemple de panier à chien montré aux élèves

À un autre moment, elle a demandé aux élèves de se prononcer sur la probabilité de piger un os dans un panier qui ne contenait que des bols de nourriture, puis sur la probabilité de piger un os dans un panier qui ne contenait que des os. Après avoir montré les images, elle mimait chaque fois le geste de mélanger les objets et de piger dans le panier en se fermant les yeux.

Pendant ce deuxième temps, Émilie a remarqué qu'un élève peinait à distinguer des évènements possibles et certains, alors qu'il écrivait « certain » sur son carton effaçable, tant lorsque l'évènement proposé était certain que lorsqu'il était possible. Émilie est alors intervenue individuellement avec lui, en prenant dans sa main trois crayons de couleurs différentes (jaune, noir et bleu), un peu comme pour faire la courte paille. Elle a fermé les yeux, déplacé les crayons (pour les randomiser) et demandé à haute voix à l'élève si elle pouvait être certaine de piger un crayon bleu. Elle a pigé le crayon bleu et a semblé déçue. Elle a demandé à l'élève « OK, mais est-ce que c'était certain? Est-ce que c'était sûr, sûr que j'allais piger le bleu? » L'élève lui a répondu que oui, alors elle lui a proposé de fermer les yeux à son tour et de piger un crayon au hasard, en lui demandant s'il pouvait être certain de piger le crayon jaune. Elle a déplacé à nouveau les crayons (pour les randomiser) et, alors que l'enfant aux yeux fermés tendait la main vers les crayons et s'apprêtait clairement à saisir le crayon jaune, elle a fait un mouvement de côté au dernier moment et l'élève a pigé le crayon bleu. Elle lui a posé de nouveau la question s'il était certain de piger le crayon jaune et l'élève a fait « non » de la tête. Elle a alors ajouté que « non, ce n'était pas sûr, mais est-ce que tu aurais pu le piger? » L'élève a dit oui, et Émilie a conclu en lui disant que « ça, ça veut dire que c'est possible ».

4.2.3 Troisième temps : les situations à illustrer par les élèves

Dans un dernier temps, elle a proposé aux élèves de créer individuellement leurs propres situations, en utilisant de nouveau le contexte du contenu des paniers à chien. Toutefois, les élèves devaient maintenant découper des éléments (bol, balle, os, etc.) sur des feuilles et les coller sur des paniers à chien afin de créer leurs propres situations incertaines. À ce moment, Émilie leur a demandé explicitement de représenter d'abord une situation illustrant un évènement impossible, puis une autre mettant en scène un évènement certain. Avec les quelques minutes restantes de la période, les élèves n'ont pas toutes et tous eu le temps de terminer la tâche, d'autant que plusieurs semblaient plus ou moins comprendre ce qu'il leur était demandé. Alors qu'elle circulait dans la classe, Émilie a en effet dû expliquer de nouveau la consigne de manière individuelle à quelques élèves. À un moment, elle a remarqué le travail d'un élève qui avait terminé et, puisque celui-ci semblait répondre aux attentes, elle l'a projeté à l'avant de la classe pour le montrer aux autres élèves. Sur la feuille, on voyait que l'élève avait collé deux balles du côté de l'évènement certain, puis deux bols et deux sacs de nourriture du côté de l'évènement incertain (figure 5).

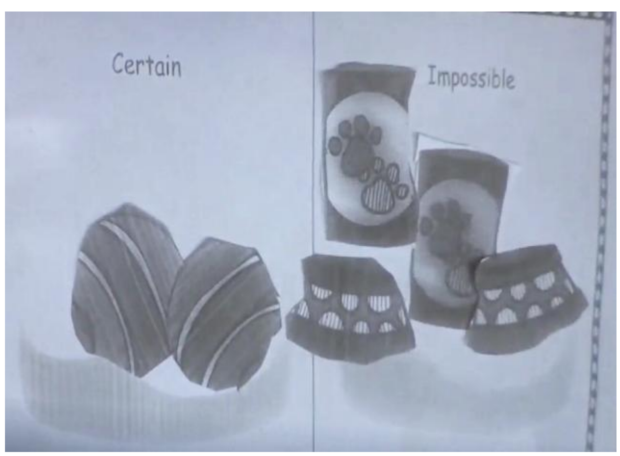


Figure 5. Le travail d'un élève montré en exemple à la classe

Émilie a ensuite demandé à l'élève de nommer à ses collègues la situation qu'il avait représentée, ce à quoi l'élève a répondu qu'il était certain de piger une balle dans le panier de gauche et impossible de piger une balle dans celui de droite. Émilie a souligné le caractère adéquat du travail de l'élève, puis, afin de favoriser une diversité des solutions, elle a pris le temps de dire aux autres élèves qu'il existait vraiment beaucoup d'autres situations certaines et impossibles.

Dans ce contexte, le matériel de manipulation s'est manifesté sous la forme des feuilles, des ciseaux et de la colle, pour que les élèves puissent créer leurs propres situations incertaines. Celui-ci n'est pas spécifique à l'enseignement-apprentissage des probabilités et n'était pas utilisé pour générer du hasard, mais plutôt pour « mettre les élèves en mouvement » dans une tâche théorique qui les amenait à réinvestir le vocabulaire probabiliste.

4.3 L'autoconfrontation simple

Lors de l'AC simple, Émilie a partagé un sentiment général de satisfaction à l'égard de sa séance en classe. Puis, durant les échanges entre le chercheur et l'enseignante, plusieurs thèmes liés à l'activité réelle de cette dernière ont été abordés.

Ainsi, il a notamment été question de la place de la subjectivité dans l'interprétation de situations incertaines liées à la vie de tous les jours. Émilie a souligné qu'elle a été prise de court par les réponses des élèves relatives aux évènements créés dans la comptine. En effet, alors qu'elle avait planifié les évènements en s'assurant qu'ils ne contiennent pas d'ambiguïté et qu'ils permettent aux élèves de comprendre le sens des mots impossible, possible et certain, elle a finalement réalisé que les interprétations des élèves étaient plus variées que prévu.

> Émilie : Dans les premiers exemples, c'était clair pour moi, je les avais pensés, c'était clair, précis. Mais la poupée chante le matin… techniquement c'est impossible, mais là on rentre dans la nuance, les piles et tout, et ils ont raison! C'est pour ça qu'il fallait que je vous parle, parce que l'enfant qui réalise sa tâche, dans sa tête c'est possible, mais dans la mienne, dans ma conception de la tâche, c'était impossible. […] Donc je me questionnais, parce que ce n'était pas là que je voulais aller au départ, je voulais que les élèves comprennent les trois mots de vocabulaire, sans ambiguïté. Puis quand on ajoute toutes leurs interprétations, c'est là que c'est ambigu! (AC simple, avril 2023)

Selon nous, cette discussion lors de l'AC simple met en lumière une prise de conscience par Émilie du rôle que peut jouer la subjectivité au moment d'évaluer une situation incertaine. Cette réflexion montre qu'elle envisage l'apport de l'approche subjective dans le traitement de situations incertaines initialement réfléchie dans l'approche théorique.

Il a également été question de la petite place accordée au hasard lors de la séance en classe, par exemple en évoquant le fait que les évènements créés grâce à la comptine étaient prédéterminés (malgré une apparence aléatoire) et que les paniers à chien et leur contenu n’étaient que dessinés au tableau, sans qu’il soit possible de réellement y mélanger ou y piger les objets. En ce sens, au fil des échanges, il a été remarqué une émergence (ou une vitalisation) de l’agentivité didactique d’Émilie en lien avec l’enseignement-apprentissage des probabilités dans l'analyse de son activité, notamment dans le constat que les tâches qu’elle propose aux élèves sont essentiellement théoriques et qu’elles ne font à peu près pas place au hasard ou à la variabilité.

Par exemple, nous avons discuté du contrôle sur le hasard exercé par Émilie lors du deuxième temps de sa séance en classe, au moment où elle demande à un élève de piger un crayon. Questionnée par le chercheur durant l’AC simple au sujet du déplacement soudain de sa main avant que l’élève ne pige un crayon, l’enseignante explique :

> Émilie : Il s’en allait vers le jaune! Et là, j’ai tourné la main! […] J’ai truqué le hasard!
>
> Chercheur : […] Pourquoi tu as tassé tes crayons?
>
> Émilie : Ben, parce que je voulais lui montrer que ce n’est pas certain! Puis il s’en allait piger le jaune, alors j’ai comme fait… [en montrant le geste de la main] parce que c’était possible, il y avait deux autres choix!
>
> Chercheur : Mais qu’est-ce que ça fait s’il pogne le jaune une fois?
>
> Émilie : Ben… c’est vrai que j’aurais pu le relancer!
>
> Chercheur : Qu’est-ce que tu veux dire?
>
> Émilie : Non, mais j’aurais pu… parce que dans le fond, une expérimentation, ce n’est jamais basé juste sur un… Le hasard, ce n’est jamais genre « je pige une fois c’est fini, final bâton ». Quand… Mais mon but n'était pas de m’étirer avec cet élève-là, c’est pour ça que je lui ai montré juste une fois, pour lui montrer que… « Ben non! » Après ça, on passe au suivant! [elle rit]
>
> Chercheur : […] Donne-moi un exemple concret de ce que tu veux dire par « J’aurais pu continuer ».
>
> Émilie : « OK. Ferme tes yeux, on recommence! »
>
> Chercheur : Puis là, il arrive quoi? OK, le premier coup il a pigé jaune. […]
>
> Émilie : Ben, j’aurais espéré qu’il pogne autre chose!
>
> Chercheur : Mais les probabilités sont assez élevées qu’il va pogner quelque chose d’autre!
>
> Émilie : Oui! Fait que je lui aurais fait comprendre que ce n’est pas certain, c’est possible… Ça peut arriver, mais ce n’est pas sûr! (AC simple, avril 2023)

Dans cet échange, Émilie a reconnu avoir choisi de contrôler le hasard afin de démontrer à l'élève le caractère possible (et non certain) de l'évènement « piger un crayon jaune ». Dans l'interaction avec le chercheur, l'enseignante a pris conscience qu'il aurait été possible d'amener l'élève à faire plusieurs essais, ce qui aurait permis de dégager une tendance dans les résultats montrant que l'évènement n'est pas certain, mais possible (puisque la fréquence de pige du crayon jaune devrait se stabiliser à mesure que le nombre d'essais va augmenter). Elle s'est ainsi ouverte à l'idée qu'en dépit de la variabilité (dans les résultats) découlant du hasard, la répétition des essais puisse amener l'élève à distinguer des évènements possible et certain. Cette réflexion montre qu'elle envisage le passage d'une situation ancrée dans l'approche théorique vers une situation dont l'ancrage serait lié à l'approche fréquentielle. Cette ouverture d'un nouveau possible apparait à nos yeux comme une manifestation de la vitalisation de la puissance d'agir de l'enseignante, du développement de son agentivité didactique.

À la fin de l'AC simple, Émilie a ciblé des extraits qu'elle souhaitait présenter à une collègue lors de l'AC croisée, soit deux extraits liés au thème du contrôle du hasard (le premier avec la situation de la comptine et le second avec la situation de la pige de crayon) et un extrait relatif à la place de la subjectivité (en lien avec les évènements créés avec la comptine). Ces extraits sont ceux qui ont été présentés et discutés dans le cadre de l'AC croisée.

4.4 L'autoconfrontation croisée

Pour Émilie, l'AC croisée s'est faite en collaboration avec Pénélope, l'enseignante de 4e année. Durant cette rencontre, chacune des deux enseignantes a présenté à sa collègue deux ou trois extraits de la séance en classe et des discussions ont émergé.

D'une part, durant les échanges entourant les extraits de sa séance en classe, Émilie a fait preuve d'un regard didactique assez critique sur son activité d'enseignement, étant alors capable d'exposer et d'expliquer les principaux thèmes incarnés dans les extraits sélectionnés, notamment en lien avec le contrôle du hasard et la place de la subjectivité lors de la séance. Ces réflexions, enracinées dans des échanges survenus lors de l'AC simple, révèlent à nos yeux une reconnaissance et une compréhension de ces enjeux didactiques.

D'autre part, au cours de la présentation des extraits de la séance en classe de sa collègue, les interventions d'Émilie ont témoigné de l'exercice de son agentivité didactique en émergence dans le regard porté sur l'activité d'enseignement de sa collègue, notamment par des questions posées sur ses intentions didactiques, sur la place des prédictions et sur une possibilité de compilation des essais. Par exemple, des discussions ont porté sur une situation où Pénélope demande aux élèves de sa classe de prédire la position dans laquelle un gobelet transparent en plastique atterrira s’il est lancé en l’air (à l’endroit, à l’envers ou sur le côté), puis de réaliser des essais (elle prescrit d’en faire six). À travers le visionnement de l’extrait lié à cette situation, on comprend que les élèves devaient formuler une nouvelle prédiction avant chaque nouveau tirage, afin de tenter de prédire à tous les coups le résultat du prochain lancer du gobelet. On remarque également que plusieurs élèves cherchent à obtenir la position ciblée en prédiction (à la manière d'un jeu d'adresse, comme pour tenter de valider leur prédiction). Devant cette information, Émilie a présenté sa compréhension de la situation et exposé un nouveau possible.

> Émilie : Mais, je ne pensais pas que tu faisais des prédictions à chaque fois… Moi, j’aurais prédit, une prédiction, puis fait plusieurs essais, puis coche. « Je prédis qu’il va tomber le plus souvent à l’envers. » Puis là, tu lances une fois, puis tu coches, sur le côté, à l’envers, sur le côté, droit… Puis à la fin, tu regardes le nombre de fois qu’il est arrivé. Je pensais que c’était de même que tu t’en allais. (AC croisée, mai 2023)

En réponse à cette intervention, le chercheur l’a questionnée pour l’amener à préciser les changements qui découleraient selon elle de ce nouveau possible.

> Chercheur : Qu’est-ce que ça changerait d’après toi, si c’est comme ça qu’on la pilote? […] Qu’est-ce que ça va faire de différent que les élèves formulent une seule prédiction au départ, puis qu’on accumule les essais?
>
> Émilie : Bien… [elle réfléchit]. Au niveau de l’habileté, puis de la compétition […]. Comment je pourrais expliquer? [elle réfléchit]. J’ai l’impression qu’ils essaient de contrôler le hasard. [...] Je serais curieuse d’aller le compiler, comme les 200 000 lancers[6]. De voir la différence. On peut reprendre la même formule, le *flip the cup*, mais il n’y a plus l’effet de « je veux gagner ma prédiction », c’est juste de compiler, compiler, compiler. (AC croisée, mai 2023)

Émilie a ainsi exposé le fait qu’une seule prédiction liée à la position la plus probable à obtenir et suivie d’une multitude de lancers du gobelet pourrait désamorcer la tendance observée chez certains élèves de chercher à contrôler le hasard pour obtenir la position visée en prédiction. Ses interventions, qui semblent faire écho à la situation de la pige du crayon qui a été discutée avec elle lors de l’AC simple, témoignent à notre sens du développement d’une sensibilité à l’égard de cet enjeu didactique et d’une appropriation conceptuelle de la situation mobilisée par sa collègue. Ses réflexions l’ont alors amenée à identifier un

[6] L’enseignante fait ici référence à une version de la situation du lancer du gobelet présentée par Thibault et al. (2019) et dont il avait été question plus tôt dans la rencontre.

nouveau possible qui pourrait enrichir sur le plan didactique la situation pilotée par sa collègue.

À la fin de l'AC croisée, au moment de déterminer ce qui sera présenté et discuté lors de la rencontre finale du collectif, Émilie a énoncé une ouverture par l'expression d'une volonté de rétroaction et d'identification de nouveaux possibles en lien avec son activité d'enseignement, notamment au sujet de la représentation par les élèves d'évènements possibles ou certains (situation des paniers à chien). Pour sa part, Pénélope propose autre chose :

> Pénélope : Moi j'aimerais ça qu'on reparle de ta comptine.
>
> Émilie : Ouais, mais moi je commence à être tannée de m'entendre chanter [elle rit] et aussi d'en parler que je contrôle le hasard!
>
> Chercheur : Je trouve que c'est tout à fait légitime.
>
> Émilie : J'ai comme le goût de parler d'extraits… qui vont être utiles. Le fait de créer une situation, ce n'est pas quelque chose qu'on voit dans la PDA, j'aurais le goût de gratter là-dessus avec les collègues, sur comment les mettre en action […], comment les lancer en expérimentation pour vrai. Parce que j'ai l'impression que c'est vraiment une tout autre animation! (AC croisée, mai 2023)

Ainsi, en réponse à Pénélope qui lui propose de présenter un extrait lié au thème du contrôle du hasard (comptine truquée), elle a exposé une volonté de ne pas revenir une nouvelle fois sur cet enjeu déjà longuement discuté à travers les échanges survenus lors des AC simple et croisée. Elle a aussi rapporté chercher à pointer dans une direction qui lui apparait plus porteuse pour la poursuite de son développement, soit l'ouverture vers l'expérimentation par les élèves d'une situation probabiliste. Cette réflexion montre qu'elle envisage l'apport de l'approche fréquentielle comme nouveau possible pour l'enseignement-apprentissage des probabilités.

4.5 La rencontre finale du collectif

Au moment de la rencontre finale du collectif, chacune des personnes enseignantes a présenté un ou deux extraits de leur séance en classe et des discussions en ont émergé.

Dans ce contexte, le regard porté par Émilie sur les activités d'enseignement des autres témoigne de la poursuite de la mobilisation de son agentivité didactique en émergence, par exemple au sujet des ateliers pilotés par l'enseignante de 1re année (Andréanne) lors de sa séance en classe. Ainsi, quatre ateliers distincts avaient été mis en œuvre par Andréanne (à partir de tâches probabilistes proposées par Van de Walle et Lovin, 2007), entre autres trois ateliers avec différentes roulettes (divisées en 2 ou 4 secteurs isométriques) dans lesquels les élèves devaient faire des essais et compiler temporairement les résultats pour dégager une couleur gagnante (par exemple, la première couleur à avoir été obtenue 10 fois). Pour la rencontre finale, Andréanne a choisi de présenter un extrait du retour qu'elle fait en grand groupe sur les ateliers et qui expose un regard à la fois spontané et qualitatif porté sur les tâches des roulettes. Invitée à réagir, Émilie a soulevé une idée de compilation plus systématique des résultats des équipes ou de la classe au regard des différents ateliers, afin de mettre en lumière une tendance qui pourrait aller au-delà des expériences singulières des élèves. Le chercheur l'a alors interrogée sur la visée de ce nouveau possible.

> Chercheur : S'il y avait une compilation plus systématique, genre chaque équipe, avez-vous plus bleu ou rouge, mettons. Ça aurait donné quoi de plus?
>
> Émilie : J'ai l'impression que c'est de fournir la preuve aux élèves, que les élèves ont besoin de voir ce que les autres ont fait. [...] Pour… Je ne sais pas… [en doutant]
>
> Chercheur : Moi, je cherche à comprendre ce qui est là. Je ne dis pas que ça n'a pas de bon sens.
>
> Émilie : J'ai l'impression qu'un élève va dire : « Ben là, c'est parce que moi, c'est toujours arrivé sur bleu. » Les élèves vont prendre ce qui a été dit et ne se questionneront pas plus. « Pourquoi il y a quelqu'un qui dit que ça arrive plus sur le rouge, pis elle plus sur le rouge? Moi, je suis sur le bleu… J'ai-tu fait quelque chose de pas normal? » J'ai l'impression qu'en comparant, on pourrait tous voir que : « Ah, ce n'était pas loin. » L'équiprobabilité était là… dans certains cas [de roulettes], ça peut…! (Rencontre finale du collectif, mai 2023)

Un tel échange, vécu à partir d'un extrait présenté sur-le-champ par Andréanne durant la rencontre finale, montre bien qu'Émilie est en train de développer sa capacité d'analyse didactique des situations probabilistes et que celle-ci l'amène à identifier de nouveaux possibles liés à l'enseignement-apprentissage des probabilités. Dans ce cas précis, Émilie a réfléchi à l'effet d'une compilation systématique des essais pour rendre plus explicite la tendance des résultats du groupe associés à une situation probabiliste. Elle arrive désormais à considérer le potentiel associé à l'expérimentation d'une situation probabiliste avec du matériel et l'analyse des résultats pour mettre en lumière un concept probabiliste comme l'équiprobabilité (par exemple, avec une roulette divisée en deux ou quatre secteurs équivalents offrant des probabilités égales d'obtenir rouge ou bleu).

Par ailleurs, à la fin de la rencontre, les enseignantes ont été invitées à se prononcer sur la démarche vécue et sur leur ressenti à l'égard de l'enseignement-apprentissage des probabilités. En prenant la parole, Émilie a évoqué explicitement son processus de transformation en cours et mis en lumière sa poursuite (avec de nouveaux possibles).

> Émilie : Je me sens plus complète, dans ma vie professionnelle. Oui, on manque de temps, on dirait que ça m'arrangeait, ça ne faisait pas partie des essentiels […]. Puis si ça n'avait pas été de ce projet-là, je ne me serais pas lancée, manque de temps, manque d'énergie, manque de volonté, tu sais… puis je suis contente de l'avoir fait. Puis ça va servir. Fait que j'ai l'impression de me sentir plus complète, en mathématiques, de connaitre plus la matière. (Rencontre finale du collectif, mai 2023)

Finalement, au moment de conclure la rencontre, les enseignantes ont été interrogées afin de savoir si le processus leur apparaissait suffisamment porteur pour qu'elles considèrent l'idée de prendre à nouveau part à une CDA. Comme ses collègues, Émilie s'est dite volontaire pour s'engager à nouveau dans la démarche en prévision d'une prochaine CDA.

5. Discussion

La présentation du cas d'Émilie, qui permet de documenter son projet didactique d'enseignement-apprentissage des probabilités et de décrire de nouveaux possibles reliés à sa réalité qui ont pu être imaginés, ouvre sur un narratif qui met en lumière une transformation de son activité d'enseignement et le développement de son agentivité didactique en lien avec l'enseignement-apprentissage des probabilités. Nous discutons maintenant de ces résultats à la fois en termes de l'analyse du travail enseignant et des éléments didactiques relatifs à l'enseignement-apprentissage des probabilités à l'étude au primaire.

5.1 Discussion sur l'analyse du travail enseignant

En ce qui concerne l'analyse du travail enseignant, nous avons remarqué chez Émilie (mais aussi chez les autres enseignantes du collectif) une acceptation de faire différemment, sous le simple prétexte d'être observée (Clot, 2017). Elle accepte le risque et plonge dans l'incertitude devant témoins, avec micro et caméra. Ainsi, de son manque de confiance didactique au sujet de l'enseignement-apprentissage des probabilités exprimé lors de la rencontre initiale, qui fait écho à des constats rapportés par plusieurs personnes auteures (Jones et Thornton, 2005; Stohl, 2005; Watson, 2001), on voit l'enseignante augmenter progressivement sa puissance d'agir sur sa situation de travail en ce qui a trait à l'enseignement-apprentissage des probabilités. En effet, tout au long de la démarche, Émilie s'est transformée, transformation soutenue (entre autres) par le développement de son agentivité didactique, qui se manifeste à la fois par des moments clés de prises de conscience et par son utilisation de plus en plus volontaire de concepts liés à la didactique des probabilités pour imaginer de nouveaux possibles pour l'enseignement-apprentissage des probabilités.

Par exemple, lors de l'AC croisée avec Pénélope, Émilie a été amenée à réfléchir sur des manières de faire différentes de celles de sa collègue, ce que Filippi (2020) nommerait une controverse de métier. Alors qu'Émilie a piloté une séance dans laquelle les tâches sont essentiellement ancrées dans l'approche théorique, Pénélope a mobilisé en classe du matériel de manipulation pour générer du hasard (des gobelets), dans une situation orientée vers la réalisation d'essais (dans l'approche fréquentielle). Ces entrées différentes respectivement empruntées par les deux enseignantes pour réaliser l'enseignement-apprentissage des probabilités constituent une controverse de métier. L'analyse didactique de la situation proposée par Pénélope amène Émilie à identifier de nouveaux possibles, ce qui nous semble mettre en lumière l'effet dynamogène de cette controverse (Dionne et al., 2019). Cet effet dynamogène sur les activités d'enseignement pourrait à la fois trouver écho dans une nouvelle mouture de la situation à piloter par Pénélope et dans une ouverture d'Émilie à l'idée de réaliser une situation inscrite dans l'approche fréquentielle, ce qu'elle finit par nommer « lancer les élèves en expérimentation ».

En outre, la décision d'Émilie d'écarter l'analyse d'une partie de son activité (comptine truquée) lors de la rencontre finale du collectif nous semble faire état d'un désir de cadrer la rétroaction des collègues sur des enjeux qu'elle juge plus porteurs pour son développement. Il s'agit donc d'une autre manière d'exercer son agentivité didactique et d'orienter son propre développement professionnel.

Au final, le cas d'Émilie témoigne à notre sens du potentiel transformateur du dispositif de la CDA pour favoriser l'enclenchement d'un processus de développement professionnel, et ce, tout au moins au regard de l'objet professionnel ciblé (et de la discipline scolaire dont il relève). En effet, au Québec, le ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES) (2024) définit la formation continue des personnes enseignantes comme « l'ensemble des actions et des activités dans lesquelles les enseignantes et les enseignants en exercice s'engagent de façon individuelle et collective en vue de mettre à jour et d'enrichir leur pratique professionnelle » (s. p.). Il s'agit donc d'une démarche ponctuelle et volontaire dans laquelle la personne enseignante choisit de s'engager par et pour elle-même, dans laquelle elle se trouve actrice (et non seulement spectatrice). Les dimensions individuelle (lors de la planification et du pilotage de la séance) et collective (lors des échanges dans les autoconfrontations et dans le retour au collectif) de la démarche nous semblent contribuer de manière complémentaire au développement de l'agentivité didactique de l'enseignante. L'expression en apparence sincère de son sentiment de transformation au terme de la démarche, en plus de l'ouverture vers de nouveaux possibles et de son désir de s'engager dans une nouvelle itération de la démarche, sont à nos yeux autant de manifestations du pouvoir transformateur du travail enseignant de ce dispositif d'intervention-recherche.

5.2 Discussion sur des éléments didactiques liés à l'enseignement-apprentissage des probabilités

Le cas d'Émilie met en lumière plusieurs éléments didactiques liés à l'enseignement-apprentissage des probabilités. D'abord, son activité d'enseignement lors de la séance en classe témoigne d'un fort ancrage dans l'approche théorique, alors que le matériel de manipulation est utilisé pour réfléchir de manière théorique, et qu'aucun *random device* n'est mobilisé (dans l'approche fréquentielle) (Martin et Thibault, 2019). Cette idée, tout comme l'inconfort partagé par Émilie lors de la rencontre initiale du collectif, fait notamment écho à des travaux qui ont souligné la propension de personnes enseignantes à éviter la variabilité inhérente à l'approche fréquentielle (Stohl, 2005).

Or, durant les étapes qui ont suivi le pilotage de sa séance en classe (AC simple et croisée et rencontre finale), le discours d'Émilie met en lumière une ouverture progressive aux approches fréquentielle et subjective. D'une part, ses propositions autour des prédictions et de la réalisation des essais dans l'AC croisée au regard de la tâche de lancer du gobelet pilotée par Pénélope, ainsi que sa réflexion lors de la rencontre finale au sujet de la compilation des essais dans les ateliers des roulettes pilotés par Andréanne, sont des exemples évocateurs de cette ouverture à l'approche fréquentielle, à la variabilité et à la stabilisation à long terme d'une tendance à travers la Loi des grands nombres dans l'enseignement-apprentissage des probabilités.

D'autre part, les réflexions d'Émilie au sujet des raisonnements des élèves en lien avec des évènements jugés possibles ou impossibles lors du premier temps de sa séance en classe, par exemple un soleil chaud, une poupée qui chante ou un chien jaune, signalent une considération de la part de subjectivité qui vient nécessairement à travers l'approche subjective. En effet, comme l'ont dit Homier et Martin (2024), l'estimation de la probabilité d'un même évènement dans l'approche subjective peut varier selon la personne qui l'émet, alors que différentes personnes possèdent différentes informations, et que celles-ci sont parfois étroitement liées au contexte dans lequel se trouve la personne qui évalue un évènement incertain.

À notre sens, cette ouverture aux approches fréquentielle et subjective témoigne d'une familiarisation au regard de l'incertitude propre au domaine des probabilités à travers la part de variabilité et d'imprévisibilité qu'elles peuvent introduire dans la tâche (Thibault et Martin, 2018). Il semble ainsi possible de penser que la vision de l'enseignement-apprentissage des probabilités d'Émilie s'est élargie au fil de la CDA, l'amenant à considérer de nouveaux possibles pour elle et pour ses collègues.

Remarques conclusives

En guise de bilan de cette CDA, nous tenons à souligner la singularité de chacun des parcours au sein du collectif. En effet, bien que nous ayons choisi de centrer le propos de ce texte sur le cas d’Émilie, les autres cas témoignent tout autant d’une transformation en cours en lien avec l’enseignement-apprentissage des probabilités. Le récit des différentes étapes vécues par Émilie a permis de mettre en lumière qu’elle s’est engagée dans la CDA en partageant un manque de confiance didactique relié à l’enseignement-apprentissage des probabilités, qui prenait d’ailleurs très peu de place dans son activité d’enseignement. Puis, elle s’est lancée et, au fil des réflexions partagées avec les personnes chercheures et ses collègues, sa vision de cet enseignement-apprentissage s’est élargie, faisant notamment graduellement de la place à la variabilité et à l’imprévisibilité propres aux approches fréquentielle et subjective. Une transformation s’est donc amorcée et il semble possible de penser que la poursuite du développement de son agentivité didactique permettra à cette enseignante d’exercer toujours plus consciemment sa puissance d’agir dans et sur sa situation de travail.

Pour soutenir l’analyse de la transformation d’Émilie et du travail des enseignantes du collectif en lien avec leur développement professionnel, il pourrait être utile de mobiliser la notion d’« enquête » dans l’esprit des travaux de Thievenaz (2014). En effet, l’enquête « fournit un ensemble de repères utiles pour repérer et décrire les situations dans lesquelles les acteurs sont appelés à réaliser de nouveaux apprentissages à l’occasion de la conduite de leur action » (Thievenaz, 2014, p. 14).

Par ailleurs, même si ce n’est pas l’objet de cet article, il convient également de remarquer que la CDA a eu un apport sur notre propre développement professionnel comme personnes chercheures, entre autres à travers un élargissement du regard que nous portons sur l’enseignement-apprentissage des probabilités à l’école primaire, ainsi que par plusieurs réflexions méthodologiques survenues durant et après la démarche. Nos manières de faire dans un tel contexte seront assurément amenées à évoluer dans les prochaines moutures de la CDA, dans lesquelles de nouveaux objets professionnels liés à l’enseignement-apprentissage des probabilités seront ciblés. Nous pensons notamment à mettre sur pied un collectif de plus grande taille enraciné dans plus d’une école, tout en encourageant une continuité dans le retour de personnes ayant déjà pris part à une CDA antérieure. L’ouverture vers de nouveaux objets professionnels, ainsi que le retour potentiel des personnes enseignantes dans une nouvelle CDA, permettront une analyse historique du développement professionnel lié à l’enseignement-apprentissage des probabilités et une mise en relation (voire un regard sur l'évolution) des différents enjeux didactiques reliés à l'enseignement-apprentissage des probabilités.

D'ici là, le constat du potentiel transformateur de la CDA pour soutenir le développement professionnel de personnes enseignantes, en favorisant l'augmentation de leur puissance d'agir dans l'enseignement-apprentissage des probabilités, nous apparait d'ores et déjà favorable au développement de la pensée probabiliste dans un monde incertain.

Remerciements

Nous souhaitons d'abord remercier l'ensemble des enseignantes ayant participé à ce projet de recherche à la fois pour leur intérêt, leur ouverture et leur courage. Le développement professionnel ne se fait pas toujours sans heurt et il faut saluer l'engagement volontaire de ces personnes. Nous tenons également à souligner l'appui financier du Fonds de recherche du Québec – Société et culture pour la réalisation de ce projet.

Références

Albert, J. (2006). Interpreting probabilities and teaching the subjective viewpoint. Dans G. F. Burrill et P. C. Elliott (dir.), *Thinking and reasoning with data and chance. 68th NCTM Yearbook* (p. 417-433). National Council of Teachers of Mathematics.

Álvarez-Arroyo, R., Batanero, C. et Gea, M.M. (2024). Probabilistic literacy and reasoning of prospective secondary school teachers when interpreting media news. *ZDM – Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01586-8

Batanero, C. et Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: Reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics, 3*(1), 3-13.

Benoit, D. (2022). *La clinique didactique de l'activité en classe d'accueil de mathématiques : provoquer le développement de la pensée didactique* [thèse de doctorat, Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/19193

Benoit, D. (2024). Shifting towards didactic thinking development as a tool for mathematics teachers' agency. *Canadian Journal of science, mathematics and technology education*. https://doi.org/10.1007/s42330-024-00325-1

Biesta, G., Priestley, M. et Robinson, S. (2015). The role of beliefs in teacher agency. *Teachers and Teaching*, *21*(6), 624-640. https://doi.org/10.1080/13540602.2015.1044325

Borovcnik, M. et Kapadia, R. (2010). Research and developments in probability education internationally. Dans M. Joubert, et P. Andrews (dir.), *Proceedings of the Seventh British Congress of Mathematics Education* (p. 41-48). Manchester University.

Borovcnik, M. et Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability Dans E. Chernoff et B. Sriraman (dir.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (p. 7-34). Springer.

Calligham, R., Watson, J. et Oates, G. (2021). Learning progressions and the Australian curriculum mathematics: The case of statistics and probability. *Australian Journal of Education, 65*(3), 329-342. https://doi.org/10.1177/00049441211036521

Clot, Y. (2017). *Travail et pouvoir d'agir.* Presses universitaires de France.

Conseil supérieur de l'éducation. (2014). *Le développement professionnel, un enrichissement pour toute la profession enseignante*. Gouvernement du Québec.

Dionne, P., Viviers, S. et Saussez, F. (2019). Discuter et réfléchir son activité par l'instruction au sosie : émergence de contradictions et débats de métier. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 21*(2), 24–42. https://doi.org/10.7202/1061838ar

Eichler, A. et Vogel, M. (2014). Three approaches for modelling situations with randomness. Dans E. Chernoff et B. Sriraman (dir.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (p. 75-99). Springer.

Filippi, P.-A. (2020). *Les ressources psychosociales comme instruments de reprise du pouvoir d'agir : le cas de formateurs d'enseignants en ESPE confrontés à un nouveau dispositif de formation* [thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille]. Hal Sciences. https://hal.science/tel-03169313/document

Gómez-Torres, E., Batanero, C., Diaz, C. et Contreras, J. M. (2016). Developing a questionnaire to assess the probability content knowledge of prospective primary school teachers. *Statistics Education Research Journal, 15*(2), 197-215. https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.248

Gouvernement du Québec. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire.* Ministère de l'Éducation.

Gouvernement du Québec. (2009). *Progression des apprentissages au primaire. Mathématique*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Hacking, I. (2006). *The emergence of probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference.* Cambridge University Press.

Homier, M. (2022). *Connaissances mobilisées lors de l'intégration de l'approche subjective dans l'enseignement des probabilités : récit d'une collaboration avec deux enseignantes du 3e cycle du primaire* [mémoire de maitrise. Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/19945

Homier, M. et Martin, V. (2024). À la recherche de l'approche probabiliste subjective : récit d'un processus de conceptualisation. *For the learning of mathematics*, *44*(3), 2-7.

Jeannotte, D. et Corriveau, C. (2020). Interactions Between Pupils' Actions and Manipulative Characteristics when Solving an Arithmetical Task. *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 10 pages.

Jones, D. L. (2009). Random devices utilized in mathematics textbooks. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, *4*(2), 32-42.

Jones, G. A. et Thornton, C. A. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. Dans G. A. Jones (dir.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (p. 65-92). Kluwer Academic Publishers.

Kazak, S. et Leavy, A. M. (2018). Emergent reasoning about uncertainty in primary school children with a focus on subjective probability. Dans A. M. Leavy, M. Meletiou Mavrotheris et E. Paparistodemou (dir.), *Statistics in early childhood and primary education: Supporting early statistical and probabilistic thinking* (p. 37-54). Springer.

Martin, V. (2014). *Étude des interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités auprès d'élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques en classes ordinaires du primaire* [thèse de doctorat, Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/5449

Martin, V. et Benoit, D. (2024). Une entrée par la demande pour un travail collaboratif entre un didacticien des mathématiques et des personnes enseignantes autour de l'enseignement-apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Dans A. Adihou (dir.), *L'activité mathématique dans une société en mutation : circulations entre recherche, formation, enseignement et apprentissage. Actes du 8e colloque de l'EMF 2022* (p. 154-166). Les Éditions de l'Université Sherbrooke.

Martin, V. et Homier, M. (2023). Récit du développement d'une enseignante à l'intérieur d'un collectif œuvrant conjointement autour de projets didactiques d'enseignement-apprentissage des probabilités au primaire. Dans S. Barry, D. Benoit, I. Oliveira, N. Julien et T. Rajotte (dir.), *Quand savoirs mathématiques « scolaires » et « culturels » sont (non)liés : enjeux et perspectives. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 106-120). Université du Québec à Rimouski.

Martin, V. et Malo, M. (2019). L'analyse de tâches probabilistes proposées dans des ressources québécoises utilisées pour l'enseignement des mathématiques au primaire. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités!* (p. 71-98). Presses de l'Université du Québec.

Martin, V. et Thibault, M. (2017). Enquête sur les pratiques déclarées d'enseignement des probabilités au primaire et au secondaire au Québec : esquisse d'un portrait statistique. Dans A. Adihou, J. Giroux, A. Savard, et K. Mai Huy (dir.), *Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 179-195), Université McGill.

Martin, V. et Thibault, M. (2019). Utiliser des objets du quotidien pour soutenir l'enseignement des probabilités dans la classe du primaire. *Vivre le primaire, 32*(2), 63–65.

Martin, V., Héroux, S., Homier, M. et Thibault, M. (2021). L'analyse de tâches probabilistes proposées dans des cahiers d'apprentissage destinés à l'enseignement-apprentissage des mathématiques au primaire au Québec : exemplification de tâches inscrites dans l'approche fréquentielle. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie, 21*(1), 145-165. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00134-w

Martin, V., Thibault, M. et Homier, M. (2022a). Convergence and divergence in probability teaching in elementary and secondary school in Québec: A closer look at eight teachers' self-reported practices. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 22*(3), 659–678. https://doi.org/10.1007/s42330-022-00241-2

Martin, V., Thibault, M. et Homier, M. (2022b). Analysis of probabilistic tasks proposed in didactic resources for elementary and secondary education: some implications for teacher education. Dans A. Salcedo et D. Díaz-Levicoy (dir.), *Formación del profesorado para enseñar estadística: retos y oportunidades* (p. 77–103). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística. Universidad Católica del Maule.

Martin, V., Thibault, M. et Theis, L. (dir.) (2019). *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités!* Presses de l'Université du Québec.

Martin, V., Thibault, M., Vermette, S., Manuel, D. et Mai Huy, K. (2017). La didactique des stochastiques sous l'angle de l'apprentissage, de l'enseignement, de la formation et de la recherche : éléments de convergence entre les domaines des probabilités et de la statistique. Dans A. Adihou, J. Giroux, A. Savard et K. Mai Huy (dir.), *Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 10-41). Université McGill.

Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur du Québec (2024). *Formation continue*. Gouvernement du Québec.

Nadeau, D., Comtois, M. et Thibault, M. (2012). Quelle expérience de perfectionnement conviendrait à mon enseignement des mathématiques? Réflexion sur certaines caractéristiques de diverses formations. *Envol,* 159, 27-30.

Powell, A. B., Francisco, J. M. et Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior*, *22*, 405–435. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2003.09.002

Radford, L. (2020). Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation. Dans M. Flores González, A. Kuzniak, A. Nechache et L. Vivier (dir.), *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz n°21* (p. 19-41). IREM de Paris.

Roy, S. N. (2021). L'étude de cas. Dans B. Gauthier et I. Bourgeois (dir.), *Recherche sociale. De la problématique à la collecte de données* (7e éd.) (p. 157-178). Presses de l'Université du Québec (1re éd. 1984).

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. Dans G. A. Jones (dir.), *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning* (p. 345-366). Springer.

Thibault, M. et Martin, V. (2018). Confusion autour du concept de probabilité. *For the learning of mathematics, 38*(1), 12-16.

Thibault, M., Picard, G. et Lavallée, S. (2019). Le lancer du gobelet… une occasion pour travailler les probabilités différemment! *Envol*, *173*, 26-31.

Thievenaz, J. (2014). L'intérêt de la notion d'«enquête» pour l'analyse du travail en lien avec la formation. *Travail et apprentissages*, *13*(1), 14-33.

Van de Walle, A, J. et Lovin, H, L. (2007). *L'enseignement des mathématiques, l'élève au centre de son apprentissage* (tome 1) (Adaptation de C. Kazadi et F. Campagna). Les Éditions du Renouveau pédagogique Inc.

Vásquez, C. et Alsina, A. (2019). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae, 21*(3), 131-154. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215

Watson, J. M. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. *Journal of Mathematics Teacher Education, 4*(4), 305-337. https://doi.org/10.1023/A:1013383110860

Analyse de tâches faisant appel à une représentation tabulaire dans des manuels scolaires de mathématiques du primaire au Québec

Izabella OLIVEIRA
Université Laval
izabella.oliveira@fse.ulaval.ca
Betânia EVANGELISTA
Secretaria de educação – Prefeitura de Olinda (Brésil)
mbevangelista@hotmail.com
Gilda GUIMARÃES
Universidade Federal de Pernambuco (Brésil)
gilda.lguimaraes@gmail.com

Résumé : Le tableau statistique est un mode de représentation qui permet d'organiser et d'analyser des données. Considérant son importance, nous soutenons qu'il est nécessaire de réfléchir sur la manière dont se déroule l'enseignement et l'apprentissage de cette représentation à l'école primaire, plus précisément sur les situations qui peuvent faciliter l'apprentissage de ce type de représentation. Ainsi, notre but est d'identifier et d'analyser les tâches faisant appel à une représentation tabulaire présentent dans des manuels scolaires de mathématiques utilisés dans des écoles au Québec. Nous avons analysé 24 volumes de la 1re à la 6e année du primaire. Les résultats indiquent que trois types de représentations (encadrés, base de données et tableaux statistiques) sont présents dans les manuels, mais qu'il y a peu de différenciation dans la manière de les nommer et dans l'explicitation de la fonction attribuée à chacune d'entre elles. On note aussi que certaines habiletés liées à l'usage d'un tableau sont beaucoup moins sollicitées que d'autres, ce qui nous amène à argumenter l'importance d'aborder plus équitablement l'ensemble de ces habiletés. Par exemple, parmi les 373 tâches faisant appel à une représentation tabulaire seulement 0,5 % de ces tâches demandent la construction d'un tableau.

Mots-clés : didactique des mathématiques, enseignement primaire, éducation statistique, représentation tabulaire, manuel scolaire

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2024, *vol 5*, p. 85-119.
https://doi.org/10.71403/83mhm669

Analysis of tasks using tabular representation in Quebec elementary school mathematics textbooks

Abstract: Statistical tables are a method of representation used to organize and analyze data. Given their importance, we believe more thought should be put into how tables are taught and learned in elementary school. More precisely, we need to reflect on situations that can facilitate their learning. In this study, we identified and analyzed tasks requiring tabular representations in 24 Quebec elementary school (grades 1–6) mathematics textbooks. Our findings indicate that while all three types of representation (boxes, tables, and databases) are found, little is done to differentiate them by name or explain what function they each serve. We also observe that certain skills related to the use of statistical tables are far more infrequently solicited than others. For example, out of 373 tasks involving tabular representations, only 0.5% required actually constructing a table. We argue that all table-related skills should be explored more equitably in the classroom.

Keywords: Mathematics education, Elementary school, Statistical education, Tabular representation, Textbooks

Introduction

De nos jours, il est essentiel de comprendre les diverses informations organisées dans des tableaux et diagrammes que l'on retrouve dans la vie quotidienne. Comme l'indiquait Régnier (1998) il y a plus de 20 ans déjà, la statistique « est partie intégrante de notre culture actuelle et […] de nombreuses notions de statistique interviennent dans notre vie quotidienne » (p. 11). Par exemple, face à la pandémie de COVID-19, de nombreux journaux, magazines et sites Web présentaient une grande quantité d'informations statistiques. Le tableau 1 donne un exemple de l'évolution du nombre de cas de COVID-19 entre les mois de juillet 2021 et juillet 2022 pour l'ensemble du Québec. En ce sens, afin de pouvoir positionner la situation locale dans une sphère plus large, il est nécessaire de savoir interpréter l'information donnée pour pouvoir prendre des décisions basées sur une analyse statistique et non sur des croyances. Ce propos appuie l'importance de la recherche scientifique et du traitement de données statistiques pour les prises de décisions tant gouvernementales qu'individuelles.

Tableau 1. Nombre de cas de Covid entre juillet 2021 et juillet 2022 pour l'ensemble du Québec (source : Institut national de santé publique du Québec, 2024)

Mois	Juin 21	Juil. 21	Août 21	Sept. 21	Oct. 21	Nov. 21	Déc. 21	Jan. 22	Fév. 22	Mars 22	Avr. 22	Mai 22
Nombre de cas	4 260	2 761	12 426	19 770	14 891	21 250	197 294	210 392	51 599	48 039	71 128	23 352

En ce sens, Gal (2002), Régnier (1998) et Girard et Régnier (1998) soulignent que la littératie statistique est essentielle à tout citoyen, car leur quotidien est parsemé d'une grande quantité d'informations qui touchent la statistique (par exemple le contexte pandémique, les élections, les analyses du marché économique, les analyses sportives). La littératie statistique fait référence à la capacité de lire, d'interpréter, de produire et de communiquer des informations statistiques dans différents contextes (Gal, 2002, 2019). L'auteur fait aussi référence au fait qu'il y a deux contextes statistiques qui sont définis par l'usage que fait l'individu de la statistique. Le premier contexte est celui de lecture de données qui ont été produites par autrui et le second est un contexte de recherche où c'est le sujet qui produit ses propres données. Plus précisément, dans le premier contexte, les informations statistiques sont souvent présentées dans des situations quotidiennes, sous forme de texte, de nombres et de symboles, en plus d'être accompagnées d'une présentation graphique ou tabulaire (voir tableau 1). Dans ce cas, les gens sont des consommateurs de données. Dans le deuxième contexte, les gens sont engagés dans une enquête empirique (Wild et Pfannkuch, 1999) et produisent ou analysent leurs propres données. Ce sont souvent des personnes apprenantes, des statisticien.nes ou chercheur.es qui font usage de ce deuxième contexte. Ainsi, comme mentionné, la statistique joue un rôle clé dans la formation à la citoyenneté (Gal, 2019; Girard et al., 1998; Ponte et al., 2009) et, avec tout ce qui la compose, elle est un important outil pour la réalisation de projets et d'enquêtes dans différents domaines.

Au fil du temps, il a beaucoup été question de l'importance attribuée à la présentation de données pour communiquer des informations sur différents sujets. Ainsi, la pratique de la visualisation de données qui consiste à présenter une grande quantité de données de manière plus conviviale et accessible pour les consommateurs (Steele et Iliinsky, 2010) a pour but de faciliter la compréhension et l’analyse d'informations afin de permettre une prise de décision plus éclairée. Ceci fait en sorte que l'utilisation, entre autres, des tableaux dans différents domaines de connaissance humaine est fréquente dans le contexte social actuel.

En partant du principe que la formation statistique, tant comme lecteur que comme producteur, joue un rôle important dans la formation sociale et scientifique des personnes (Girard et Régnier, 1998; Guimarães et Gitirana, 2013; Régnier, 1998), l'école doit fournir à l’élève une formation qui contribue à son plein exercice dans la société, lui permettant ainsi d’agir de manière réfléchie, pondérée et critique face à des situations statistiques signifiantes. De cette manière, plusieurs gouvernements ont commencé à inclure l'enseignement de la statistique dans leurs propositions curriculaires à tous les niveaux de l’enseignement obligatoire. Par exemple, dans le cas du Québec, le domaine de la statistique a été introduit pour la première fois dans le dernier programme pour l’enseignement primaire issu de la réforme de 2001 (Gouvernement du Québec, 2006). De manière plus explicite, le document ministériel du Gouvernement du Québec (2009) intitulé « Progression des apprentissages : Mathématique » (PDA) rappelle que

> Tout au long de l'enseignement primaire, l'élève participe à la réalisation d'enquêtes pour répondre à un questionnement et tirer des conclusions. Il apprend à formuler différents types de questions, à déterminer des catégories ou des choix de réponses, à planifier et à réaliser des collectes de données et à les organiser au moyen notamment de tableaux. Pour développer sa pensée statistique, l'élève est donc initié à la statistique descriptive, qui correspond à la transformation de données brutes en une synthèse alliant à la fois la fidélité (rigueur) et la clarté. (p. 20)

1. Des difficultés liées aux tableaux

Bien que l'enseignement de la statistique occupe une place considérable dans les programmes d'études, un grand nombre de difficultés demeurent présentes. En ce sens, plusieurs études pointent des difficultés liées au développement des habiletés statistiques, notamment en relation avec les difficultés à représenter des données dans les tableaux (Bivar et Selva, 2012; Conti et Lucchesi de Carvalho, 2011; Díaz-Levicoy et al., 2017; Espinel Febles et Antequera Guerra, 2009; Estrella et al., 2012; Giot et Quittre, 2008; Lahanier-Reuter, 2003; Martí et al., 2010). Parmi les difficultés liées à la représentation tabulaire, il est question, par exemple, de savoir comment fonctionnent les différents types de tableaux, de planifier la structure générale d'un tableau lorsqu'on doit le construire, de donner un titre au tableau, de définir et utiliser les marges, de comprendre la logique liée au remplissage d'un tableau déjà structuré et finalement de choisir le contenu à inscrire dans les cases d'un tableau (Giot et Quittre, 2008). La maîtrise de l'ensemble de ces habiletés est plus complexe qu'elle n'en a l'air. Par exemple, ces auteurs font ressortir que, lors de la construction d'un tableau, concevoir ses marges n'est pas une tâche simple pour les élèves.

> Concevoir les marges d'un tableau est une tâche abstraite qui demande de combiner les exigences de présentation avec la fonction spécifique attribuée au tableau. Pour les élèves, concevoir une présentation en deux colonnes pour mieux comparer deux situations n'est pas toujours simple. (p. 118-119)

Alors, prendre en considération l'ensemble des difficultés qui peuvent se présenter lors de l'enseignement de la statistique est fondamental pour soutenir l'apprentissage des élèves, considérant que dans le cycle d'enquête statistique (Guimarães et Gitirana, 2013), la représentation des données dans des tableaux est une étape importante. C'est à travers cette étape que l'information est présentée de manière organisée, pour être gérée et analysée avec l'objectif de répondre aux questions de l'enquête.

Concernant les difficultés associées au processus d'analyse d'informations présentes dans les tableaux, Estrella (2014) souligne que cette capacité est un aspect important de la culture scientifique et nécessite une attention explicite dans le cadre de l'enseignement de la statistique. Selon l'auteure, une connaissance fragile des éléments statistiques et de lecture de données statistiques peut rendre le lecteur incapable de tirer des conclusions justes à partir des éléments exposés dans le tableau. La faible maîtrise de l'habileté à interpréter des données peut rendre le lecteur dépendant des interprétations d'autrui. Lahanier-Reuter (2003) indique qu'en raison de la forme semblable que peuvent avoir différents types de tableaux « il n'est pas étonnant que des élèves, des étudiants fassent des confusions, lisent un tableau statistique de distribution comme un tableau de données par exemple » (p. 143). L'auteure considère comme étant surprenant le fait que les différents types de tableaux ne fassent pas explicitement l'objet d'un enseignement. D'une certaine manière, ce questionnement peut aussi avoir lieu au Québec, car dans les programmes d'études du Québec (Gouvernement du Québec, 2006), il n'y a aucune référence aux différents types de tableaux. Alors, en sachant que l'apprentissage de la représentation tabulaire est difficile, il devient essentiel d'analyser quelles sont les propositions qui sont présentées pour l'enseignement de la statistique dans les manuels scolaires[1] de mathématiques au Québec.

2. L'importance des tableaux

D'un point de vue historique, Estrella (2014) fait ressortir que l'exploration des tableaux est liée aux instruments de stockage de données, de calcul dans un système de numérotation, de métrologie. L'auteure donne comme exemple que depuis la préhistoire, les civilisations ont trouvé des moyens d'enregistrer leurs biens, notamment dans des tableaux. Elle conclut en mettant en évidence que ce n'est qu'au XVII^{e} siècle, à partir des études de John Graunt, que le tableau a commencé à être utilisé pour analyser, classer et créer d'autres tableaux (Estrella et al., 2017).

Pour Martí et al. (2010), le tableau est un outil indispensable à l'accomplissement de nombreuses tâches. Sa forme permet d'afficher les informations de manière ordonnée, selon l'intersection des variables, d'inférer et de calculer facilement de

[1] D'une façon générale, les maisons d'édition utilisent des nomenclatures semblables, mais non identiques, pour nommer les ressources mises à disposition de personnes enseignantes. On retrouve, par exemple, manuels scolaires, cahiers d'apprentissage, savoirs et activités, cahiers de savoirs et activités. Considérant que ces ressources sont très semblables dans la fonction qui leur est attribuée et dans leur forme, nous les nommerons dans cet article par le terme générique « manuel scolaire » sans égard au nom donné par la maison d'édition.

nouvelles valeurs (la somme d'une colonne ou d'une ligne, d'identifier des cellules vides, de connaître la valeur la plus élevée ou la plus faible dans une colonne/ligne, etc.). Dans ce contexte, les tableaux ont la fonction d'un langage universel, par leur manière d'organiser et de représenter les données qui permet à quiconque de lire, d'interpréter et d'analyser les informations présentes, à condition qu'il ait les connaissances et compétences pour le faire. Ceci étant dit, il faut considérer que certains tableaux, présentés particulièrement dans les médias, ne sont pas toujours clairs, contiennent des erreurs et sont même trompeurs (Cairo, 2019). Par conséquent, le développement de compétences permettant d'analyser les tableaux proposés devient encore plus important.

Dans les écrits scientifiques, depuis plus d'une quinzaine d'années, plusieurs auteurs proposent que l'enseignement des tableaux ait lieu à différentes années de scolarité (Conti et Lucchesi de Carvalho, 2011; Espinel Febles et Antequera Guerra, 2009; Estrella, 2014; Estrella et al., 2012; Evangelista et Guimarães, 2017, 2019; Gabucio et al., 2010; Garcia-Mila et al., 2014; Guimarães et Oliveira, 2014; Martí et al., 2010; Sharma, 2013). Cependant, les études montrent qu'il est souvent question, dans les cours de mathématiques, d'utiliser les tableaux comme moyen pour apprendre d'autres contenus mathématiques et que, bien souvent, ils ne sont pas étudiés comme un objet d'apprentissage en soi (Amorim et Silva, 2016; Curi et Nascimento, 2016; Evangelista et Guimarães, 2017, 2019; Guimarães et al., 2007; Pereira et Conti, 2011). Les tableaux sont aussi fréquemment vus comme une manière de compiler ou de rechercher des informations, sans nécessairement s'attarder au travail cognitif nécessaire à l'accomplissement de ces tâches (Giot et Quittre, 2008). Pourtant, comme mentionné précédemment, la représentation tabulaire comporte ses spécificités et nécessite la maîtrise de plusieurs habiletés.

Dans le même ordre d'idées, Vanegas (2013) indique que dans de nombreuses situations, l'enseignement de la construction des tableaux statistiques est centré sur des aspects techniques et presque cosmétiques. L'auteur note que les élèves sont souvent en mesure « de construire des diagrammes et des tableaux de manière algorithmique, mais leur interprétation est confuse et souvent erronée » (p. 2040). Estrella (2014) ajoute que même si les tableaux sont utilisés pour présenter des informations ou même comme ressource de transition pour un autre type de représentation (par exemple les diagrammes), l'étude des tableaux ne se fait pas vraiment. Aussi, Duval (2003) soutient que tous les tableaux ne sont pas identiques, car il existe une variété de types de tableaux ayant une variété de fonctions (tableau de données, tableau de fréquence, tableau à double entrée, etc.). Donc, lire et interpréter ces différents tableaux exige des ressources cognitives différentes. Pour exemplifier le fait que le mot tableau peut représenter différentes choses, l'auteur donne comme exemple que le terme tableau est entre autres utilisé pour indiquer le tableau périodique des éléments, un tableau avec des horaires de départ ou arrivée, un tableau de pointage. Chaque type de tableau a sa propre façon de présenter des informations qui peuvent être considérées comme complètes et directes. Ainsi, les élèves doivent être amenés à comprendre ces différents types de représentation et leurs différentes fonctions.

2.1 L'enseignement des tableaux dans les documents ministériels du Québec

Au Québec, la PDA (Gouvernement du Québec, 2009) prescrit les connaissances que les élèves doivent acquérir au cours des six années du primaire concernant l'enseignement de tableaux. Dans la section consacrée à la statistique, le document ministériel souligne que, pour développer la pensée statistique, il est nécessaire que les tâches proposées amènent les élèves à représenter des données dans des tableaux ainsi qu'à interpréter ou comparer des données représentées dans un tableau. Ce document met aussi l'accent sur le fait que les élèves doivent être conduits à comprendre les données d'une enquête par la comparaison des différentes questions, des échantillons choisis, des données obtenues et de leurs différentes représentations.

La figure 1 présente les concepts et processus statistiques qui devront être abordés à l'école primaire et les moments auxquels ceux-ci devront être abordés en fonction du niveau scolaire au Québec.

	Primaire					
→ L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant. ★ L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire. L'élève réutilise cette connaissance.	1er cycle		2e cycle		3e cycle	
	1re	2e	3e	4e	5e	6e
1. Formuler des questions d'enquête (selon les sujets appropriés à la maturité de l'élève, l'évolution des apprentissages en français, etc.)	→	→	→	→	→	★
2. Collecter, décrire et organiser des données (classifier ou catégoriser) à l'aide de tableaux	→	→	→	→	→	★
3. Interpréter des données à l'aide						
a. d'un tableau, d'un diagramme à bandes et d'un diagramme à pictogrammes	→	★				
b. d'un tableau, d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes et d'un diagramme à ligne brisée			→	★		
c. d'un tableau, d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes, d'un diagramme à ligne brisée et d'un diagramme circulaire					→	★
4. Représenter des données à l'aide						
a. d'un tableau, d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes	→	★				
b. d'un tableau, d'un diagramme à bandes, d'un diagramme à pictogrammes et d'un diagramme à ligne brisée			→	★		

Figure 1. Concepts et processus liés au tableau, par année/cycle de l'école primaire, selon la PDA (Gouvernement du Québec, 2009 p. 20)

En analysant ces prescriptions ministérielles, on note que les tableaux sont abordés dans toutes les années scolaires du primaire. D'abord, ils sont présentés comme un outil pour collecter, décrire et organiser des données. Ensuite, ils serviront à interpréter des données et finalement, ils permettront de représenter les données. Cependant, ce document ne précise pas les types de tableaux à l'étude. Comme mentionné précédemment, il existe différents types de tableaux qui ont différentes fonctions en statistique. À partir des éléments présentés, on pourrait aussi se poser la question sur les fonctions qui sont attribuées à un tableau, soit pour apprendre d'autres contenus ou pour être un objet d'apprentissage en soi.

Enfin, dans la PDA, l'habileté à « construire un tableau » n'est pas abordée explicitement. Pour Guimarães et Oliveira (2014), les élèves doivent apprendre à représenter des données dans un tableau, mais ils doivent également être capables de construire différents types de tableaux comme moyen de classer et d'organiser les données[2]. Or, la construction d'un tableau demande la maîtrise de plusieurs habiletés qui ne sont pas nécessairement simples pour les élèves (Giot et Quittre, 2008). Pour « construire des tableaux », les élèves doivent d'abord, à partir d'un groupe d'éléments qui ont été préalablement collectés pour eux ou qui leur sont présentés, définir les variables (créer des catégories pour organiser les données), répartir les éléments dans ces catégories en vérifiant qu'ils ne se chevauchent pas et que tous les éléments rentrent dans les catégories, répondant aux invariants d'exclusivité et d'exhaustivité considérés dans le processus de construction d’un tableau. De plus, les élèves doivent construire la structure matricielle du tableau, c'est-à-dire une représentation tabulaire divisée en lignes et en colonnes, dans laquelle les variables et les données seront systématiquement insérées, puis mettre le nom des descripteurs ou des catégories, ainsi que le titre et la source (Evangelista et Guimarães, 2019).

Les constats liés d'abord aux prescriptions concernant l'enseignement des tableaux à l'école québécoise et ensuite aux éléments qui sont indiqués par la recherche comme étant source de difficultés chez les élèves nous amènent à nous intéresser aux tâches qui font appel à une représentation tabulaire présente dans les manuels scolaires en mathématiques utilisés dans des écoles au Québec, de la 1re à la 6e année de l'enseignement primaire.

---

[2] Dans la PDA, il est question de « représenter des données à l’aide d’un tableau ». Il semble possible d'attribuer la même fonction aux mots « représenter » et « construire », lorsqu’on se réfère à un tableau statistique. Pourtant, en réalité, dans les ressources proposées aux élèves, la structure matricielle des tableaux est souvent déjà proposée. La tâche de l'élève revient alors à remplir les cases vides. Ces éléments seront abordés en détail lors de l'analyse de résultats.

2.2 Encadré, base de données et tableau de fréquence : les éléments qui les différencient

Comme mentionné par plusieurs auteurs (Duval, 2003; Giot et Quittre, 2008; Lahanier-Reuter, 2003) tous les tableaux ne sont pas identiques et n'occupent pas la même fonction. On ajoute à cela le fait que tout ce qui est appelé un tableau n'est pas toujours un tableau statistique (comme un tableau représentant une œuvre d'art). Selon Guimarães et Oliveira (2014) bien que les encadrés, les bases de données et les tableaux de fréquence présentent des similitudes visuelles, c'est-à-dire des représentations tabulaires divisées en lignes et en colonnes, elles présentent des informations différentes et, à ce titre, doivent être interprétées et construites à partir de points de vue différents.

À partir d'une étude portant sur l'analyse des tâches présentées dans 32 manuels scolaires brésiliens, Evangelista et Guimarães (2019) ont identifié trois types de représentations tabulaires mobilisées dans les manuels scolaires : encadré, base de données et tableau de fréquence. Bien que chacune de ces représentations ait ses spécificités, les auteures notent qu'elles sont souvent nommées de la même manière, soit un « tableau ». Dans ce qui suit, nous distinguons ces trois représentations en précisant en quoi consiste chacune d'elle.

Un « encadré » est une représentation tabulaire ayant des lignes et des colonnes, mais sans la présence de variables. Sa fonction est d'organiser spatialement des quantités qui demandent, en général, des calculs mathématiques. Dans l'exemple de la figure 2, la tâche présentée demande aux élèves d'effectuer des soustractions pour compléter les valeurs manquantes, dans un contexte lié à l'argent dépensé pour l'achat de jouets. Par exemple, à la première ligne il est indiqué : je veux acheter (une auto ou une poupée); j'ai 40 *reais*; Je vais dépenser ___ *reais* (la valeur des objets est indiquée ailleurs dans le manuel); il me restera ___ *reais*.


a) Complete a tabela:

Quero comprar	Tenho	Vou gastar	Vou receber de troco
	40 reais	___ reais	___ reais
	45 reais	___ reais	___ reais
	28 reais	___ reais	___ reais

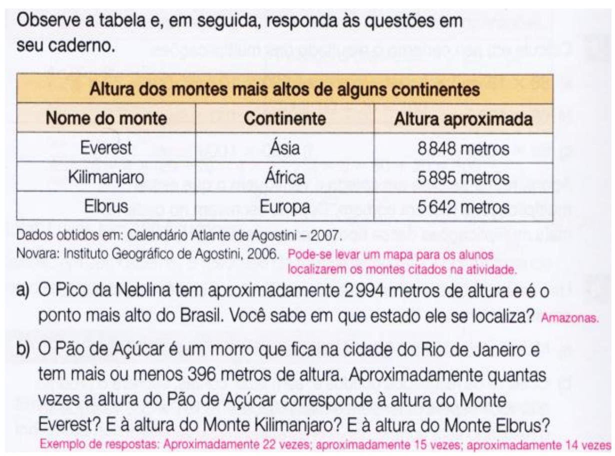
Figure 2. Exemple d'une tâche faisant appel à un encadré (Evangelista et Guimarães, 2019 p. 2)[3]

[3] Dans la tâche, on demande d'effectuer des opérations de soustraction. Dans un contexte lié à l'argent dépensé pour l'achat de jouets « Je veux acheter… J'ai… Je vais dépenser… Il me restera… »

Même si ce n'est pas le but de cette section, on peut noter que dans la consigne « *complete a tabela* » [complète le tableau], cette représentation est nommée comme étant un tableau, mais on reviendra sur cet élément plus tard.

Une « base de données » est une représentation tabulaire avec des lignes et des colonnes, tout comme l'encadré, mais elle présente dans son corps les données individualisées par variable sans aucun traitement (des données brutes). Une base de données présente autant de lignes que de sujets. Chaque case correspond à une information. Dans les lignes se trouvent les éléments et dans les colonnes les variables qui décrivent chaque élément ou caractéristique de la variable, comme le montre l'exemple suivant (figure 3). Dans cette tâche, l'élève doit répondre à des questions liées à la hauteur de certaines montagnes et leurs emplacements. Les données sont affichées individuellement.

Comme précédemment, cette représentation est appelée tableau. Dans la consigne, il est écrit « *Observe a tabela* » [observe le tableau].



Observe a tabela e, em seguida, responda às questões em seu caderno.

Altura dos montes mais altos de alguns continentes		
Nome do monte	Continente	Altura aproximada
Everest	Ásia	8 848 metros
Kilimanjaro	África	5 895 metros
Elbrus	Europa	5 642 metros

Dados obtidos em: Calendário Atlante de Agostini – 2007.
Novara: Instituto Geográfico de Agostini, 2006. Pode-se levar um mapa para os alunos localizarem os montes citados na atividade.

a) O Pico da Neblina tem aproximadamente 2 994 metros de altura e é o ponto mais alto do Brasil. Você sabe em que estado ele se localiza? Amazonas.

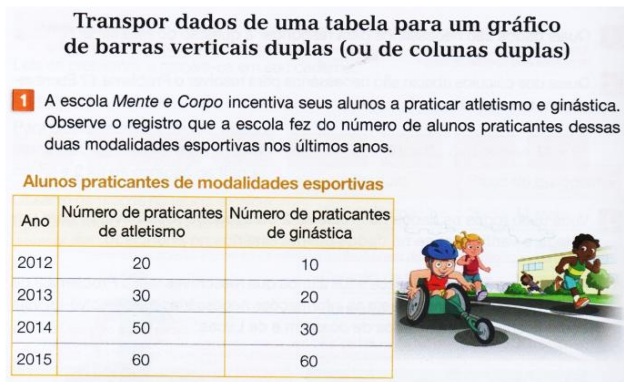
b) O Pão de Açúcar é um morro que fica na cidade do Rio de Janeiro e tem mais ou menos 396 metros de altura. Aproximadamente quantas vezes a altura do Pão de Açúcar corresponde à altura do Monte Everest? E à altura do Monte Kilimanjaro? E à altura do Monte Elbrus?
Exemplo de respostas: Aproximadamente 22 vezes; aproximadamente 15 vezes; aproximadamente 14 vezes

Figure 3. Exemple d'une tâche faisant appel à une base de données (Evangelista et Guimarães, 2019, p. 3)[4]

Un « tableau de fréquence », tel que défini par Lahanier-Reuter (2003), décrit la distribution d'une variable. Il est aussi illustré par une représentation tabulaire divisée par des lignes et des colonnes, mais montre des catégories (variable qualitative ou quantitative), des valeurs ponctuelles (variable discrète) ou des intervalles (variable continue) et leur fréquence associée (absolue ou relative). De plus, aux intersections de ces colonnes et lignes, nous pouvons trouver les cellules, c'est-à-dire des données numériques, des mots ou des codes. L'une des différences

[4] La base de données contient les noms de trois montagnes (Everest, Kilimandjaro et Elbrouz), les continents sur lesquels elles se trouvent et leur hauteur approximative. Dans cette tâche, il est demandé à l'élève d'effectuer des comparaisons entre ces données et d'autres montagnes situées au Brésil.

par rapport à une base de données est que dans un tableau de fréquence il est nécessaire qu'une compilation des données soit faite précédemment. Une telle action implique la perte de certaines informations, puisque la systématisation ne nous permet plus de connaître les informations individualisées, comme c'est le cas dans une base de données. Nous présentons, dans la figure 4, l'exemple d'un tableau de fréquence, dans lequel sont observés les effectifs d'élèves pratiquant l'athlétisme et la gymnastique (colonnes) selon les années (lignes). Les informations sont présentées de manière systématisée par des variables.



Transpor dados de uma tabela para um gráfico de barras verticais duplas (ou de colunas duplas)

1 A escola *Mente e Corpo* incentiva seus alunos a praticar atletismo e ginástica. Observe o registro que a escola fez do número de alunos praticantes dessas duas modalidades esportivas nos últimos anos.

Alunos praticantes de modalidades esportivas

Ano	Número de praticantes de atletismo	Número de praticantes de ginástica
2012	20	10
2013	30	20
2014	50	30
2015	60	60

Figure 4. Exemple d'une tâche faisant appel à un tableau de fréquence (Evangelista et Guimarães, 2019, p. 3)[5]

Les trois représentations tabulaires présentées précédemment (encadré, base de données et tableau de fréquence respectivement dans les figures 2, 3 et 4) sont d'apparence similaire. Cependant, les habiletés requises pour interpréter ou construire chacune d'entre elles sont différentes. Elles exigent des actions, des façons de penser et d'exécuter les tâches différentes de la part des élèves. Ainsi, il ne suffit pas que les données soient organisées dans un cadre rectangulaire divisé en lignes et en colonnes pour que la représentation puisse être considérée comme un tableau. C'est donc dire que notre objectif de recherche vise à identifier et à analyser les tâches faisant appel à une représentation tabulaire présente dans les manuels scolaires en mathématiques de la 1re à la 6e année du primaire utilisés dans des écoles du Québec.

3. Méthode

Pour répondre à l'objectif proposé, une analyse documentaire a été réalisée sur un échantillon composé de 11 collections de manuels scolaires de mathématiques séparés en 24 volumes répartis entre la 1re et la 6e année du primaire (enfants

5 Dans la tâche, les élèves doivent transposer les données présentes dans le tableau lors de la construction d'un diagramme à bandes verticales doubles. Le contexte se réfère au nombre d'élèves qui pratiquent l'athlétisme et la gymnastique par année

entre 6 et 12 ans). Les manuels ont été choisis par convenance, c’est-à-dire en fonction de leur accessibilité physique. Afin de sélectionner les tâches à analyser, nous avons identifié toutes celles qui présentaient des représentations tabulaires avec des lignes et des colonnes. Nous avons enregistré la manière dont ces représentations étaient nommées dans les manuels (tableau ou autre). Ensuite, nous avons classé ces mêmes tâches à partir de la catégorisation proposée par Guimarães et Oliveira (2014), en les organisant en trois groupes : encadré, base de données et tableau de fréquence. Enfin, nous avons comparé les définitions utilisées par les manuels scolaires à celles de ces auteures.

À la deuxième étape, nous avons analysé cinq caractéristiques présentes dans chacune des représentations rectangulaires : les habiletés explorées, le type de variable mobilisée, la présence des éléments fondamentaux d'un tableau, les nombres présents et l'emplacement de la tâche dans le manuel. Dans ce qui suit, on définit chacune de ces caractéristiques.

- Les **habiletés** explorées dans le tableau statistique : nous avons noté les habiletés qui sont sollicitées dans chacune des tâches faisant appel à un tableau statistique (Amorim et Silva, 2016; Bivar et Selva, 2011; Díaz-Levicoy et al., 2018; Evangelista et Guimarães, 2019; Giot et Quittre, 2008; Guimarães et Oliveira, 2014; Sepúlveda et al., 2018). Ces habiletés consistent à :
    - interpréter des données présentes dans des tableaux : pour répondre à certaines, l'élève doit interpréter le tableau présenté dans le manuel;
    - compléter des données représentées dans un tableau : l'élève doit compléter des éléments manquants, comme le titre ou le nom de certaines variables;
    - transposer des données entre différentes représentations : à partir de données présentées dans un diagramme, l'élève doit les inscrire dans le tableau proposé;
    - conceptualiser un tableau statistique : l'élève apprend en quoi consiste un tableau statistique. Il sera informé des constituants d'un tableau statistique, tels le titre, les marges, les catégories;
    - construire un tableau statistique : l’élève sera appelé à construire le tableau statistique dans son intégralité. Il devra tracer sa matrice, inscrire les catégories, le titre.
- Les **types de variables** explorées dans le tableau : nous nous sommes interrogées sur le fait de savoir si les variables présentes sont qualitatives ou quantitatives et avons consigné l’information. Plus précisément, les

données sont de nature qualitative (ordinale ou nominale) si elles peuvent être ordonnées ou non. Elles sont plutôt de nature quantitative (continue ou discrète) si elles sont exprimées par des nombres (Evangelista et Guimarães, 2017; Gitirana, 2014).

- La présence des **éléments fondamentaux** d'un tableau : nous avons noté si la source, le titre et le nom des variables sont indiqués (Amorim et Silva, 2016; Bivar et Selva, 2011; Evangelista et Guimarães, 2017; Guimarães et Oliveira, 2014; Lahanier-Reuter, 2003).
- Les **nombres :** nous avons indiqué l'ordre de grandeur de nombres présents dans le tableau (unités, dizaines, centaines, etc.) ainsi que le type de nombre (naturel ou rationnel).
- **L'emplacement de la tâche** : nous avons consigné la place où la tâche ayant un tableau est présentée, c'est-à-dire si elle était au début, au milieu ou à la fin du volume A ou B de manuels scolaires.

Afin de valider l'analyse faite sur l'ensemble des tâches identifiées, un intercodage a été mis en place. En ce sens, deux des auteures ont codé séparément l'ensemble du corpus. Ensuite, lorsqu'il y avait divergence, elles discutaient du cas en question afin de trouver un consensus.

4. Présentation et discussion de résultats

L'analyse des 24 volumes de manuels scolaires de mathématiques du primaire utilisés dans des écoles du Québec nous a permis d'identifier 373 tâches qui abordent des représentations tabulaires. Dans ce qui suit, nous présenterons les résultats concernant le type de représentation et la fonction qui lui est attribuée. Ensuite, nous ferons une analyse des caractéristiques des tableaux identifiés.

4.1 Type de représentation tabulaire

Tout d'abord, par rapport au type de représentation, 12,5 % des 373 tâches analysées ont été classées comme étant des encadrés, 32,1 % comme étant des bases de données et les 55,3 % restants comme étant des tableaux statistiques. Cette répartition n'est pas surprenante, car un partage similaire a déjà été observé dans des études menées dans d'autres milieux (Duval, 2003; Evangelista et Guimarães, 2017, 2019). Ce résultat suggère que, d'une manière assez générale, il y a une certaine confusion, et parfois des erreurs, qui règne sur la manière de nommer les différents types de tableaux. On y retrouve, entre autres, des tableaux de fréquence qui sont appelés « tableaux de données ».

À partir du tableau 2, il est possible d'observer que les trois types de représentation (encadré, base de données et tableau de fréquence) se retrouvent dans toutes les années de scolarité, la représentation « tableau de fréquence » étant celle avec le pourcentage le plus élevé pour toutes les années (54,7 %) et la représentation « base de données » étant la moins élevée pour toutes les années scolaires (18,5 %).

Tableau 2. Pourcentage de tâches identifiées selon le type de représentation pour l'ensemble des tâches analysées (n = 373)

Représentation tabulaire	**Année scolaire**						
	1re	2e	3e	4e	5e	6e	Total
Encadré	1,1	0,8	4,6	6,7	4,0	9,7	26,8
Base de données	2,4	1,9	2,7	4,0	3,5	4,0	18,5
Tableau de fréquence	6,4	6,7	11,5	11,8	7,5	10,7	54,7
Total	9,9	9,4	18,8	22,5	15	24,4	100

Par rapport à la représentation « encadré », un élément qui attire notre attention est l'augmentation du nombre de tâches faisant appel à ce type de représentation en fonction de l'année scolaire. D'une manière générale, ce type de représentation semble mobilisé dans le but d'organiser la démarche de l'élève lors de la résolution de problèmes ou lorsqu'une composante de calcul arithmétique est très présente (voir figure 5). Néanmoins, on note que même si aucun élément faisant appel à l'organisation de données est mobilisé, celles-ci sont souvent nommées « tableaux ».

Des grands consommateurs

D'un bout à l'autre du pays, les Canadiens et les Canadiennes consomment beaucoup de biens et services.
Voici le relevé des ventes d'une semaine dans le grand magasin où travaille un oncle de PRI-MATH. Complète-le.

	QUANTITÉ	ARTICLE VENDU	PRIX À L'UNITÉ	TOTAL
A	4	réfrigérateurs	729$	
B	3	lave-vaisselle		1224$
C	2	bicyclettes		318$
D	5	sèche-linge	475$	
E	2	congélateurs	415	
F	13	ventilateurs		1157$

Figure 5. Exemple de tâche faisant appel à une représentation « encadré »
(inspiré du manuel 8, 6e année)

Les encadrés sont aussi présents dans les tâches liées à des notions en géométrie. Dans l'exemple ci-dessous (figure 6), l'élève doit calculer le nombre de faces et d'arêtes. Dans ces deux cas, la représentation tabulaire n'a aucune fonction d'analyse statistique.

Calcule le nombre de faces et d'arêtes d'un prisme à partir du nombre de sommets donné.
Utilise la relation d'Euler.

Sommets	Nombre de faces	Nombre d'arêtes
14 sommets		
18 sommets		
24 sommets		

Figure 6. Exemple de tâche faisant appel à une représentation « encadré » (inspiré du manuel 5,6e année)

En ce qui concerne les tâches qui font appel à la représentation « base de données », nous avons constaté qu'elles représentent un peu moins du cinquième du corpus, toutes les années confondues. Cela constitue le type de représentation tabulaire le moins mobilisé dans les manuels analysés. Nous notons une présence plus marquée de ce type de représentation en 1re année où 2,4 % des 9,9 % (soit 24,3 %) de tâches identifiées à cette année scolaire sont des bases de données et une présence plus faible en 3e année où seulement 2,7 % sur 18,8 % (soit 14,3 %) de tâches font appel à ce type de représentation. Les données que nous avons ne nous permettent pas d'interpréter cette fluctuation.

La figure 7 illustre un exemple d'une tâche qui explore la représentation « base de données », dans laquelle les élèves doivent classer les données en fonction de la distance parcourue par chaque coureur. Bien qu'on puisse se questionner sur le choix de présenter cette base de données en deux colonnes et sur la fonction des lignes dans la représentation de résultats, elle constitue tout de même une base de données.

Les élèves inscrits à une compétition de planche à roulettes se sont entraînés pendant la journée. Voici le nombre de kilomètres parcourus.

Distance parcourue par les filles (en km)		Distance parcourue par les garçons (en km)	
2	2,25	5	1,5
3,75	3,25	2,8	4,5
3,4	5,25	4	2,3
6	1	2,75	3
4,75	3,5	3,6	2,5

Figure 7. Exemple de tâche faisant appel à une représentation « base de données » (inspiré du manuel 5, 6e année)

Interpréter les données présentes dans une base de données nécessite avant tout un travail de compilation et d'organisation. On peut considérer que cette tâche est plus complexe que celle sollicitée pour interpréter une représentation tableau de fréquence où le travail de compilation et d'organisation a été fait avant l'analyse.

Pour nous, le fait qu'il y ait une plus grande présence de tableaux de données en 1re année qu'en 6e année nous surprend, car nous aurions cru que plus les élèves étaient âgés, plus ils seraient appelés à travailler avec des données brutes. Malheureusement, nos analyses ne nous permettent pas d'éclairer le choix fait par les personnes auteures des manuels scolaires ciblés. Néanmoins, nous faisons l'hypothèse qu'un des éléments qui pourrait expliquer cette différence serait le fait qu'en 6e année, il y a une présence plus grande de tâches faisant appel à l'habileté à interpréter des données. Ceci apparaît notamment lié au fait que c'est la seule habileté prescrite dans le programme en ce qui concerne les diagrammes circulaires, qui n'est abordée qu'au 3e cycle.

Les tâches faisant appel à des tableaux de fréquence sont celles que l'on retrouve en plus grand nombre dans toutes les années et représentent plus de 50 % de l'ensemble des tâches analysées. La figure 8 exemplifie une tâche avec un tableau de fréquence, dans laquelle les élèves sont invités à interpréter les données. Dans cet exemple, on note la présence de deux lignes indiquant la fréquence des résultats obtenus. La première est exprimée par de petits crochets et la deuxième par un nombre. Néanmoins, lorsqu'on analyse les descriptions données par le manuel en question pour ces deux lignes, on observe que la ligne qui présente la fréquence enregistrée à partir de petits traits est nommée « la compilation des réponses » et la ligne présentant les nombres est nommée « le résultat total ». Cette façon de nommer ces lignes ne concorde pas avec leurs fonctions, car toutes les deux représentent des fréquences. On est donc en face d'un tableau de fréquence et non d'une base de données comme le laisse croire l'emploi du terme « compilation ». Pour que ce soit une base de données (où on présente une compilation) on devrait retrouver un grand tableau, car il compterait autant de lignes que de sujets, comme l'indique Lahanier-Reuter (2003) .

Il est aussi important d'attirer l'attention sur la précision du tableau présenté. On note que la colonne dans la marge gauche qui indiquerait la fréquence est absente. Même si on croit que l'élève serait en mesure de reconnaître la valeur qui représente cette fréquence, elle fait partie des composantes fondamentales d'un tableau et il nous semble donc qu'elle devrait être indiquée explicitement.

4 Mathis veut connaitre le numéro préféré des élèves qui ont assisté au spectacle du comité artistique de l'école.
Voici les données de son sondage.

Numéro du spectacle préféré des élèves			
Chant	**Danse**	**Théâtre**	**Humour**
√ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √	√ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √	√ √ √ √ √ √ √ √	√ √ √ √ √
11	16	8	5

Réponds aux questions.

a) Quel numéro les élèves aiment-ils le moins? ______________________________

b) Combien d'élèves ont assisté au spectacle? ______________________________

c) Quel numéro est 2 fois plus populaire que le théâtre? _______________________

d) Quel numéro les élèves aiment-ils le plus? ________________________________

Figure 8. Exemple de tâche faisant appel à une représentation « tableau de fréquence » (inspiré du manuel 5, 5e année)

4.2 Habiletés travaillées dans les tableaux statistiques

Afin de dessiner un portrait de la mobilisation de différentes habiletés (interpréter, compléter, transposer, conceptualiser et construire) explorées dans les tâches faisant appel à des tableaux statistiques (tableau 3), nous avons décidé d'analyser uniquement ce type de tableau sans considérer, pour la suite, les encadrés et les bases de données. Nos analyses ont été menées sous deux angles. D'abord, nous avons considéré toutes les années confondues et, par la suite, selon chaque année scolaire. Finalement, nous illustrerons comment chacune de ces habiletés prend forme dans les tâches analysées.

Tableau 3. Pourcentage de tâches dans lesquelles chacune des habiletés est à mobiliser par les élèves, toutes les années confondues (n = 204)

Habileté	**Interpréter**	**Compléter**	**Transposer**	**Conceptualiser**	**Construire**
Pourcentage de tâches (%)	32,4	27	29,4	10,8	0,5

Le tableau 4 présente l'analyse des habiletés explorées considérant toutes les années scolaires confondues, elle nous permet de constater trois éléments majeurs. D'abord, les trois premières habiletés sont mobilisées de manière assez équitable dans le corpus de tâches analysées. Ensuite, seulement une tâche présente dans un manuel de 5e année demande aux élèves de construire un tableau. En lien avec l'habileté à conceptualiser, on note qu'avoir peu de tâches associées à la conceptualisation d'un tableau est tout à fait attendu, car elles se retrouvent dans les sections dites « théoriques » ou « à apprendre » en début de chapitre. Donc, une fois que certaines caractéristiques d'un tableau ont été présentées, elles ne reviennent pas sous forme d'enseignement dans les pages subséquentes.

Cependant, lorsqu'on observe la répartition des habiletés selon chacune des années scolaires, il est possible de constater que certaines nuances émergent.

Tableau 4. Pourcentage d'habiletés qui sont à mobiliser dans les tâches faisant appel à une représentation « tableau statistique », par année scolaire (n = nombre total de tâches par année)

Habileté	**Année scolaire**					
	1re (n = 24)	2e (n = 25)	3e (n = 43)	4e (n = 44)	5e (n = 28)	6e (n = 40)
Interpréter	41,7	20,0	23,3	20,5	53,6	42,5
Compléter	20,8	20,0	34,9	36,4	10,7	27,5
Transposer	20,8	40,0	30,2	36,4	21,4	25,0
Conceptualiser	16,7	20,0	11,6	6,8	10,7	5,0
Construire	0,0	0,0	0,0	0,0	3,6	0,0

D'abord, en 1re, 5e et 6e années, l'habileté la plus mobilisée est celle « d'interpréter » les données présentes dans un tableau avec 41,7 %, 53,6 % et 42,5 % de tâches de chacune de ces années, respectivement. De son côté, l'habileté « compléter » est la plus mobilisée en 3e année et 4e année et l'habileté « transposer » est la plus mobilisée en 2e et 4e années, tandis que l'habileté sollicitant la conceptualisation d'un tableau est peu sollicitée, d'une manière générale. Mais, c'est en 1re et 2e années qu'elle l'est le plus. Finalement, l'habileté à construire un tableau n'est sollicitée qu'une seule fois en 5e année parmi les 204 possibilités, ce qui est clairement insuffisant de notre point de vue. Comme l'indique Duval (2003), les habiletés nécessaires à la construction et au remplissage d'un tableau ne sont pas de même niveau de complexité :

> il y a un saut considérable entre remplir l'intérieur d'un tableau, les marges étant données (et, peut-être aussi, les informations à localiser dans les cases étant déjà rassemblées) et construire les marges du tableau à remplir. (p. 24)

Il semble envisageable de penser que l'habileté à « construire » un tableau pourrait être incluse dans le libellé « Représenter des données à l'aide d'un tableau » de la PDA (Gouvernement du Québec, 2009). Cependant, force est de constater que les personnes auteures des manuels scolaires que nous avons analysés ne le perçoivent pas de cette manière. Ce résultat a comme conséquence que selon l'usage qui est fait des manuels dans les classes, certains élèves pourraient avoir peu ou pas d'occasions de développer cette habileté pendant tout le cursus primaire.

Bien qu'on ait essayé de dégager une logique permettant de comprendre cette répartition, nous n'en avons pas trouvé. Par exemple, il nous semble tout à fait attendu qu'un nombre important de tâches en 1re année mobilisent l'interprétation de tableaux. Néanmoins, qu'est-ce qui justifierait que la mobilisation de cette habileté soit réduite de moitié en 2e année? Même si au départ le nombre de tâches associé est très réduit, ce qui pourrait être déjà problématique en soi, le réduire de moitié d'une année à l'autre pourrait avoir un impact sur la variété de tâches que les élèves sont invités à réaliser. Car, il ne faut pas oublier qu'au Québec l'organisation scolaire est par cycle et, en ce sens, la deuxième année du cycle consolide les apprentissages développés à la première année. On pourrait alors s'attendre à avoir une répartition équitable à l'intérieur de chacun des trois cycles[6], ce qui n'est pas le cas, selon nos résultats. Il est à noter qu'aucune des collections analysées ne propose des manuels pour toutes les six années du primaire. Pour les collections qui couvrent deux cycles du primaire, les personnes auteures pour chacun des cycles sont différentes.

Par contre, nos résultats montrent que l'habileté à « conceptualiser » un tableau est plus présente au début de la scolarité (1er cycle). Par la suite, elle est encore présente, mais dans une moindre proportion. Ce résultat concorde avec la manière dont les tableaux sont présentés dans la PDA (Gouvernement du Québec, 2009). En effet, comme nous l'avons mentionné précédemment, les documents officiels n'explicitent pas les différents types de tableaux à l'étude pendant l'école primaire. Par conséquent, les manuels scolaires ne distinguent pas non plus les représentations tabulaires. Il est donc tout à fait plausible de penser que dans les manuels, une fois que les éléments permettant de conceptualiser un tableau sont présentés au début du parcours scolaire, il ne serait plus nécessaire de les reprendre en profondeur à chacune des années scolaires, puisque les tableaux

---

[6] Les cycles de l'école primaire au Québec sont organisés comme suit : 1er cycle (1re année 6/7 ans et 2e année 7/8 ans), 2e cycle (3e année 8/9 ans et 4e année 9/10 ans) et 3e cycle (5e année 10 11 ans et 6e année 11-12 ans).

resteraient sensiblement les mêmes. C'est donc dire que de courtes révisions seraient suffisantes.

Afin d'illustrer comment chacune de ces habiletés prend forme dans les manuels scolaires, nous présenterons, ci-dessous, des exemples de tâches où ces habiletés sont à mobiliser par les élèves.

4.2.1 Interpréter des données

En observant le tableau 4, on constate que l'habileté à « interpréter des données représentées dans un tableau » doit être mobilisée dans des proportions de tâches allant de 20 % en 2e année jusqu'à 53,6 % en 5e année. Une analyse plus approfondie de l'usage de cette habileté dans les manuels scolaires permet d'identifier quatre façons de solliciter l'interprétation de données chez les élèves : trouver la somme de toutes les valeurs qui composent l'échantillon (39,7 % de tâches), trouver la fréquence ou la catégorie avec une fréquence plus ou moins grande (39,7 % de tâches), soulever/créer des questions d'enquête à partir des données représentées dans le tableau (11,1 % de tâches) et obtenir la moyenne des données présentées dans les cellules (9,5 % de tâches). Un élément qui attire notre attention est le fait que presque 40 % des tâches qui demandent d'interpréter les données présentes dans un tableau s'intéressent davantage à l'aspect calculatoire qu'à l'interprétation de données (voir question b de la tâche présentée dans la figure 9).

L'exemple ci-dessous illustre une tâche d'interprétation des données représentée dans un tableau de fréquence, dans lequel il est demandé de soulever ou de créer une question d'enquête, de calculer la somme des valeurs d'échantillon et de repérer la fréquence la plus élevée (et sa modalité associée).

Voici les données recueillies auprès des visiteurs de l'expo-science de fin d'année.

Présentations préférées des visiteurs

Les tropismes	Les tâches solaires	Les constellations	La photosynthèse	La métamorphose de la grenouille
22	31	18	12	29

a) D'après toi, quelle question a-t-on posée aux visiteurs?

____

b) Combien de personnes ont répondu à cette enquête? ______________________________

c) Quelle présentation scientifique a été la plus appréciée? ___________________________

Figure 9. Exemple de tâche faisant appel à l'habileté à interpréter les données d'un tableau (inspiré du manuel 1, 6e année)

Toujours sur l'habileté à interpréter les données dans les tableaux, nous avons remarqué également que la réalisation d'une analyse des données comme moyen d'aide à la prise de décision ou à l'élaboration de conclusions n'est pas explorée dans les collections. Les éléments d'interprétation qui sont sollicités sont ceux de premier niveau, c'est-à-dire ceux qu'on peut identifier directement en observant le tableau (quelle présentation a été la plus appréciée, par exemple). Pour répondre à cette question, il suffit d'identifier le nombre le plus grand dans le tableau. Pourtant, la prise de décision et la rédaction de conclusions sont des exercices fondamentaux pour développer le sens critique et réflexif de l'élève et, à ce titre, doivent être développées à l'école (Gattuso, 2011). Afin de développer cette habileté, il aurait pu être possible de demander aux élèves d'analyser des situations, comme « L'année prochaine les organisateurs doivent à nouveau organiser une expo-sciences. Selon l'analyse que vous faites des données recueillies cette année, pensez-vous qu'ils devraient maintenir toutes les présentations? Expliquez votre réponse. »

Dans la démarche de lecture d'un tableau, il est important d'être capable de lire rapidement les informations présentes. Cela dit, il est tout aussi important d'être en mesure de mettre en place une démarche d'interprétation globale, indispensable à l'appréhension de tableaux plus complexes (Giot et Quittre, 2008).

4.2.2 Compléter des tableaux

La deuxième habileté, celle de « compléter un tableau » est l'une de plus utilisées au deuxième cycle (3e et 4e années) avec environ un tiers des tâches (respectivement 34,9 %, 36,4 %) où il y a un tableau statistique, comme on l'a vu dans le tableau 4. Cependant, il est important de noter que dans la grande majorité des tâches, les tableaux sont presque remplis, laissant aux élèves le soin de compléter les quelques informations manquantes, surtout issues des calculs ou du dénombrement. La figure 10 illustre une tâche qui fait appel à l'habileté à compléter des données dans un tableau de fréquence.

On demande à des loups-garous : « Quel moment de la journée préfères-tu : le matin, le midi, le soir ou la nuit?

Voici les réponses :

matin	nuit	soir	nuit	soir	soir	nuit	nuit	nuit	matin	soir
matin	matin	soir	nuit	matin	nuit	soir	soir	matin	nuit	nuit

a) **Complète** le tableau de données à l'aide des réponses obtenues

Moment de la journée préféré des loups-garous

Moment de la journée				
Compilation				
Nombre de loups-garous				

Figure 10. Exemple d'une tâche faisant appel à l'habileté à compléter des données dans un tableau (inspiré du manuel 11, 4e année)

L'exemple suivant (figure 11) exemplifie une autre tâche où les élèves doivent compléter un tableau de fréquence. Cette tâche se retrouve dans un manuel de 5e année du primaire.

On a posé la question suivante aux membres du comité de nettoyage du parc : Quel secteur préférez-vous nettoyer parmi la fermette, l'étang et les sentiers?

Complète le tableau.

Les secteurs du parc que les membres du comité préfèrent nettoyer

Secteur	fermette	étang	___________
_______________	III		~~IIII~~ II
_______________		9	

Figure 11. Exemple d'une tâche faisant appel à l'habileté à compléter des données dans un tableau (inspiré d'un manuel de 5e année)

En analysant la complexité de la tâche demandée et en considérant l'avancement des élèves dans leur parcours scolaire, on pourrait se questionner sur l'activité mathématique qui est attendue des élèves du point de vue des savoirs statistiques nommés par Giot et Quittre (2008), car la forme matricielle est proposée, les catégories sont indiquées dans l'énoncé de la question et deux d'entre elles sont déjà inscrites dans le tableau, les nombres sont petits et naturels. Ce type de tâche est répandu dans les manuels et cela, même au 3e cycle du primaire. Nous considérons cela comme malheureux, car ce type de tâche exige un faible engagement cognitif de la part des élèves et représente un défi avec une très faible valeur pour soutenir le développement de leur pensée statistique. Il serait plus intéressant pour les apprentissages des élèves de leur proposer des tâches où ils pourraient être appelés à compléter un tableau de fréquence à partir d'une base de données issue d'une collecte de données faite en classe ou provenant de Statistique Canada, par exemple. Ce type de tâche offrirait un meilleur potentiel didactique pour soutenir le développement des élèves.

4.2.3 Transposer les données

En ce qui concerne les tâches qui mobilisent l'habileté à « transposer les données d'un tableau dans un autre type de représentation », nous notons qu'elle est aussi présente dans toutes les années de scolarité, avec de plus grandes occurrences à la 2e et à la 4e année (respectivement 40 % et 36,4 %). En ce qui a trait à la 4e année, on note que c'est exactement le même pourcentage que celui identifié pour l'habileté « compléter ». L'une des hypothèses qui pourraient expliquer ce résultat est le fait que la grande majorité des tâches mobilise de manière conjointe les habiletés à compléter et à transposer. En ce sens, les élèves complètent le tableau et ensuite, transposent ces résultats vers un diagramme, par exemple (comme c'est le cas dans la tâche présentée à la figure 12).

Lorsqu'on analyse la mobilisation de cette habileté toutes années confondues (60 tâches au total), nous avons constaté que la plupart de ces tâches (55 ou 91,8 %) demandent que certaines données soient complétées, comme illustré dans la figure 12. On note également que seulement 5 tâches (correspondant à 8,3 % des 60 tâches) permettent aux élèves de passer effectivement d'un mode de représentation à un autre et non seulement de compléter des cases vides dans un diagramme, par exemple.

On demande à des loups-garous : « Quel moment de la journée préfères-tu : le matin, le midi, le soir ou la nuit?

Voici les réponses :

matin	nuit	soir	nuit	soir	soir	nuit	nuit	nuit	matin	soir
matin	matin	soir	nuit	matin	nuit	soir	soir	matin	nuit	nuit

a) **Complète** le tableau de données à l'aide des réponses obtenues

Moment de la journée préféré des loups-garous

Moment de la journée				
Compilation				
Nombre de loups-garous				

b) **Complète** le diagramme à bandes à partir des données compilées.
Utilise ta règle pour être précis.

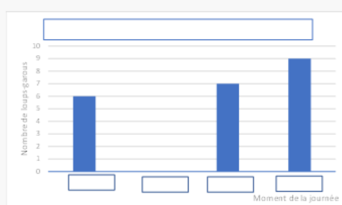


Figure 12. Exemple d'une tâche faisant appel à l'habileté à transposer des données d'un tableau dans un autre type de représentation (inspiré du manuel 11, 4e année)

4.2.4 Conceptualiser un tableau

La quatrième habileté « utiliser le tableau pour conceptualiser sur un tableau », donc apprendre en quoi consiste un tableau, apparaît plus fréquemment dans les premières années scolaires et diminue au fil de la scolarité (de 16,7 % à 5 % de la 1re à la 6e année). Comme mentionné précédemment, cette diminution pourrait être due au fait que les personnes auteures des manuels analysés considèrent qu'au fur et à mesure que les élèves avancent dans leur scolarité, ces contenus n'ont plus besoin d'être enseignés en profondeur. Dans la figure 13, nous présentons un exemple qui illustre comment cette habileté est mobilisée. On y retrouve les éléments constitutifs d'un tableau, la définition de la fonction du tableau et la structure matricielle exemplifiée.

- Un **tableau de données** sert à organiser les données d'une enquête et à compiler les réponses obtenues

Exemple :

	Saison préférée pour pratiquer un sport			
1→	Saison préférée pour pratiquer un sport			
2→	Printemps	Été	Automne	Hiver
3→	√ √ √ √	√ √ √ √ √ √ √ √ √ √	√ √ √ √	√ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √ √
4→	4	10	4	12

Un tableau de données comprend 4 éléments.
1. Le titre de l'enquête.
2. Les catégories de réponses.
3. La compilation des réponses (chaque réponse obtenue correspond à un √).
4. Le résultat total (le total des réponses dans chaque catégorie).

Figure 13. Exemple d'une section « apprendre » faisant appel à l'habileté à conceptualiser un tableau (inspiré du manuel 5, 6e année)

Comme discuté précédemment (voir l'analyse de la figure 8), il semblerait que les personnes auteures des manuels analysés attribuent une double fonction à un seul tableau qu'ils appellent un tableau de données, soit outils de collecte de données et représentation de la fréquence. En ce sens, bien qu'à la ligne 3 du tableau, il soit indiqué « La compilation de réponses (chaque réponse correspond à un √) », en effet, cette compilation indique déjà la fréquence de réponses obtenues par catégorie. La seule différence est qu'à la ligne 3 on doit dénombrer les résultats obtenus et à la ligne 4, il est indiqué par le cardinal de cette collection. Alors, on constate que c'est en effet un tableau de fréquence (et non de données, comme indiqué) où la fréquence est présentée sous deux formes différentes.

4.2.5 Construire un tableau

Finalement, comme mentionné antérieurement dans ce texte, les tâches qui mobilisent l'habileté à « construire un tableau » sont quasiment inexistantes. En effet, parmi les 204 tâches analysées, une seule est identifiée dans un manuel de 5e année. Ci-dessous, nous présentons l'exemple trouvé (figure 14). Dans cet exemple, il est proposé aux élèves de réaliser un sondage et d'enregistrer les résultats dans un tableau de données et de transposer ensuite les mêmes données dans le diagramme de leur choix.

Cinéphiles amateurs
Tu écris la chronique culturelle pour le journal étudiant. Tu souhaites connaitre les gouts cinématographiques des élèves de 5e année. Tu mènes donc ta propre enquête, mais tu dois respecter les contraintes suivantes :

- Ta question doit porter sur les genres de film les plus appréciés.
- Tu dois faire ta collecte de données auprès des élèves de ta classe.
- Tes données doivent être écrites dans un tableau de données.
- Tu dois construire un diagramme de ton choix pour illustrer le résultat de ton enquête.

- Dans ton article de journal, résume le résultat de ton enquête.

Figure 14. Exemple de tâche faisant appel à l'habileté à construire un tableau (inspiré du manuel 1, 5e année)

Bien que nos données ne puissent pas être généralisées pour l'ensemble des manuels scolaires utilisés au Québec, la quasi-inexistence dans notre échantillon de tâches sollicitant la construction de tableaux par les élèves nous semble être un élément à considérer. Il serait important que les élèves puissent avoir la possibilité de développer cette habileté compte tenu de la complexité liée à la construction de tableaux, par exemple, créer des catégories, organiser les données, respecter les invariantes d'exclusivité et d'exhaustivité (Piaget et Inhelder, 1983), ainsi que définir les marges et choisir les unités d'informations qui pourront apparaître dans ces cases (Duval, 2003). En ce sens, il nous semble que la mobilisation de ces habiletés de manière conjointe dans une seule tâche peut contribuer de manière importante au développement des habiletés statistiques chez les élèves. On pourrait alors s'attendre à les retrouver dans un plus grand nombre de tâches, au moins au 3e cycle du primaire.

4.3 Type de variable

Concernant le type de variable mobilisée dans les tableaux, l'analyse du tableau 5 nous permet de constater que la plupart des tâches mobilisent une variable nominale (la figure 13 en est un exemple), peu importe l'année de scolarisation. On retrouve également les variables ordinales (voir la figure 12, où on observe matin, midi, soir, nuit), discrètes et continues, mais elles sont moins représentées. On note une légère augmentation de la présence de la variable ordinale en 4e année et de la variable continue en 6e année. Ces variations sont dues à la présence de certaines notions mathématiques, telle la mesure de longueur, ce qui respecte ce qui est présenté dans la PDA (Gouvernement du Québec, 2009)

Tableau 5. Pourcentage de tâches par type de variable et année scolaire

Type de variable	**Année scolaire**					
	1re (n = 24)	2e (n = 25)	3e (n = 43)	4e (n = 44)	5e (n = 28)	6e (n = 40)
Nominale	95,8	84,0	79,1	54,5	60,7	60,0
Ordinale	0,0	8,0	2,3	20,5	14,3	2,5
Discrète	4,2	4,0	9,3	11,4	7,1	10,0
Continue	0,0	4,0	9,3	13,6	17,9	27,5

Nous pouvons également noter que la présence de la variable nominale se réduit au profit des autres types de variables au fil des années et que la présence d'une variable continue augmente au fil du primaire, culminant à plus de 25 % des tâches en 6e année. Cette augmentation pourrait être due à l'introduction des diagrammes à ligne brisée en 3e année. La figure suivante (figure 15) exemplifie une tâche où une variable continue est mobilisée.

Température de la première semaine d'octobre dans la ville de Québec	
Jour	**Température à 13 h**
Lundi	10^0 C
Mardi	13^0 C
Mercredi	9^0 C
Jeudi	9^0 C
Vendredi	5^0 C

Figure 15. Exemple de tâche faisant appel à la variable continue (inspiré d'un manuel de 6e année)

4.4 Les éléments fondamentaux

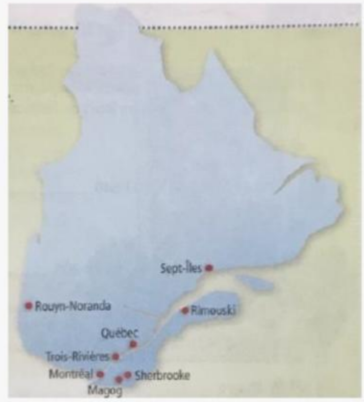
Quant à la présence des éléments fondamentaux d'un tableau, d'une façon générale, les analyses faites permettent de constater que la plupart des éléments fondamentaux (titre, nom des variables, la fréquence – ou compilation dans certains cas) d'un tableau statistique sont présents dans les tâches du corpus. Néanmoins, il est possible d'observer une absence quasi complète de la source de données. En effet, on note que dans 96 % des 204 tâches analysées, la source de données n'est pas indiquée. Nous faisons l'hypothèse que cette absence est due au fait que les données présentées dans les tableaux sont « inventées » par les auteurs de manuels. Donc, d'une certaine manière, ils ne verraient pas le besoin d'indiquer une source qui n'existe pas ou qui est complètement farfelue. En revanche, bien que les situations présentant des cas réels soient peu nombreuses, dans les 4 % de tâches dans lesquels des cas réels sont présentés, la source de données est indiquée. Concernant les titres des tableaux, ceux-ci sont souvent nommés explicitement sur le tableau. Néanmoins, dans environ 20 % des tâches analysées, le titre est implicite. Dans certaines de ces situations, il est indiqué lorsque les données sont présentées dans le diagramme qui découle du tableau, d'autres noms, comme dans le cas de la figure 16, ci-après. Nos analyses ne nous permettent pas de comprendre pourquoi le besoin d'indiquer le titre du tableau n'est pas abordé de manière systématique.

La figure 16 illustre aussi l'une des rares tâches dans lesquelles la source des données est indiquée. Les données font référence à la population de certaines villes du Québec en 2009.

7) Voici la population de quelques villes du Québec en 2009, par ordre alphabétique.

Ville	Population
Magog	25 035
Montréal	1 667 700
Québec	508 349
Rimouski	43 150
Rouyn-Noranda	40 772
Sept-Îles	26 092
Sherbrooke	153 384
Trois-Rivières	129 519

D'après l'institut de la statistique du Québec, *Estimation de la population des municipalités du Québec de 15 000 habitants et plus, 2009.*



En te servant du tableau, réponds aux questions suivantes.

a) Quelle ville compte la population la plus nombreuse?____________________

b) Quelle ville compte la population la moins nombreuse? ____________________

Figure 16. Exemple de tâche présentant la source de données (inspiré du manuel 1, 5e année)

4.5 Les nombres présents dans les tableaux et la place où les tableaux statistiques sont présents dans les manuels

Dans ce qui suit (tableau 6), nous présentons de manière conjointe les analyses liées à l'ordre de grandeur des nombres (unités, dizaines, centaines, etc.), au type de nombre (naturel ou rationnel) et le moment où l'étude des tableaux statistiques est présentée dans le manuel (début, milieu ou fin et volume A ou B).

Au regard de l'ordre de grandeur des nombres présentés dans les tableaux statistiques, on note qu'il y a peu de différences entre les années du primaire. Ceci fait en sorte que les tâches présentant des nombres qui dépassent les dizaines sont peu nombreuses en comparaison avec celles mobilisant des unités et des dizaines. À titre d'exemple, en 6e année, seulement 10 % des tâches mobilisent des centaines et aucune tâche présente des nombres où l'ordre de grandeur est de mille. On pourrait être porté à croire que l'ordre de grandeur des nombres est l'une des caractéristiques discriminant les tableaux présents au début et à la fin de l'enseignement primaire et ce n'est pas le cas. En ce sens, l'ordre de grandeur des nombres n'est pas un indicateur de la progression de la complexité des tâches avec des tableaux statistiques.

Tableau 6. Pourcentage de différentes variables mobilisées dans les tâches faisant appel à des tableaux statistiques par année scolaire.

Variables identifiées			**1re (n= 24)**	**2e (n= 25)**	**3e (n= 43)**	**4e (n= 44)**	**5e (n= 28)**	**6e (n= 40)**
Ordre de grandeur du nombre		Unité	87,5	28,0	51,2	36,4	17,9	35,0
		Dizaine	12,5	72,0	39,5	45,5	60,7	52,5
		Centaine	0,0	0,0	9,3	9,1	3,6	10,0
		Mille	0,0	0,0	2,3	6,8	17,9	0,0
Type de nombre ou notation		Naturel	100,0	100,0	97,7	100,0	100,0	47,5
		Décimal	0,0	0,0	2,3	0,0	0,0	12,5
		Pourcentage	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,0
		Fraction	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	32,5
Localisation	Début	Tome A	4,2	12,0	0,0	0,0	21,4	2,5
		Tome B	37,5	16,0	9,3	9,1	32,1	37,5
		Volume unique	0,0	0,0	0,0	0,0	50,0	10,0
	Milieu	Tome A	16,7	16,0	30,2	34,1	0,0	2,5
		Tome B	29,2	36,0	2,3	6,8	0,0	7,5
		Volume unique	0,0	0,0	0,0	0,0	50,0	30,0
	Fin	Tome A	0,0	0,0	2,3	0,0	0,0	2,5
		Tome B	12,5	20,0	55,8	47,7	46,4	45,0
		Volume unique	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	60,0

Un autre point qui a également retenu notre attention est le type de nombres travaillé dans les tâches analysées. On peut voir que la grande majorité des tableaux présentent des nombres naturels. Bien qu'on observe une tâche (2,3 %) faisant appel à des nombres décimaux en 3e année, ce n'est qu'en 6e année du primaire que nous avons observé une présence constante de tâches faisant appel à des nombres rationnels (décimal, pourcentage et fraction). Cette situation pourrait se justifier par l'introduction de contenus liés à ceux-ci, comme la représentation en diagrammes circulaires. Dans ce cas, les tableaux sont explorés, dans les tâches analysées, comme une ressource pour l'enseignement d'autres contenus. Il est également à noter que, selon la PDA (Gouvernement du Québec, 2009), les fractions sont introduites à partir de la 1re année et les nombres décimaux et les pourcentages à partir de la 3e année. En ce sens, il serait tout à fait possible d'identifier des tableaux statistiques faisant appel à des nombres rationnels avant la 6e année, par exemple, puisqu'il n'est pas nécessaire d'opérer avec ces nombres pour être en mesure d'interpréter les données présentées.

Enfin, concernant la place où se trouvent les tâches comportant des tableaux statistiques dans les manuels scolaires, nous constatons que plus de 75 % d'entre elles se retrouvent dans la deuxième moitié des manuels. De plus, la plupart des tâches se retrouvent dans le dernier volume de chaque année scolaire, c'est-à-dire dans les volumes B. Le fait que les tâches se trouvent surtout à la fin des manuels nous amène à nous poser certaines questions concernant leur emplacement. On pourrait se demander si le fait que cette notion soit présentée à la fin de l'année scolaire pourrait faire en sorte qu'elle ne soit pas abordée en classe, par manque de temps. On pourrait également se demander si, au contraire, le fait de l'aborder en fin d'année scolaire permettrait qu'on lui attribue plus de temps d'étude en classe. Finalement, l'aborder en début d'année scolaire serait-il gage du temps attribué à l'étude de cette notion? Y a-t-il un enjeu lié au moment où la notion est abordée? Pour l'instant, nous n'avons pas de réponses à ces questions, mais nous considérons qu'elles mériteraient d'être approfondies.

5. Considérations finales

La présente étude vise à analyser les tâches qui font appel à une représentation tabulaire présente dans des manuels scolaires en mathématiques utilisés dans des écoles au Québec, de la 1re à la 6e année de l'enseignement primaire. Dans ce qui suit, nous reviendrons brièvement sur les éléments les plus importants identifiés précédemment. D'abord, par l'analyse des 24 volumes, nous avons observé que les trois représentations tabulaires identifiées par Guimarães et Oliveira (2014), c'est-à-dire : encadré, base de données et tableau de fréquence, sont présentes dans chacune des années de scolarité primaire avec une utilisation plus grande de tableaux de fréquence au début du primaire et d'encadrés à la fin. Les bases de données sont, d'une manière générale, peu présentes dans l'ensemble des manuels analysés, mais un peu plus présentes au 1er cycle en comparaison du 3e cycle. Une hypothèse possible pour expliquer cette distribution repose sur le fait que les élèves ne sont que très peu appelés à mettre en place une démarche d'enquête. Donc, comme ils ne font pas la collecte de données, la construction ou l'utilisation de bases de données n'est pas nécessaire à l'accomplissement de la tâche. Ainsi, comme les tâches présentent généralement les données déjà compilées, elles les présentent dans des tableaux de fréquence. On se rappellera que lors de l'analyse nous avons soulevé la question du pourquoi présenter deux lignes dans le tableau de fréquence : compilation (indiquée par l'usage de crochets) et nombre de [variable] (indiqué par un nombre). Pour y répondre, on pourrait envisager l'espace que les bases de données pourraient occuper dans la mise en page des manuels. Toutefois, des recherches plus approfondies seraient nécessaires afin de mieux comprendre cette question.

La manière de nommer les tableaux statistiques a également été abordée. Deux cas de figure sont apparus, soit qu'il y ait absence de toute dénomination ou encore que ceux-ci soient appelés « tableaux ». Dans le cas des tableaux de fréquence, ils sont souvent identifiés comme étant des tableaux de données, ce qui s'avère erroné la plupart du temps.

Les résultats que nous avons obtenus rejoignent ceux obtenus par d'autres études concernant l'absence de différenciation entre les représentations tabulaires (Amorim et Silva, 2016; Curi et Nascimento, 2016; Evangelista et Guimarães, 2017; Lahanier-Reuter, 2003). De notre point de vue, le fait de ne pas se référer explicitement aux types de tableaux mobilisés peut laisser entendre à l'élève que c'est toujours le même tableau et qu'ils ont tous la même fonction. Il nous semble que tous les éléments qui caractérisent les différents tableaux statistiques devraient être abordés explicitement afin de favoriser la compréhension de différentes fonctions qui y sont associées, comme le mentionnent Giot et Quittre (2008).

En examinant de plus près les habiletés explorées dans les tâches analysées et, à l'instar d'autres études (Díaz-Levicoy et al., 2018), les trois premières habiletés répertoriées (interpréter des données représentées dans un tableau, compléter des données manquantes dans un tableau et transposer les données présentées dans un tableau vers un diagramme et vice versa) sont plus sollicitées que les autres, surtout en ce qui a trait à l'habileté à transposer. Pour cette dernière, nous observons une relation étroite entre les tableaux et les diagrammes. Il nous semble qu'il existe une règle implicite selon laquelle il doit y avoir un tableau pour que les élèves transfèrent les données en diagramme ou le contraire. Cette idée de compléter les tableaux et les diagrammes en fonction des informations fournies fait en sorte que les élèves n'abordent en profondeur aucune des deux représentations. Ainsi, résoudre la tâche proposée repose davantage sur le repérage de données manquantes que sur une analyse statistique de la situation proposée. Bivar et Selva (2011) avaient également identifié, dans l'analyse de manuels scolaires brésiliens, qu'il existe une prédominance de tâches qui amènent les élèves à compléter des tableaux dans lesquels les variables et certaines données sont déjà insérées, ne laissant que la compilation de quelques données à la charge des élèves. Bien que cette façon de présenter les données facilite le passage d'un type de représentation à un autre, il est possible de croire qu'elle n'amène pas réellement l'élève à s'approprier les représentations impliquées dans la tâche.

Nous avons aussi abordé la question de la quasi-inexistence de tâches sollicitant la construction de tableaux. Bien que notre corpus ne soit pas composé de l'intégralité des manuels utilisés au Québec, on peut faire l'hypothèse que dans les autres manuels employés au Québec, la représentativité de ce type de tâche ne soit pas trop différente. Quoique l'habileté à interpréter des données statistiques à partir de différentes représentations soit d'une grande importance, entre autres afin de développer l'esprit critique chez les élèves (Gattuso, 2011), une surreprésentation de tâches liées à l'interprétation des tableaux au détriment de celles sollicitant les autres habiletés, et particulièrement leur construction, a également été observée dans d'autres études (Amorim et Silva, 2016; Bivar et Selva, 2011; Evangelista et Guimarães, 2019; Guimarães et al., 2007). Comme Giot et Quittre (2008) l'ont souligné, construire un tableau ne sollicite pas les mêmes habiletés que transposer les données à partir d'un tableau. Les auteurs mettent de l'avant que la conception d'un tableau est une tâche abstraite qui demande une maîtrise conjointe des exigences liées à la forme matricielle et à la fonction spécifique attribuée au tableau en question. Dans ce sens, il nous semble important que cette habileté soit aussi proposée dans les manuels scolaires et travaillée de manière explicite avec les élèves.

Concernant les variables mobilisées dans les tableaux, un élément en particulier a attiré notre attention, il concerne les nombres. On a pu remarquer que la grande majorité des nombres présents dans les tableaux ne dépassent pas le registre des dizaines et sont souvent des nombres naturels. En ce sens, proposer des contextes de la vie réelle tels la population, le tourisme, la production agricole, par exemple, faciliterait l'usage d'un registre numérique qui irait au-delà des dizaines ou centaines et qui serait plus représentatif de la réalité. On se questionne donc sur les raisons qui pourraient avoir amené les personnes auteures des manuels scolaires à ne pas privilégier de tels contextes.

À la lumière de nos résultats, nous soutenons que l'enseignement des tableaux statistiques devrait dépasser les tâches impliquant une mobilisation isolée de certaines habiletés et qu'une diversité de tâches mobilisant l'ensemble des habiletés de manière conjointe devrait être proposée aux élèves, privilégiant ainsi une approche intégrée à la démarche d'enquête statistique comme prescrit dans la PDA (Gouvernement du Québec, 2009) et suggéré dans plusieurs études (Díaz-Levicoy et al., 2015; Gattuso, 2011; Lahanier-Reuter, 2003). Comme l'indiquent Lebrun et Niclot (2012), les manuels scolaires contribuent « à définir […] le cheminement [que les élèves] doivent parcourir pour acquérir les savoirs, leur degré de participation dans les activités » (p. 8). Il serait alors fondamental de proposer d'abord des tâches qui favoriseraient le développement de la pensée statistique des élèves, par un cheminement qui respecterait les éléments fondamentaux caractérisant l'apprentissage des tableaux, tout au long de l'enseignement primaire. Il serait aussi important d'examiner quelle place est réservée à l'enseignement des tableaux en tant qu'outil d'analyse et de développement de la pensée statistique chez les élèves, à la formation initiale et continue des enseignant.es.

Références

Amorim, N. D. et Silva, R. de L. (2016). Apresentação e utilização de tabelas em livros didático de Matemática do 4º E 5º anos do Ensino Fundamental. *Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 7*(1), 1–21.

Bivar, D. et Selva, A. C. V. (2011). Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. *XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), 2011*, 1–12.

Bivar, D. et Selva, A. C. V. (2012). Como As Crianças Constroem Tabelas? *3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa Em Educaçao Matemática*, 1-14.

Cairo, A. (2019). *How charts lie* [livre audionumérique]. AscentAudio.

Conti, K. C. et Lucchesi de Carvalho, D. (2011). O Letramento presente na construção de tabelas por alunos da educação de jovens e adultos. *Bolema-Boletim de Educação Matemática, 24*(40), 636–658.

Curi, E. et Nascimento, J. de C. P. (2016). O trabalho com gráficos e tabelas nos currículos prescritos, apresentados, praticados e avaliados. *ENCEPAI – Encontro de Combinatório, Estatísticas e Probabilidade Dos Anos Iniciais*, 1–14.

Díaz-Levicoy, D., Morales, R. et López-martín, M. M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educaçao Matemática, 4*(7), 10–39.

Díaz-Levicoy, D., Morales, R. et Vásquez, C. (2017). Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercero de Educación Primaría. *Educação et Linguagem, 20*(1), 149–166. https://doi.org/10.15603/2176-1043/el.v20n1p149-166

Díaz-Levicoy, D., Vásquez, C. et Molina-Portillo, E. (2018). Estudio exploratorio sobre tablas estadísticas en libros de texto de tercer ano de educación primaria. *Tangram – Revista de Educação Matemática, 1*(2), 18–39.

Duval, R. (2003). Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité ? *Spirale, 32*, 7–31.

Espinel Febles, M. C. et Antequera Guerra, A. T. (2009). Un estudio sobre la competencia de los alumnos en el manejo de tablas para resolver situaciones cotidianas. Dans M. J. González, M. T. González et J. Murillo (dir.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (p. 227–236). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Estrella, S. (2014). *El objeto tabla: un estudio epistemológico, cognitivo y didáctico*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Estrella, S., Mena-Lorca, A. et Olfos-Ayarza, R. (2012). Tasks associated to the treatment of tables at elementary school and its level of difficulty. Dans D. Ben-Zvi et K. Makar (dir.), *The Teaching and Learning of Statistics. International Perspectives* (p. 95-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23470-0_9

Estrella, S., Mena-Lorca, A. et Olfos-Ayarza, R. (2017). Naturaleza del objeto matemático "Tabla." *Magis, 10*(20), 105–122. https://doi.org/10.11144/Javeriana.m10-20.nomt

Evangelista, B. et Guimarães, G. (2017). *Tables in textbooks for elementary school grades 4 and 5* [communication orale]. II International Conference on Mathematics Textbook Research and Development, Rio de Janeiro, 8 mai.

Evangelista, B. et Guimarães, G. (2019). Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do ensino fundamental. Dans J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín et E. Molina-Portillo (dir.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (p. 1-9). CIVEEST.

Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S. et Konstantinidou, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educacion, 22*(2), 183–197. https://doi.org/10.1174/113564010791304528

Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *Revue internationale de statistique, 70*(1), 1-25.

Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. *Actas Del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*, 1-15.

Garcia-Mila, M., Marti, E., Gilabert, S. et Castells, M. (2014). Fifth Through Eighth Grade Students' Difficulties in Constructing Bar Graphs: Data Organization, Data Aggregation, and Integration of a Second Variable. *Mathematical Thinking and Learning, 16*(3), 201–233. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921132

Gattuso, L. (2011). L'enseignement de la statistique: où, quand, comment, pourquoi pas? *Statistique et Enseignement, 2*(1), 5–30.

Giot, B. et Quittre, V. (2008). Les tableaux à double entrée dans les écrits scientifiques des jeunes élèves. *Cahiers Des Sciences de l'éducation - Université de Liège (ASPe), 27*, 103–124.

Girard, J. et Régnier, J.-C. (1998). Introduction. Pourquoi "faire des statistiques"? Dans J.-C. Girard, D. Gros, P. Planchette, J.-C. Regnier et R. Thomas (dir.), *Enseigner la statistique du CM à la seconde. Pourquoi? Comment?* (p. 1–4). IREM de Lyon.

Girard, J., Gros, D., Planchette, P., Régnier, J.-C. et Thomas, R. (1998). *Enseigner la statistique du CM à la seconde. Pourquoi? Comment?* IREM de Lyon.

Gitirana, V. (2014). A pesquisa como eixo estruturador da educação estatística. Dans Ministério de Educação (dir.), *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Educação estatística* (p. 7–20). Secretaria de Educação Básica.

Gouvernement du Québec. (2006). Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. (2009). Progression des apprentissages au primaire. Mathématique. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Guimarães, G. et Gitirana, V. (2013). Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. Dans R. E. S. R. Borba et C. E. F. Monteiro (dir.), *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática* (p. 93–132). Editora da UFPE.

Guimarães, G. et Oliveira, I. (2014). Construção e interpretação de gráficos e tabelas. Dans Ministério de Educação (dir.), *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Educação estatística* (p. 21–38). Secretaria de Educação Básica.

Guimarães, G., Gitirana, V., Cavalcanti, M. et Marques, M. (2007). Livros didáticos de matemática nas séries iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. *Anais Do IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática*, 1–17.

Institut national de santé publique du Québec. (2024). *Données COVID-19 au Québec*. Consulté le 22 janvier 2024 https://www.inspq.qc.ca/covid-19/donnees

Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *Spirale, 32*, 143–154. https://doi.org/https://doi.org/10.3406/spira.2003.1386

Lebrun, J. et Niclot, D. (2012). Les manuels scolaires : réformes curriculaires, développement professionnel et apprentissages des élèves. *Revue des sciences de l'éducation, 35*(2), 7–14. https://doi.org/https://doi.org/10.7202/038726ar

Martí, E., Sedano, E. P. et Cerda, C. A. (2010). Alfabetización gráfica. La apropiación de las tablas como instrumentos cognitivos. *Contextos, 10*, 65–78.

Pereira, R. F. et Conti, K. C. (2011). O tratamento da informação presente em livro didático de matemática do 5o ano do ensino fundamental. Dans Á. Hudson Veras Lima, A. P. Oliveira, J. N. Nunes Pereira de Lima (dir.), *Teoria e Prática Docente: Onde Estamos e Para Onde Vamos?* (p. 121–134). Editora Pimenta Cultural. https://doi.org/10.31560/pimentacultural/2020.086.131-146

Piaget, J.et Inhelder, B. (1983). *Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*. Zahar Editores.

Ponte, J. P., Brocado, J. et Oliveira, H. (2009). *Investigações matemáticas na sala de aula.* Autêntica.

Régnier, J. (1998). Finalités et enjeux de l' enseignement de la statistique. Dans J. Girard, D. Gros, P. Planchette, J.-C. Regnier et R. Thomas (dir.), *Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi? Comment?* (p. 5–20). IREM de Lyon.

Sepúlveda, A., Díaz-Levicoy, D. et Jara, D. (2018). Evaluación de la comprensión sobre Tablas Estadísticas en estudiantes de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 32*(62), 869–886. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a06

Sharma, S. (2013). Assessing students' understanding of tables and graphs: implicatıons for teaching and research. *International Journal of Educational Research and Technology, 4*(4), 51–70.

Steele, J. et Iliinsky, N. (2010). *Beautiful Visualization*. O'Reilly Media, Inc.

Vanegas, F. N. (2013). Consideraciones sonre la didática de la probabilidade y de la estadística. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 2038–2045.

Wild, C. J. et Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–248. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x