Revue québécoise de didactique des mathématiques

volume 4 (2023)
DOI : 10.71403/teye0e88

Table des matières

Université Laval, Québec

ISSN : 2563-6995

Mot éditorial du quatrième numéro de la RQDM

Patricia Marchand
Université de Sherbrooke
patricia.marchand@usherbrooke.ca
Claudia Corriveau
Université Laval
claudia.corriveau@fse.ulaval.ca
Vincent Martin
Université de Sherbrooke
vincent.martin@USherbrooke.ca
Izabella Oliveira
Université Laval
izabella.oliveira@fse.ulaval.ca

Le comité éditorial a le plaisir de vous proposer trois articles qui traitent de domaines différents d'enseignement des mathématiques (probabilité, géométrie et algèbre) au primaire ou au secondaire. Ces textes interrogent, chacun à leur façon, le rôle de la personne enseignante et le rôle des élèves en classe de mathématiques et leurs effets sur les pratiques enseignantes, sur les apprentissages des élèves et même sur les pratiques des personnes formatrices. Ces travaux mettent en exergue des cadres de référence et des méthodologies différents pour aborder leur questionnement de recherche. Cette diversité de points d'ancrage permet un éclairage élargi des questions posées et des pistes de réponses qui en découlent.

Le premier article de ce numéro, rédigé par Mathieu Thibault et Laurent Theis, expose les résultats d'une recherche collaborative traitant du concept du jeu probabiliste dans une classe du primaire. Par l'entremise d'une analyse a priori d'une situation de type « Pile ou face? » et de son expérimentation en classe, ils abordent les enjeux d'une telle situation pour l'enseignement-apprentissage des probabilités. Cette étude fait ressortir des tensions entre les réflexions probabilistes et le « contrat de jeu » pouvant s'installer dans un tel contexte en les caractérisant

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2023, *vol 4*, p. 1-2.
https://doi.org/10.71403/g2c3ej86

en quatre catégories d'enjeux ou de glissements et en proposant des pistes propices à un pilotage ultérieur d'un tel jeu probabiliste en classe.

Dans le deuxième article de ce numéro, Romain Beauset et Natacha Duroisin présentent les résultats d'une recherche collaborative menée avec une équipe de cinq personnes enseignantes belges francophones au sujet de problèmes de reproduction de figures géométriques. Dans ce contexte, les deux personnes autrices ont cherché à identifier les avis que portent les enseignantes et les enseignants sur ces situations d'enseignement-apprentissage en les conviant à des groupes de discussion avant et après les avoir intégrées à leur enseignement en classe. L'article a permis de mettre en lumière des freins et des leviers à l'appropriation ainsi qu'à la mise en place de tels problèmes de reproduction de figures par des personnes enseignantes œuvrant à la fin du primaire.

Le troisième article, proposé par Maxime Boivin et Diane Gauthier, porte sur les actions mises en place par des personnes enseignantes pour soutenir les élèves lorsqu'ils solutionnent des problèmes. Les résultats de cette étude menée auprès de trois enseignantes du secondaire ont permis aux personnes autrices de mettre en évidence quatre catégories générales qui se déclinent en plusieurs actions d'accompagnement des personnes enseignantes dans le contexte de résolution de problèmes : des actions préalables, des actions liées aux savoirs mathématiques, des actions liées aux démarches des élèves et finalement, des actions didactiques à visée plus générale. Ces résultats sont repris de manière à mieux comprendre l'impact des actions d'accompagnement sur les élèves, notamment à travers les différentes étapes de la résolution d'un problème.

Bonne lecture!

Enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire : tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu

Mathieu THIBAULT
Université du Québec en Outaouais
mathieu.thibault@uqo.ca
Laurent THEIS
Université de Sherbrooke
laurent.theis@USherbrooke.ca

Résumé : Plusieurs écrits suggèrent que le contexte de jeu peut soutenir l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, notamment en probabilités. Nous abordons dans cet article des enjeux à considérer lors du recours au contexte de jeu, afin de contribuer à une réflexion probabiliste de l'élève et éviter les glissements vers un contrat de jeu où l'unique but serait de jouer. Nous nous appuyons sur des définitions de jeu mathématique pour proposer une définition de jeu probabiliste. La situation « Pile ou face ? » a été planifiée, puis expérimentée dans une classe multiniveau de 4e et 5e années d'une école primaire. Parmi les résultats analysés, nous faisons ressortir quatre catégories d'enjeux et de glissements du pilotage en classe du jeu probabiliste qui ont contribué à la tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu.

Mots-clés : didactique des probabilités, jeu probabiliste, contrat de jeu

Piloting a probabilistic game in a primary school classroom: disruption of the balance between play and probabilistic learning

Abstract: Many studies suggest that games can support teaching and learning mathematics, particularly with probability. In this article, we discuss points to consider when using games to contribute to students' probabilistic thinking, and how to avoid sliding toward a game contract where the only goal is to play. We base our proposed definition for probabilistic games on existing definitions of mathematical games. The game "Heads or tails" was used to plan and experiment with a probabilistic situation in a

https://doi.org/10.71403/ec6ty958

grade 4/5 split class. Among the results analyzed, we highlight four categories of issues and shifts that arose during the probabilistic game, and what contributed to disrupting the balance between play and probabilistic learning.

Keywords: probability education, probabilistic games, game contract

1. Mise en contexte

En mathématiques, le domaine des probabilités permet d'exploiter des situations de jeu qui favorisent l'engagement des élèves (Rajotte et Héroux, 2021). En effet, plusieurs écrits scientifiques font valoir le potentiel du jeu dans des situations probabilistes à différents ordres d'enseignement pour différentes intentions. On retrouve notamment des jeux probabilistes pour des élèves du primaire au Québec (Côté et Biron, 2019; Homier et al., 2021; Martin et Mai Huy, 2015; Poirier et Carbonneau, 2002; Theis et al., 2019; Thibault, 2019), qui est l'un des endroits où l'enseignement des probabilités débute avec de jeunes élèves, soit dès la première année du primaire (élèves de 6-7 ans). Les jeux probabilistes peuvent dans ce contexte avoir un potentiel intéressant pour travailler les probabilités avec des élèves aussi jeunes. Pour les élèves du secondaire au Québec (élèves de 12-17 ans), des chercheur·es ont expérimenté des jeux probabilistes (Broley et al., 2015). C'est aussi le cas à divers endroits du monde pour des élèves d'âge équivalent, par exemple aux États-Unis (Lee et al., 2010; Pratt, 2000), au Mexique (Hernandez et al., 2010) ou encore en France (Parzysz, 2009). Les jeux probabilistes sont aussi utilisés dans la formation initiale à l'enseignement des probabilités (Chernoff, 2019; Kazak et Pratt, 2017; Koparan, 2019), pour soutenir le développement de la pensée probabiliste des futur·es enseignant·es. Batanero et al. (2010), ont utilisé un jeu contre-intuitif comme un outil didactique dans un contexte de formation continue d'enseignant·es en exercice, qui sont placé·es en posture d'apprenant·es pour aborder des situations qui sont parfois plus complexes qu'elles ne le paraissent. Selon ces chercheur·es, de telles situations probabilistes contre-intuitives pourraient susciter une activité mathématique chez ces personnes enseignantes, alors qu'elles seraient amenées à développer leurs connaissances et compétences liées à l'enseignement des probabilités.

Ainsi, de tels écrits sous-entendent que le contexte de jeu soutient l'apprentissage et l'enseignement des probabilités. Toutefois, de telles situations ont été analysées du point de vue de leur contenu, mais pas nécessairement du côté de l'interaction entre l'action de jouer et l'apprentissage. Le jeu semble une porte d'entrée importante pour s'engager dans une situation probabiliste, mais des glissements potentiels nous semblent aussi importants à considérer. Par exemple, l'excitation liée au gain dans un jeu pourrait prendre le dessus sur les objectifs d'apprentissage sous-jacents. En effet, la distanciation est ce qui distingue le simple jeu (pour jouer), qui vient avec l'envie de gagner et l'excitation qui y est associée sans nécessairement mettre de l'avant un apprentissage, du jeu dans un contexte scolaire (pour apprendre en jouant), mais cette distanciation peut être difficile à mettre en place lorsque les élèves sont absorbés par le jeu. Savard (2015) met d'ailleurs de l'avant le danger du jeu dans un contexte spécifique du jeu de hasard et d'argent, où la prise de décision éclairée et la gestion du risque sont des enjeux importants à considérer pour éviter que l'élève développe des comportements liés au jeu excessif.

Dans des jeux probabilistes en contexte scolaire, la visée n'est pas nécessairement de gagner au jeu, mais plutôt de réaliser des essais et de confronter des stratégies dans l'intention de trouver celle qui est optimale pour le jeu. Par exemple, dans le jeu probabiliste Rouge ou noire (Homier et al., 2021), deux élèves sont invité·es à s'affronter, en prédisant à tour de rôle la couleur (rouge ou noire) de la prochaine carte d'un paquet de cartes à jouer. Lorsque la carte est retournée, l'élève conserve la carte si sa prédiction était juste. Chaque joueur·se répète à son tour ce processus de prédiction et de vérification. Lorsque tout le paquet est écoulé, l'élève gagnant·e est la personne ayant accumulé le plus de cartes, donc le plus grand nombre de prédictions justes. En cours de jeu entre des élèves, des stratégies plus aléatoires au début laissent place graduellement à des stratégies plus réfléchies, lorsque les élèves viennent à remarquer que des stratégies peuvent optimiser leur probabilité de gagner au jeu. Dans ce contexte, il nous apparait important d'éviter que l'unique but des élèves soit de jouer, en maintenant une stratégie de prédictions au hasard, donc sans être à la recherche d'une stratégie optimale pour gagner à ce jeu.

Un tel glissement vers ce que nous appellerons un contrat de jeu nous semble être un sous-phénomène de quelque chose de plus large, qui est la tension entre l'intérêt du jeu et de gagner au jeu (qui concernent des évènements uniques) et la nécessaire distanciation du jeu (qui se fait par une réflexion sur un grand nombre d'essais) pour entrer dans un raisonnement probabiliste. Puisque cette tension ne semble pas avoir été documentée dans les écrits scientifiques, nous abordons dans cet article des enjeux à considérer pour contribuer à une réflexion probabiliste de l'élève et éviter les glissements vers un contrat de jeu.

2. Cadre conceptuel

Certains écrits scientifiques offrent des éléments pour définir ce qu'est un jeu. Toutefois, ces définitions sont polysémiques et ne font pas nécessairement appel aux mêmes objets. Ainsi, certains auteurs définissent plutôt en quoi consiste un jeu mathématique alors que d'autres utilisent le concept de jeu pour modéliser l'enseignement-apprentissage. Nous allons, dans les paragraphes suivants, décrire certaines définitions du jeu et argumenter quels éléments nous retenons pour définir en quoi consistent un contrat de jeu ainsi qu'un jeu mathématique et un jeu probabiliste.

2.1 Jeu et contrat de jeu

Pour Brousseau (1998), l'une des visées est de modéliser une situation d'enseignement comme un jeu. Il propose cinq définitions du jeu (p. 82) :

> 1) l'ensemble des relations à modéliser sous forme d'une « activité physique ou mentale, purement gratuite, généralement fondée sur la convention ou la fiction, qui n'a pas dans la conscience de celui qui s'y livre d'autre fin qu'elle-même, d'autre but que le plaisir qu'elle procure;
>
> 2) l'organisation de cette activité sous un système de règles définissant un succès et un échec, un gain et une perte;
>
> 3) ce qui sert à jouer, les instruments du jeu;
>
> 4) la manière dont on joue, le play;
>
> 5) l'ensemble des positions entre lesquelles le joueur peut choisir dans un état donné de jeu.

Dans la première définition, une personne qui joue en ne visant que le plaisir se place dans une posture que nous nommons le contrat de jeu. Le contrat de jeu se distingue du contrat didactique que Brousseau (1998) a défini par les comportements attendus entre l'élève et la personne enseignante, qui définissent le fonctionnement de la classe au regard du savoir visé. Dans le cas du contrat de jeu, les élèves se placent dans une posture qui s'éloigne de l'intention d'apprentissage. Ainsi, deux dimensions sont au cœur d'un contrat de jeu, soit l'activité ludique et la volonté de gagner. En effet, lorsque le jeu permet une activité ludique qui n'a d'autre but que le plaisir qu'elle procure (comme dans la première définition de jeu de Brousseau) et que les personnes qui jouent ont une volonté de gagner, le contrat de jeu peut l'emporter sur l'intention d'apprentissage.

Parmi ces cinq définitions de la notion de jeu selon Brousseau (1998), la quatrième définition nous semble également évocatrice : « C'est parfois la « manière dont on joue, le "play". Dans le cas où il s'agira de procédures, nous préférons les termes de "tactique" ou de stratégie » (p. 82). On constate ainsi qu'il y a une double considération : le jeu n'est pas seulement la situation (initiale), car il englobe tout ce qui se passe dans le déroulement de la situation, incluant les manières de jouer, ce qui peut faire ressortir le raisonnement mathématique associé aux stratégies mobilisées. D'ailleurs, Brousseau (1998) rappelle l'importance de la connaissance à développer dans un jeu : « Le jeu doit être tel que la connaissance apparaisse [sous] la forme choisie, comme la solution ou comme le moyen d'établir la stratégie optimale » (p. 80). La manière dont on joue vient alors orienter si c'est le contrat de jeu ou l'intention d'apprentissage qui prendra l'avantage. Au lieu de simplement jouer par plaisir, la personne qui joue a l'opportunité de prendre du recul par rapport à la situation de jeu.

Dans sa thèse de doctorat, Héroux (2023) fait ressortir cinq caractéristiques d'un jeu. Ainsi, des règles, une mécanique (où le joueur doit prendre des décisions), une finalité, des joueurs, puis un côté fictif sont des éléments qui caractérisent un jeu.

Pour sa part, Sensevy (2012) se situe dans une perspective plus large puisqu'il propose d'utiliser la notion de jeu comme un modèle pour analyser l'activité humaine ainsi que l'activité d'enseignement-apprentissage comme un jeu. Dans sa visée de modéliser l'enseignement-apprentissage, il distingue les règles définitoires (liées à la deuxième définition de Brousseau, 1998) et les règles stratégiques de ces jeux.

> Un jeu possède des *règles définitoires* (qui correspondent *grosso modo*, dans les jeux « conventionnels », au règlement du jeu), qui peuvent souvent se ramener aux règles constitutives mises en avant par Searle. Il nécessite des *règles stratégiques* qui, comme le décrit Hintikka, *explicitent* comment bien jouer au jeu (elles peuvent par exemple être transmises par un connaisseur du jeu à un moins connaisseur), et des *stratégies* (effectives), qui constituent pour le joueur la manière concrète d'agir dans une praxis déterminée, en révélant (plus ou moins) un certain sens du jeu. (Sensevy, 2012, p. 112, italique dans l'original)

La personne qui s'engage dans un jeu accepte alors de se conformer aux règles définitoires, mais l'apprentissage découle plus spécifiquement de la compréhension de règles stratégiques et de stratégies qui permettent de bien jouer au jeu. Sensevy (2012) précise aussi qu'« [u]n tel *jeu d'apprentissage* caractérise le jeu du professeur sur le jeu de l'élève dans la dialectique entre les connaissances antérieures de l'élève (telles qu'elles apparaissent au sein du contrat didactique) et les capacités que l'élève doit construire (grâce à son action dans le milieu didactique) » (p. 117, italique dans l'original). Avec l'apprentissage comme visée, il ne s'agit alors pas d'un simple jeu et il s'agit plutôt d'un jeu mathématique (et d'un jeu probabiliste).

2.2 Jeu mathématique et jeu probabiliste

Dans sa thèse de doctorat, Pelay (2011) s'intéresse à différentes définitions du jeu mathématique et arrive au constat qu'il n'y a pas de définition unique. Selon Faradji (2014), il est possible de définir un jeu mathématique selon des conditions précises :

> Une activité menée au moyen d'un jeu est mathématique si elle réunit les cinq conditions suivantes :

1) Le jeu doit générer [...] une activité de résolution de problèmes.
2) Le jeu induit le recours à une technique de résolution clairement identifiable.
3) Pour mener à bien sa recherche de solution, le joueur peut faire preuve de méthode.
4) Le joueur a la possibilité d'anticiper les résultats de son action.
5) Le jeu offre au joueur la possibilité de rendre compte à voix haute de sa démarche. (p. 2)

De telles conditions indiquent clairement que le jeu mathématique va bien au-delà du simple jeu, car c'est le raisonnement mathématique et non pas seulement le plaisir de jouer qui est au cœur de la situation, portant ainsi une intention d'apprentissage. En guise d'exemple, Brousseau (1998) présente le jeu de la course à 20. Dans ce jeu, les règles définitoires sont énoncées (« réussir à dire "20" en ajoutant 1 ou 2 au nombre dit par l'autre », p. 25), puis les élèves expérimentent des stratégies qui peuvent s'avérer plus ou moins efficaces. Le jeu fournit alors une rétroaction aux élèves concernant l'adéquation des stratégies mises en place. La rétroaction est ici « une influence de la situation sur l'élève. Cette influence est reçue par l'élève comme une sanction, positive ou négative, relative à son action et qui lui permet d'ajuster cette action, d'accepter ou de rejeter une hypothèse, de choisir entre plusieurs solutions la meilleure » (Brousseau, 1998, p. 31). Ainsi, dans la course à 20, la rétroaction offerte par le jeu (l'action de jouer, de faire des choix stratégiques, etc.) permet directement de faire évoluer la stratégie et de construire des connaissances intermédiaires. On commence par se rendre compte que c'est celui qui dit 17 qui gagne, ensuite que c'est celui qui dit 14 qui gagne, etc. Ensuite, on construit des règles plus générales. Il est à noter que, lorsque la règle stratégique est reconnue (soit de se ramener dans la chaine gagnante 2-5-8-11-14-17-20), l'excitation du jeu disparait complètement et il n'y a plus tellement d'intérêt à jouer, car cette règle stratégique permet de gagner à tout coup si on commence à jouer. C'est aussi ce que disent Héroux et Proulx (2015) en s'appuyant sur les travaux de Brousseau : « Ainsi, comme le jeu a pour but l'atteinte d'une connaissance visée, il n'a pas de pérennité, car une fois le jeu réussi, une fois la connaissance développée (qui est la stratégie/solution gagnante du jeu), le jeu ne peut plus être joué, il est terminé, car le défi n'existe plus » (p. 88).

Puisque le jeu de la course à 20 réunit les cinq conditions de Faradji (2014), nous le considérons comme un jeu mathématique, même si Brousseau (1998) ne l'a pas nommé de cette façon. Il est à noter que les caractéristiques d'un jeu mathématique peuvent influencer la manière dont on y joue (quatrième définition de Brousseau, 1998). Par exemple, il est préférable qu'un jeu soit suffisamment simple pour qu'on puisse s'y engager, mais pas trop simple pour qu'on en fasse l'analyse trop rapidement et que ça provoque la « mort » du jeu sans avoir pu développer des connaissances sous-jacentes au jeu. Mais l'excitation vécue par les élèves peut aussi influencer leur manière de jouer, car l'excitation peut être telle que le simple jeu prend toute la place, sans d'autre but que le plaisir qu'elle procure (première définition de Brousseau, 1998), ce qui n'amène donc pas à développer des connaissances et à glisser vers un contrat de jeu.

Maintenant que quelques balises ont été fixées pour circonscrire ce qu'est un jeu mathématique, il convient de se pencher plus particulièrement sur le jeu probabiliste. À cet effet, nous nous intéresserons plus particulièrement à deux types de jeux décrits dans la classification d'Ascher (1998, dans Héroux et Proulx, 2015). D'un côté, il y a les jeux de hasard tels que le bingo, le pile ou face ou les dés. Ces jeux sont des jeux de hasard qu'on pourrait qualifier de « purs » dans le sens que leur issue ne dépend pas de l'habileté ou de la stratégie de la personne qui joue. Ces jeux permettent de travailler les probabilités et de faire des prédictions sur les issues les plus probables à ces jeux. Il y aurait ici une distinction à apporter entre le jeu de hasard, qui pourrait avoir un potentiel probabiliste si on n'est pas dans une posture de contrat de jeu, et le jeu probabiliste, qui a forcément une visée de développement de connaissance probabiliste. De l'autre côté, il y a les jeux de stratégie comme les jeux d'échecs ou de dame (Ascher, 1998, dans Héroux et Proulx, 2015). Contrairement aux jeux de hasard décrits précédemment, ceux-ci mobilisent des raisonnements de type « implication logique » et « on peut [y] retrouver un raisonnement qui s'enchaine pas-à-pas et un raisonnement de type combinatoire » (Héroux et Proulx, 2015, p. 687). Ces deux types de jeu impliquent alors une part de hasard, autant sur le déroulement du jeu que sur son issue : on ne peut pas connaitre à l'avance la personne gagnante, même si une personne qui joue a recours à des stratégies plus efficaces qu'une autre. La différence centrale entre les deux est que l'habileté de la personne qui joue peut influencer l'issue du jeu stratégique, mais pas du jeu de hasard.

Pour cette étude, nous définissons un jeu probabiliste comme un jeu mathématique ancré dans une situation aléatoire et dont la visée est le développement d'une connaissance probabiliste. Comme nous l'avons vu plus haut avec Brousseau (1998), des jeux de ce type ont été développés dans l'optique de placer l'élève dans des situations où la clé de la réussite au jeu est la recherche de la stratégie optimale de gagner.

Après avoir donné en exemple le jeu probabiliste Rouge ou noire (Homier et al., 2021) dans la section de mise en contexte, il convient de mentionner aussi la situation fondamentale de Brousseau et al. (2002), soit la bouteille probabiliste. Cette situation met en jeu une bouteille dont son contenu (cinq billes de deux couleurs différentes) est caché et où il est possible de voir une seule bille à la fois en retournant la bouteille. Ce jeu probabiliste est particulier puisqu'il force l'entrée par l'approche fréquentielle, étant donné qu'on ne peut pas calculer la probabilité par l'approche théorique sans avoir accès au contenu de la bouteille (Martin et Theis, 2016). Il faut donc réaliser des essais pour émettre une prédiction quant au nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille, puis mettre à l'épreuve cette prédiction en faisant ressortir une tendance dans les résultats.

Cette recherche pose donc l'objectif suivant : décrire et comprendre les enjeux du pilotage d'un jeu probabiliste en classe du primaire au niveau de la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu.

3. Considérations méthodologiques

La présente expérimentation fait partie d'un projet de recherche plus large qui s'est intéressé à des dispositifs d'aide aux élèves en difficulté intégrés dans des classes régulières du primaire. Dans le cadre de cette recherche de nature collaborative (Desgagné et al., 2001), une équipe de chercheur·es a collaboré avec des enseignantes du primaire et des orthopédagogues à élaborer des situations qui étaient ensuite pilotées en classe par les enseignantes. Dans cet article, nous allons nous centrer sur la façon dont le contexte ludique a influencé les conditions didactiques de la situation probabiliste expérimentée dans une classe multiniveau d'une vingtaine d'élèves de 4e et 5e années (10-11 ans) d'une école primaire d'un milieu rural du Québec.

La planification de la situation « Pile ou face ? » à expérimenter a été réalisée lors d'une demi-journée, en présence du deuxième auteur de cet article, de l'enseignante de la classe et de l'orthopédagogue de l'école. Le problème suivant a été élaboré pour être présenté aux élèves : « On jette deux pièces de monnaie. Lequel des évènements suivants est le plus probable : obtenir deux fois le côté face, obtenir deux fois le côté pile ou obtenir un côté pile et un côté face ? ».

Lors de cette rencontre de planification, nous avons élaboré un déroulement possible qui incluait les moments suivants : 1) la présentation de la consigne et la réalisation, par l'enseignante, du jeu à une reprise en grand groupe afin de s'assurer d'une compréhension commune du jeu; 2) l'élaboration d'une prédiction initiale intuitive; 3) la réalisation de 10 essais en équipes; 4) la discussion en grand groupe des résultats obtenus dans les sous-groupes avec l'émission de premières prédictions sur les probabilités sous-jacentes; 5) la réalisation en sous-groupe d'un nombre plus grand d'essais — 50 au total dans chaque équipe; 6) la discussion en grand groupe des résultats obtenus avec un raffinement des prédictions par les fréquences observées; 7) la mise en commun des essais réalisés par chacun des groupes — 500 essais en tout; 8) l'élaboration d'une prédiction finale sur les probabilités sous-jacentes à partir des fréquences obtenues; puis 9) l'élaboration en grand groupe d'un arbre des probabilités afin de déterminer une probabilité précise.

La situation a ensuite été expérimentée par l'enseignante en classe, avec le soutien de l'orthopédagogue qui était également présente. Pour l'enregistrement vidéo de la séquence en classe, nous avons utilisé deux caméras : une première avec un plan large pendant les plénières et qui suivait l'enseignante lorsqu'elle intervenait dans les travaux de groupe et une deuxième avec un plan fixe sur une équipe de deux élèves. Des transcriptions ont été réalisées pour l'ensemble des enregistrements. Pour des fins d'analyse, nous avons considéré à la fois ce qui s'est passé dans les plénières et les interactions des deux élèves filmées lors du travail d'équipe.

Dans la section des résultats, les interactions d'une équipe de deux élèves sont analysées, pour faire ressortir la tension entre un contrat de jeu (notamment par la manifestation des élèves dans le jeu) et une réflexion probabiliste sur ce jeu. À la suite d'une analyse fine des transcriptions verbatim et de discussions entre les chercheurs, une catégorisation émergente nous a permis de faire ressortir quatre types d'enjeux qui seront présentés à la section suivante. Préalablement, afin de bien situer la situation expérimentée, nous allons en faire une analyse a priori, en suivant le modèle d'Assude et al. (2011), qui inclut une analyse ascendante, une analyse descendante, puis une analyse des problèmes professionnels[1]. Nous allons d'abord en faire une analyse ascendante, en précisant les tâches qui la composent et les techniques possibles pour travailler ces tâches. Ensuite, l'analyse descendante servira à situer les concepts à l'étude selon les attentes institutionnelles. Finalement, nous allons décrire quelques problèmes professionnels liés à des enjeux conceptuels susceptibles d'être soulevés par cette situation.

3.1 Analyse ascendante

L'une des caractéristiques de cette situation est que l'on ne veut pas seulement expérimenter le jeu lui-même, mais particulièrement tester l'efficacité de stratégies appliquées à ce jeu. Dans une telle situation « à double détente » (Thibault, 2021), il ne s'agit donc pas de rechercher la probabilité de gagner, mais de définir un ensemble de stratégies puis, parmi celles-ci, de chercher celle qui procure la probabilité la plus élevée de gagner.

Une autre caractéristique de cette situation est son aspect contre-intuitif. En effet, elle présente trois issues possibles, mais ces issues ne sont pas toutes équiprobables. En effet, l'évènement « un côté pile et un côté face » peut être

[1] Ce cadre d'analyse n'est pas détaillé davantage dans cet article puisqu'il a fait l'objet d'une publication précédente (Assude et al., 2011).

obtenu de deux manières différentes : 1) pile sur la pièce A et face sur la pièce B ou encore 2) face sur la pièce A et pile sur la pièce B alors que les évènements « deux côtés pile » et « deux côtés face » ne peuvent être obtenus que d'une seule manière. Il en résulte une probabilité de ¼ respectivement pour les évènements « deux côtés pile » et « deux côtés face » ainsi qu'une probabilité de 2/4 pour l'évènement « un côté pile et un côté face ». Il est à noter que, dans le titre du jeu proposé par l'enseignante, « Pile ou face ? », on évoque une expérience aléatoire simple (une seule étape) alors que le lancer de deux pièces de monnaie correspond plutôt à une expérience aléatoire composée (avec deux étapes dans ce cas). Le titre pourrait donc amener les élèves à confondre un évènement composé avec un évènement simple.

La situation planifiée comprend essentiellement six types de tâches, qui sont décrites dans te Tableau 1.

Tableau 1. Description des 6 tâches liées au jeu probabiliste

Tâche	Description
T0	Émettre une prédiction initiale intuitive concernant l'évènement le plus probable
T1	Réaliser une expérimentation en lançant deux pièces de monnaie
T2	Constater et noter le résultat d'un essai
T3	Compiler les résultats de l'expérimentation
T4	Émettre une prédiction sur la probabilité sous-jacente de chacun des évènements
T5	Calculer la probabilité de chacun des évènements

Regardons maintenant quelles sont les différentes techniques qui peuvent être mises en place pour travailler ces tâches. Pour T0, à l'instar de l'approche subjective, les élèves se basent sur les informations disponibles à un moment donné, incluant leurs expériences vécues dans des situations similaires, ce qui les amène à émettre une prédiction. Cette prédiction intuitive pourrait être erronée et sera mise à l'épreuve dans les tâches suivantes.

Pour T1, il est prévu que les élèves disposent de deux pièces de monnaie. Différentes techniques de lancer peuvent être mises en place. Ces techniques n'ont en soi aucune influence sur l'issue du résultat, pour autant qu'elles soient effectuées de manière à obtenir un résultat qui ne peut être prévu (ou contrôlé). Par ailleurs, il est possible de lancer simultanément les pièces ou encore de les lancer l'une après l'autre. Ce choix de lancer simultanément ou non les pièces n'influence toutefois pas l'issue de l'expérimentation.

Pour T2, il suffit de lire le résultat des lancers en vérifiant quel côté de chacune des pièces est visible après le lancer. Il est toutefois important de considérer ici que pour l'évènement « un côté pile » et « un côté face », il s'agit du même résultat peu importe l'ordre de la pièce qui arbore « pile » ou « face » (pile-face ou face-pile). Après avoir constaté le résultat obtenu, il faut le noter. Les élèves doivent ainsi mettre en œuvre une technique pour garder une trace des expérimentations réalisées. Ils pourraient alors garder des traces en marquant chaque essai d'un trait (ou d'un crochet) dans la colonne appropriée d'un tableau à trois colonnes (pile-pile, face-face, pile-face). Ils pourraient aussi écrire chacun des essais en les marquant des acronymes PP, PF ou FF. Cette option comporterait toutefois l'enjeu de décider s'il faut considérer conjointement les configurations PF et FP ou s'il faut les compter séparément. Ensuite, ils doivent garder une trace du nombre total d'essais réalisés afin d'arrêter leurs expérimentations au nombre demandé (10 ou 50).

Quant à T3, si les résultats ont été notés efficacement dans la tâche précédente, les élèves n'ont qu'à dénombrer les occurrences de réalisation de chaque évènement.

La tâche T4 demande d'émettre une prédiction sur la probabilité sous-jacente à la situation. Tout comme dans T0, les élèves pourraient demeurer dans une prédiction intuitive, mais il est aussi possible de s'appuyer sur des résultats obtenus par les essais pour fournir une prédiction éclairée. Les élèves pourraient alors convertir l'effectif obtenu après un nombre donné d'essais en fréquence, c'est-à-dire une fraction dans laquelle le dénominateur correspond au total des essais réalisés et le numérateur aux essais favorables obtenus, puis utiliser cette fraction comme estimation de la probabilité sous-jacente. Il est important de noter ici que chaque fois que cette compilation est réalisée, le nombre d'essais inclut tous les essais réalisés précédemment. De manière moins précise, il serait également envisageable de convertir l'effectif obtenu en fraction approximative et d'utiliser celle-ci comme estimation de la probabilité. Évidemment, ces deux techniques sont plus ou moins précises selon le nombre d'essais qui ont été réalisés auparavant : selon la loi des grands nombres, la réalisation d'essais permet, à mesure que la fréquence se stabilise, d'inférer la probabilité associée à un évènement avec un niveau de confiance qui augmente en même temps que s'accroit le nombre d'essais.

Pour T5, différentes techniques sont possibles pour calculer la probabilité de chacun des évènements. Tout d'abord, des élèves pourraient faire un arbre des probabilités, qui permettrait d'accéder directement à la probabilité d'un évènement par le rapport entre le nombre de cas favorables de cet évènement et le nombre de cas possibles. Or, ces techniques (reliées à l'approche théorique) sont ici peu plausibles de se produire par les élèves puisque la consigne de la situation demande explicitement de faire des expérimentations (dans l'approche fréquentielle). Il serait possible que des élèves remarquent qu'il y a quatre résultats possibles (PP, PF, FP et FF) et attribuent les probabilités correspondantes, sans nécessairement avoir recours à des représentations mathématiques comme l'arbre des probabilités ou le tableau à double entrée.

Cette analyse ascendante révèle quelques particularités de cette situation. Ainsi, ce sont toujours les mêmes tâches qui se répètent tout au long de la situation : le côté répétitif est nécessaire pour générer un grand nombre d'essais. En même temps, les tâches T1 à T3 ne permettent pas une grande variété de techniques différentes et le choix de celles-ci n'a pas d'influence sur le résultat final. Elles ne devraient pas non plus poser une difficulté conceptuelle à l'élève qui devrait les maitriser à ce moment de sa scolarité. Finalement, T4 se distingue par son caractère évolutif. Réalisée à plusieurs moments de la situation proposée, une prédiction est susceptible de changer au fur et à mesure que la situation avance. Ces changements ne s'expliquent toutefois pas par le recours à des techniques différentes au fil de l'évolution de la situation, mais plutôt par le fait que les résultats obtenus (fréquences observées par l'expérimentation) tendent à s'approcher des probabilités lorsque le nombre d'essais augmente.

Il nous semble également important de préciser qu'à l'instar de toutes les situations de probabilités qui impliquent des expérimentations, la rétroaction qu'offre la situation est plutôt diffuse. En effet, en raison du caractère aléatoire de la situation, la même action ne donne pas nécessairement le même résultat. Dans un jeu probabiliste, par sa nature, la rétroaction est différente, plus floue que dans d'autres jeux mathématiques. Par ailleurs, au bout d'un certain temps, il faut que l'élève se rende compte que certaines options du jeu « Pile ou face ? » surviennent plus fréquemment dans les résultats que d'autres. Cette réalisation prend cependant du temps et ne peut pas se faire à partir d'un seul essai. Au contraire, dans le jeu de la course à 20, il est possible de se rendre compte d'un point de vue théorique que 17 fait toujours gagner parce qu'on voit bien que, peu importe ce que l'autre joueur se va faire, on peut arriver à 20. Ce moment de « révélation » est plus difficile dans le cas d'un jeu probabiliste. La situation proposée répond ainsi plus difficilement à la définition que « [l]e jeu doit être tel que la connaissance apparaisse [sous] la forme choisie, comme la solution ou comme le moyen d'établir la stratégie optimale » (Brousseau, 1998, p. 80). Par ailleurs, contrairement à la course à 20, le recours à la stratégie optimale dans le jeu probabiliste ne permet pas nécessairement de gagner, en raison du caractère aléatoire de la situation.

De plus, l'important n'est pas autant dans la solution en elle-même, soit de reconnaitre que l'option « un pile et un face » est plus probable, que dans le processus. En effet, pour favoriser le développement de la pensée probabiliste, c’est davantage le processus qui importe, par le questionnement sur le nombre d’essais, par la prise de conscience que la stabilisation des fréquences vers la probabilité, par l’importance des allers-retours entre les prédictions et les essais réalisés, puis par l’utilisation de représentations variées et d’explications pour expliquer le raisonnement théorique.

3.2 Analyse descendante

L’enseignement des probabilités au Québec se distingue entre autres par le fait qu’il commence dès le début de l’école primaire, alors que les programmes de formation (Gouvernement du Québec, 2006) prescrivent que les élèves soient confrontés à des concepts de base liés aux phénomènes aléatoires dès la première année (élèves de 6-7 ans). Dès les premières expérimentations, les élèves sont amenés à dénombrer les résultats d’une expérience aléatoire. Toutefois, cette démarche n’est structurée dans un tableau ou un diagramme en arbre qu’à partir des attentes à l’égard des élèves du deuxième et du troisième cycle du primaire (élèves de 8-12 ans). C’est également au deuxième et au troisième cycle que les élèves sont amenés à déterminer une probabilité qu’un évènement se produise. En effet, cette probabilité s’appuie sur des écritures fractionnaires, qui se développent parallèlement dans le domaine de l’arithmétique à cet âge (Gouvernement du Québec, 2006; Martin et al., 2019). L’articulation des approches fréquentielle et théorique y apparait toutefois de manière indirecte, puisque le programme le formule sous forme de « comparaison des résultats d’une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus » (Gouvernement du Québec, 2006, p. 138). Il n’y est donc pas nécessairement question de dégager une probabilité à partir d’une fréquence obtenue, comme ce sera le cas dans notre situation, mais plutôt de comparer les résultats avec des résultats théoriques déjà connus. Par ailleurs, il convient de mentionner que la loi des grands nombres, même si elle est centrale à l’articulation des approches théorique et fréquentielle et permet de découvrir la règle stratégique dans le jeu probabiliste, n’apparait pas du tout (pas même implicitement) dans les programmes de formation.

La Progression des apprentissages au primaire (Gouvernement du Québec, 2009) n’est pas plus explicite concernant l’articulation des approches fréquentielle et théorique puisqu’elle se limite elle aussi à la comparaison « des résultats d’une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus » (p. 21). Ce document précise toutefois la forme que doivent prendre les écritures probabilistes : « [u]tiliser la notation fractionnaire, la notion décimale ou le pourcentage pour quantifier une probabilité » (p. 21) est l’un des concepts et processus attendus au troisième cycle du primaire (élèves de 10-12 ans). L’approche subjective apparait explicitement seulement dans les documents ministériels du secondaire, mais on en retrouve des traces implicites dans la Progression des apprentissages du primaire lorsqu'il est question de raisonnement intuitif et de prédiction.

La situation que nous avons élaborée se situe donc à l'intérieur des attentes des documents ministériels. En effet, comme les probabilités ont été au programme des années précédentes, on peut s'attendre à ce que les élèves de 4e et 5e années soient déjà familiers avec certaines situations impliquant le hasard, notamment en ayant fait des expériences aléatoires, en ayant noté les résultats obtenus et en ayant rencontré la notation fractionnaire (et décimale et pourcentage) pour exprimer des probabilités. Toutefois, tel que mentionné précédemment, inférer une probabilité inconnue au départ à partir de la réalisation d'une expérimentation n'est pas mentionné explicitement dans les programmes, même si cet objet nous semble à la portée des élèves.

3.3 Analyse des problèmes professionnels liés à des enjeux conceptuels

Si l'articulation des approches fréquentielle et théorique dans l'enseignement des probabilités est souvent mise de l'avant dans les recherches (Batanero, 2014; Batanero et Diaz, 2012; Jones et al., 2007), ces travaux ne se penchent généralement pas sur la façon d'opérationnaliser cette articulation (Martin et Theis, 2016). Cette articulation des approches est toutefois nécessaire afin de permettre aux élèves de faire des prédictions sur une probabilité, par exemple à partir de fréquences obtenues lors d'une expérimentation.

Ainsi, l'une des caractéristiques de l'approche fréquentielle est qu'elle inclut une variabilité inhérente. Ainsi, d'une série d'expérimentations à l'autre, l'application d'une même technique ne produit pas toujours le même résultat. Cette variabilité peut alors devenir un enjeu pour l'enseignante dans la gestion didactique de la situation. En effet, après la première série de 10 essais de la situation proposée dans cet article, il ne serait pas surprenant que les résultats entre les différentes équipes soient fort différents. Il est alors possible que certaines équipes tirent des conclusions de nature différente que d'autres équipes à partir d'un petit nombre d'essais. Cette différence risque toutefois de s'estomper au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente.

Il n'est pas évident non plus d'émettre une prédiction quant aux probabilités sous-jacentes à partir de résultats d'expérimentation. Avec un nombre suffisamment élevé d'essais, il est fort probable de dégager une tendance que l'évènement « un pile et un face » survienne plus fréquemment que chacun des deux autres évènements. Toutefois, il est difficile de réaliser le passage à la probabilité à partir de ces fréquences. En effet, les fractions obtenues par l'expérimentation ne correspondent probablement pas exactement à celles des probabilités sous-jacentes à la situation et qui peuvent être déterminées à l'aide d'un arbre de probabilités, par exemple. L'enseignante n'a alors comme seul choix de passer par le constat que les fréquences observées correspondent à peu près aux probabilités. Ce constat est toutefois rendu plus difficile par l'absence, dans les programmes, de la loi des grands nombres, qui n'y apparait que de manière implicite, mais qui est essentielle pour comprendre le lien entre les probabilités et les fréquences.

4. Résultats

Pour un aperçu du déroulement de la situation, un synopsis se trouve en annexe. Dans l'ensemble, un premier regard sur la leçon d'environ 56 minutes permet de voir des élèves qui sont engagés, émettent des prédictions, manipulent du matériel et construisent un arbre des probabilités. Toutefois, en analysant cette leçon de manière plus approfondie, on retrouve une tension entre un contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu. Les enjeux qui en découlent sont parfois liés au pilotage de la leçon par l'enseignante ainsi qu'aux actions déployés par les élèves, mais loin de nous l'idée de critiquer le travail de l'enseignante ou celui des élèves. Il convient plutôt de faire ressortir les difficultés de saisir dans l'action les opportunités pour favoriser une réflexion probabiliste afin d'éviter que les élèves se placent dans un contrat de jeu. Cette analyse nous permet d'ailleurs d'offrir de manière constructive des pistes pour prendre en compte les enjeux relevés (sous-section 5.3).

En guise de brève analyse a posteriori des six tâches liées au jeu probabiliste (voir tableau 1), les élèves ont été en mesure d'aborder les tâches T0 à T3 (prédiction initiale, lancer, noter et compiler) par les techniques anticipées, mais dans une optique de contrat de jeu plutôt que d'une réflexion probabiliste sur ce jeu. La tâche T4 (prédiction éclairée) n'a pas été mise de l'avant explicitement, car les élèves n'ont pas eu l'opportunité de revenir sur leur prédiction. En ce qui concerne la tâche T5 (calcul), elle a principalement été gérée par l'enseignante qui a construit l'arbre des probabilités, sans trop donner l'occasion aux élèves de s'y investir. D'ailleurs, les tâches T4 et T5 n'ont pas été annoncées dans la démonstration et explication du jeu. Les prochaines sous-sections permettent de rendre compte des actions réalisées par les élèves et l'enseignante dans le jeu probabiliste.

Afin de structurer la présentation des résultats, nous faisons ressortir quatre catégories d'enjeux du pilotage en classe du jeu probabiliste qui ont contribué à la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu : 1) présentation de la situation comme un jeu; 2) excitation liée au jeu chez les élèves; 3) enjeux liés aux modalités du jeu proposées par l'enseignante; 4) difficultés de ramener la situation à une situation mathématique et de se distancier des résultats. Ces résultats s'accompagnent d'extraits en classe, notamment des propos de l’enseignante, de l’orthopédagogue et des élèves ciblés Nadège et Fannie (pseudonymes).

4.1 Présentation de la situation comme un jeu

Au début de la situation, l’enseignante commence par annoncer qu’« on va faire un jeu cet après-midi : pile ou face ». Dès le départ, elle se positionne ainsi dans un contrat de jeu puisqu’elle présente la situation non pas comme une situation mathématique ou de probabilités, mais comme un jeu. Par la suite, elle annonce d’autres éléments liés au déroulement de la situation : « On va faire un jeu de pile ou face [...] Je vais vous donner une feuille, et vous allez devoir compiler vos tirages [...] chaque équipe aura un tableau comme ça, c’est pour vous aider à compiler ». Ensuite, l’enseignante propose à l’orthopédagogue de faire un exemple au tableau. « Donc, j’ai deux 25 sous. Je les lance en même temps [les pièces semblent être tombées au sol] et je note, d’accord, sur quoi ils vont être arrivés. D’accord ? Donc j’ouvre. Ici, j’ai pile-pile ». L’orthopédagogue constate le résultat (pile-pile), et explique qu’elle va faire un crochet dans la rangée prévue pour compiler les essais « pile-pile ». Les feuilles sont ensuite distribuées.

Dans cette première approche de la situation, plusieurs constats s’imposent. Tout d’abord, comme mentionné plus haut, l’enseignante installe les élèves dans un contrat de jeu, par sa dimension ludique. Or, pour l’instant, le but du jeu n’est pas encore expliqué aux élèves. D’une certaine manière, l’enseignante énonce une série de règles définitoires (Sensevy, 2012) de la situation aux élèves, mais sans que le but du jeu ne soit clair. D’ailleurs, même à ce stade-ci, la situation n’est pas encore située ni à l’intérieur des probabilités, ni même à l’intérieur du domaine des mathématiques. Les seules informations qui sont fournies sont d’ordre procédural (il faut faire des essais et les compiler), mais elle ne donne pas d’informations ni sur la façon de gagner au jeu annoncé, ni sur la nécessité de faire une prédiction de l’issue la plus probable. Le but du jeu annoncé reste ainsi implicite, ce qui rend difficile l’élaboration de règles stratégiques par les élèves et, ultérieurement, la distanciation de la situation.

Après la distribution des feuilles de travail, l’enseignante donne quelques informations concernant le déroulement de la situation (elle demande d’inscrire sur la feuille quel côté de la pièce de monnaie correspond à pile et lequel correspond à face) et elle démarre le travail en dyade avec la consigne suivante : « J’aimerais qu’en équipe vous déterminiez une case, par exemple, dire : moi, je pense qu’après nos essais, on va avoir plus de pile-pile. Donc, [...] si je crois à ça, je vais écrire mon nom à côté. ». Elle s’adresse ensuite à l’orthopédagogue : « Penses-tu que c’est pile-face ou face-face qui va gagner le plus souvent ? » et elle demande aux élèves d’émettre une prédiction : « Qui va gagner ? C’est parti ! ».

À la suite de ces explications supplémentaires, les intentions du jeu restent implicites. L'enseignante a maintenant précisé qu'il faut prédire quelle configuration sera la plus fréquente, en se basant sur une croyance, et elle introduit ensuite l'idée de gagner à l'activité, sans préciser si c'est une configuration (la plus fréquente) qui « gagne » ou encore si c'est l'élève qui a fait une bonne prédiction qui « gagne ». Cette nuance n'est pas anodine puisque, selon l'interprétation qu'en font les élèves, le lien entre les probabilités théoriques et les fréquences obtenues est plus ou moins difficile. En effet, pour les élèves qui comprennent que c'est la personne qui fait la « bonne » prédiction qui gagne, on se retrouve dans un pari dans lequel on mise sur une combinaison en espérant que celle choisie soit la plus fréquente. Par contre, pour les élèves qui comprennent qu'il faut déterminer la combinaison qui gagne le plus souvent, le lien entre les résultats obtenus et les probabilités théoriques sous-jacentes est probablement plus facile à faire.

Ce n'est qu'après que les élèves ont fait, en équipe, une prédiction initiale sur « qui va gagner », que la tâche est énoncée pour la première fois de manière complète, lors d'un retour par l'enseignante : « À main levée, qui pensez-vous qui a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face… ou c'est pareil ? ». C'est ainsi dans cet extrait qu'elle situe pour la première fois la situation dans le cadre d'un vocabulaire probabiliste (« les chances de gagner »). Certains élèves réalisent ensuite leurs essais et l'enseignante s'adresse à nouveau au groupe : « Est-ce qu'il y en a qui ont gagné leur prédiction ? ».

Dans cet extrait, plusieurs ambigüités sur la finalité du jeu persistent toutefois. Ainsi, la première question concernant la plus grande « chance » de gagner n'est plus posée en termes de l'occurrence la plus fréquente, mais plutôt de la probabilité la plus élevée de gagner ? Par ailleurs, cette question laisse sous-entendre que c'est l'occurrence la plus fréquente au jeu qui « gagne » ou qui a « le plus de chances de gagner ». Or, par la suite, la question de savoir si des élèves ont gagné leur prédiction se situe à nouveau dans une perspective d'un élève qui gagne une prédiction qu'il a faite initialement.

D'ailleurs, dans l'équipe de Nadège et Fannie, cette ambigüité se traduit aussi dans les échanges des coéquipières. À la suite de la question de l'enseignante pour savoir s'il y en a qui ont gagné leur prédiction, Fannie lève la main, mais Nadège lui fait signe que non, car elles ont obtenu seulement 2 essais sur 10 correspondant à leur prédiction. Fannie lui répond : « Tu as gagné là » (en désignant un des essais qui correspond à leur prédiction initiale). Ici aussi, il y a donc un glissement entre le fait de faire une bonne prédiction dans un essai isolé et de prédire l'évènement qui sera le plus fréquent au bout d'une série d'essais.

4.2 Excitation liée au jeu chez les élèves

Dans une autre catégorie d'enjeux du pilotage en classe, nous avons pu observer tout au long de l'expérimentation diverses réactions des élèves, soit des manifestations d'excitation qui amènent même une élève à tricher pour gagner à tout prix.

Lors de la réalisation de cette tâche pour les 10 premiers essais, des élèves expriment des réactions émotives qui sont des manifestations du contrat de jeu. Dès le premier essai, l'équipe formée par Fannie et Nadège obtient « pile-pile » et Fannie est déçue (« Ah non ! »). Son langage non verbal exprime qu'elle est découragée (elle se tient la tête) parce que cela ne donne pas le résultat espéré correspondant à sa prédiction, soit « un pile et un face ». Elle se place ainsi dans un contrat de jeu sous une dimension de volonté de gagner, où elle a misé sur un évènement et qu'elle perd si ce n'est pas celui-là qui survient. Après le quatrième essai (pile-pile), elles expriment encore de la déception et Nadège dit « On aurait dû faire [la prédiction] pile-pile, mais ça aurait été face-face ». Ces propos suggèrent que Nadège s'attribue une malchance digne d'une malédiction qui les empêcherait de gagner peu importe leur prédiction. Après le cinquième essai, Fannie exprime encore de la déception (« Aaaah! Mais non ! »), alors elles restent prises dans une dynamique de perdre ou de gagner, sans entrer dans une réflexion probabiliste. Au septième essai (toujours pas de pile-face), les pièces sont lancées une à la fois et, après avoir obtenu face, Fannie dit « Caribou, caribou » (qui correspond à pile), dans une tentative de contrôler le hasard en nommant le résultat qu'elle souhaite obtenir. Aux huitième et neuvième essais, elles obtiennent enfin « pile-face » et sont contentes (« Ouiii ! »). Un peu plus tard, Nadège dit « Coup de chance » avant de lancer les pièces, comme si elle espérait que ces paroles allaient exercer un certain contrôle pour lui porter chance. Lorsque l'orthopédagogue leur demande comment ça se passe, elles répondent : « Pas très bien », ce qui renforce l'idée qu'elles se placent dans un jeu différent (gagner leur prédiction) à celui prévu (déterminer l'évènement le plus probable).

Lors de la réalisation des 40 essais supplémentaires, nous avons à nouveau perçu des manifestations de réactions émotives et d'excitation chez Nadège, mais surtout chez Fannie. Ces réactions qui perdurent dans le temps prennent parfois la forme de langage verbal, soit des exclamations positives en obtenant « un pile et une face » (beaucoup de « Oui ! », surtout quand elles obtiennent une série d'essais favorables où Fannie dit même « On a rattrapé ») ou des exclamations négatives sinon. Le langage non verbal est aussi bien présent pour appuyer les réactions, par exemple lorsqu'elles lèvent les bras, tapent des mains et sourient en obtenant « un pile et une face » ou baissent la tête, se cachent les yeux et se prennent la tête sinon.

D'ailleurs, Nadège veut tellement que sa prédiction se réalise qu'elle est prête à tricher à trois reprises, mais Fannie ne la laisse pas faire. En effet, à l'un de ces moments, elle dit : « On triche » et lance les pièces une à la fois, puis retourne la deuxième pièce qui ne lui convient pas, mais Fannie n'en tient pas compte et note le résultat (perdant). Donc, ces deux élèves sont bel et bien centrées sur le jeu, mais dans un contrat de jeu porté par la volonté de gagner, ce qui les amène à exprimer une excitation sur les résultats d'essais individuels réalisés et non pas pour les connaissances sous-jacentes au jeu probabiliste.

4.3 Enjeux liés aux modalités du jeu proposé par l'enseignante

Notre analyse révèle aussi des enjeux liés aux modalités du jeu proposées par l'enseignante. En effet, considérant ces modalités, les élèves sont actifs, mais ils ont peu de contrôle sur la situation. D'une part, les élèves sont amenés à émettre une prédiction initiale de façon intuitive. Après quelques minutes accordées à l'explication des règles définitoires et des consignes (par exemple, comment noter les résultats, comment lancer les pièces de monnaie, etc.), l'enseignante n'a pas encore annoncé que le but du jeu est de connaitre l'évènement le plus probable (en observant l'évènement le plus fréquent dans les expérimentations). On peut se demander sur quoi les élèves peuvent appuyer leur prédiction initiale. Est-ce un choix fait au hasard ? Sans intention précise ou réflexion sur laquelle s'appuyer, il ne faut donc pas s'étonner que les élèves définissent leur propre visée pour le jeu. Par ailleurs, lorsque l'intention du jeu est finalement révélée, l'enseignante demande aux élèves de choisir une configuration qui ressortira le plus souvent, l'option de l'équiprobabilité n'est pas proposée. Ce n'est qu'après que les élèves ont fait leur choix que l'enseignante précise la consigne : « Qui pensez-vous a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face ou c'est pareil » ? Or, comme les élèves ont déjà fait leur choix, il est peu probable qu'il y en ait maintenant qui considèrent l'équiprobabilité comme une option.

D'autre part, lorsque les élèves ont choisi l'évènement parmi les trois options disponibles (PP, PF et FF), ils n'ont plus la possibilité par la suite de changer ce choix et ils ne peuvent qu'espérer gagner avec le choix initial. Les contraintes énoncées par l'enseignante empêchent ainsi de réévaluer la prédiction initiale, ce qui ne favorise pas l'idée de trouver la stratégie optimale dans une situation à double détente. Lors du retour, l'enseignante demande : « Donc on a fait 10 essais. Est-ce qu'il y en a qui ont gagné leur prédiction ? ». Ce retour sur la prédiction par l'enseignante est à nouveau formulé dans l'idée de gagner ou de constater si on avait raison plutôt que d'évaluer si les trois options ont les mêmes probabilités de se produire, puis de revoir leur stratégie.

Il y a donc un glissement entre la tâche telle que nous l'avions planifiée et la façon dont elle a été présentée aux élèves. Ce glissement se traduit surtout par le but annoncé pour la situation : dans la classe, les élèves doivent miser sur un évènement et ne peuvent plus revenir sur leur choix. Ils sont donc dans une optique où ils gagnent si les résultats obtenus confirment le choix qu'ils avaient pris initialement, sans entrer dans une réelle réflexion mathématique qui leur permettrait d'avoir une prise sur la situation.

4.4 Difficultés de ramener la situation à une situation mathématique et de se distancier des résultats

Dans une situation probabiliste, le retour visant à articuler l'approche fréquentielle avec l'approche théorique (par la loi des grands nombres) est loin d'être facile à piloter, mais ce retour est sans doute encore plus difficile après que la situation a été présentée comme un jeu (4.1), qu'une excitation liée au jeu ait pris le dessus (4.2) et lorsque les modalités du jeu proposées ne favorisent pas une réelle réflexion mathématique (4.3). Notre analyse fait ainsi ressortir une tension qui s'est installée entre un contrat de jeu et un objectif plus large de prendre du recul par rapport aux essais en raisonnant sur un grand nombre d'essais. En effet, nous observons une rupture dans le déroulement de la séance : les élèves sont d'abord amenés à jouer à un jeu et on leur demande ensuite de faire un travail mathématique, mais sans que cela ne se fasse simultanément.

Nous allons maintenant faire ressortir plus précisément les difficultés de l'enseignante à ramener la situation à une situation mathématique et à amener les élèves à se distancier des résultats. Ces difficultés sont apparues lorsque l'enseignante a présenté les outils mathématiques 1) pour compiler tous les essais du groupe; 2) pour transformer les fréquences obtenues en pourcentages; 3) pour construire le diagramme en arbre; et 4) pour aborder implicitement l'idée de la loi des grands nombres.

Après que toutes les équipes ont réalisé leur échantillon de 10 essais et leur échantillon de 40 essais, l'enseignante leur demande : « Comment on va faire pour déterminer celui qui avait vraiment le plus de chance de gagner ? ». Cette question est formulée au passé, ce qui n'est pas tout à fait neutre, car cela suggère de réfléchir sur la probabilité théorique telle qu'elle se présentait initialement plutôt que d'inférer une probabilité théorique à partir des fréquences observées pour faire le lien entre les approches fréquentielle et théorique. Ici, le questionnement vise à prendre du recul par rapport au jeu, mais Nadège répond « Bien tu regardes celui que tu avais le plus tantôt [...], c'était pile-pile tantôt qui gagnait » en se fiant à l'évènement obtenu le plus fréquemment, sans parvenir à se détacher de ses échantillons dont la taille est limitée (10 essais et 40 essais). Par la suite, c'est l'enseignante qui suggère une « manière plus mathématique » en amenant l'idée qu'il faut « compiler vos résultats dans le tableau ». Ainsi, l'enseignante propose aux élèves de compiler tous les essais au tableau, soit les 50 essais de chacune des 10 équipes, puis de « calculer pour voir [le résultat final] ». À l'aide d'une calculatrice, elle additionne les effectifs obtenus pour chaque évènement et obtient ces résultats : 131 pile-pile, 251 pile-face et 118 face-face. L'enseignante annonce alors que pile-face « a gagné ».

L'enseignante demande ensuite de transformer les fréquences (exprimées en fractions) en pourcentages. Par des approximations, elle trouve des fractions « équivalentes » et transforme en pourcentages en effectuant une division par la calculatrice : 131/500 ≈ 130/500 = 26 % pile-pile; 251/500 ≈ 250/500 = 50 % pile-face; 118/500 ≈ 120/500 = 24 % face-face. À partir des résultats affichés au tableau, illustrés dans la figure 1, l'enseignante demande ensuite : « Qui avait finalement le plus de chances de gagner ? », ce qui suggère qu'elle veut amener les élèves vers un raisonnement théorique. Les élèves semblent bien comprendre que c'est pile-face, mais ne parviennent pas à expliquer pourquoi. L'enseignante explique alors : « En premier lieu, quand on a fait 10 essais, ce n'était pas concluant. Mais là, avec toute la classe, on s'est rendu à 500 essais et on est arrivé à ces chiffres-là. [...] Donc, pile-face a vraiment remporté haut la palme ». Toutefois, l'explication des résultats n'est pas facile pour les élèves. Ils ne convoquent pas d'arguments qui leur permettraient de faire le lien avec les probabilités théoriques, mais plutôt des conceptions probabilistes (par exemple, « pile-face a gagné parce qu'il y a plus de personnes qui croyaient que c'est lui qui allait gagner »).

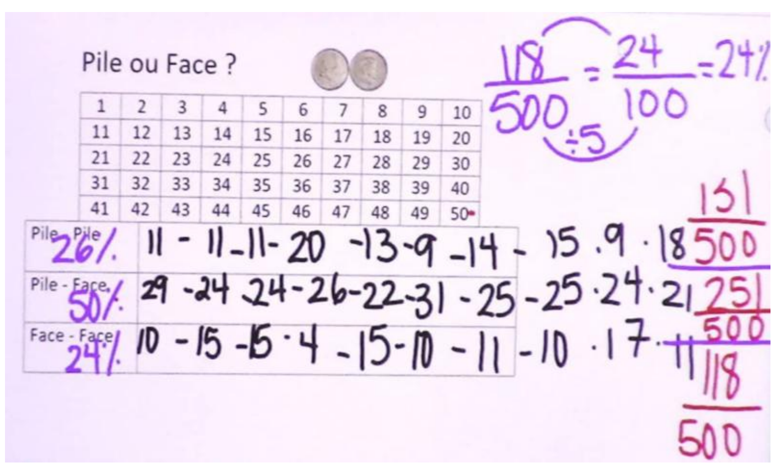


Figure 1. Fréquences en fractions et en pourcentages des 500 essais réalisés par les élèves, compilés par l'enseignante

C'est donc l'enseignante qui guide vers un raisonnement théorique. Elle propose d'y aller « étape par étape » et demande à Fannie « C'est quoi nos possibilités qu'on avait avec ce premier 25 sous-là ? ». L'enseignante construit alors progressivement le diagramme en arbre (voir figure 2) sans faire appel à la mémoire didactique des élèves et leur demande « pile-face, face-pile est-ce que ça change quelque chose ? ». Cette question pourrait être interprétée de deux façons : cela change quelque chose parce que ce sont deux résultats distincts (PF et FP) ou encore cela ne change rien parce que cela revient au même évènement (un pile et un face). Dans tous les cas, la complexité de reconnaitre les quatre issues possibles de deux pièces de monnaie (PP, PF, FP et FF), liées à trois évènements (deux pile, un pile et un face, deux face) pose problème chez les élèves. L'explication est ensuite portée par l'enseignante : « face-pile et pile-face [sont] comme ensemble, ils combinent leur chance ». Par cette verbalisation, l'enseignante veut expliquer que l'évènement « un pile et un face » (représenté à maintes reprises par « pile-face ») est en fait composé de deux cas possibles, soit PF et FP si on ordonne les deux pièces de monnaie.

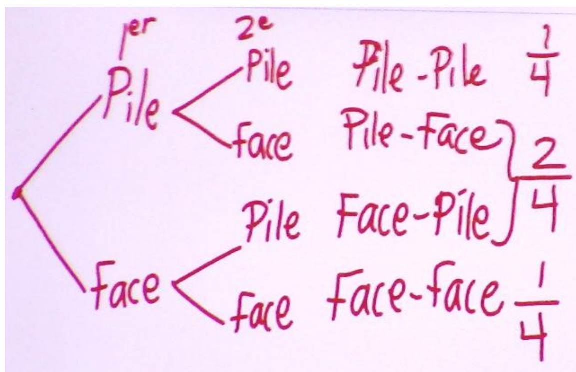


Figure 2. Diagramme en arbre de la situation, produit par l'enseignante

Ensuite, l'enseignante fait ressortir que les probabilités théoriques sont de $\frac{1}{4}$ ou 25 % pour pile-pile, $\frac{2}{4}$ ou 50 % pour pile-face (ou face-pile), puis $\frac{1}{4}$ ou 25 % pour face-face, sans remettre en contexte ces évènements. Ces probabilités sont très près de ce qui avait été obtenu pour 500 essais (26 %, 50 % et 24 %). Fannie dit alors « Mais c'est de la magie ! », ce qui suggère que cette stabilisation des fréquences vers les probabilités est étonnante. Quand un élève dit que ça aurait dû donner 25 % au lieu de 26 %, l'enseignante répond : « Oui, mais c'est normal que ça varie un petit peu. Puis, si on voulait que ça varie encore moins, on aurait pu se rendre à mille essais ».

Par la suite, elle nomme que même si « c'est du hasard, on sait qu'il y a une logique mathématique derrière ça » et qu'en faisant « l'arbre des probabilités, on est en mesure de déterminer les vraies chances, les vrais pourcentages, la vraie probabilité en fait qu'un résultat arrive ». Une discussion sur les probabilités obtenues s'ensuit et l'enseignante précise qu'« en théorie, tu as 50 % de chances de tomber sur pile-face », mais que lorsqu’on fait « juste 10 [essais] ça ne donnera pas le même résultat que si tu le fais 500 fois ». Elle précise aussi qu’on « n’a pas de contrôle sur ce qui va se choisir et qu’on ne sait pas vraiment si ça va arriver pile ou face (dans un essai donné) ». Donc, elle soutient que l’évènement « un pile et un face » ne surviendra pas nécessairement plus fréquemment que les autres évènements pour un échantillon de petite taille, mais « en ayant un échantillon plus grand, c’est là que tu vas t’approcher de la théorie du vrai 50 % ». Ainsi, l’enseignante aborde implicitement l’idée de la loi des grands nombres, mais on peut difficilement évaluer la compréhension des élèves à ce sujet.

5. Discussions et remarques conclusives

En guise d’analyse synthèse des enjeux relevés, l’expérimentation de la situation « Pile ou face ? » a permis d’observer que les élèves ont glissé vers un jeu de « qui va gagner », glissement favorisé par la façon dont le jeu a été présenté par l’enseignante (annonce tardive de l’intention, impossibilité de changer de prédiction). Le contrat de jeu, amplifié par l’excitation de gagner en jouant, a aussi soulevé la difficulté de ramener les élèves à une réflexion mathématique où il faudrait articuler l’approche fréquentielle avec l’approche théorique. Lors du pilotage de la situation, l’enseignante est presque dans une démarche d’ostension, car l’avancement des idées probabilistes est fortement guidé par elle plutôt que de venir naturellement des élèves. Au regard de ces résultats, cet article ouvre sur quatre aspects et conclut : 1) spécificités du jeu probabiliste par rapport à d’autres types de jeux; 2) utilité du jeu probabiliste; 3) proposition de pistes pour prendre en compte les enjeux relevés; 4) pistes pour la formation et pour la recherche.

5.1 Spécificités du jeu probabiliste par rapport à d’autres types de jeux

Afin de dégager certaines spécificités du jeu probabiliste que nous avons expérimenté et mettre en perspective certaines des difficultés vécues dans la mise en place de cette situation, nous proposons dans cette section de comparer sa structure avec celle de la course à 20 de Brousseau (1998) qui est un jeu mathématique fondateur. Tout d’abord, il nous semble important de clarifier que dans les deux jeux, la visée conceptuelle n’est pas révélée d’emblée aux élèves. Autant que dans la situation de Brousseau, les élèves qui entrent dans le jeu ne savent pas qu’il s’agit d’un travail de construction de la division, autant que les élèves dans notre jeu probabiliste ne savent pas que la situation convoque les probabilités théoriques et le fait de considérer deux cas possibles (PF et FP) comme un seul évènement (un pile et un face).

Ensuite, une autre distinction nous semble importante : la course à 20 constitue un jeu dans lequel deux partenaires jouent l’un contre l’autre. Ainsi, comme l’explique Brousseau (1998), « à chaque coup, la situation se modifie (elle est modifiée par le partenaire) » (p. 32). Il s'agit donc d'une situation dynamique, qui présente des situations de jeu diversifiées. D'un autre côté, notre jeu probabiliste semble beaucoup plus unidimensionnel. Avec l'aide de l'enseignante, les élèves ont compilé un grand nombre d'essais qui a permis de tirer des conclusions sur l'évènement le plus probable. Par ailleurs, même si les élèves ont travaillé en équipe, l'interaction entre eux n'a pas réellement permis de faire avancer la réflexion probabiliste, même lorsque l'enseignante a compilé les résultats de toutes les équipes.

De plus, les deux situations ne donnent pas les mêmes moyens aux élèves pour construire une stratégie gagnante au jeu proposé. Dans la course à 20, Brousseau (1998) précise qu'« au fur et à mesure que l'enfant joue de nouvelles parties, il va développer des stratégies, c'est-à-dire des raisons de jouer un nombre plutôt qu'un autre » (p. 32). C'est l'ajustement de leurs stratégies qui permet aux élèves de gagner au jeu et de construire ultimement les connaissances sous-jacentes. Notre jeu probabiliste se distingue à plusieurs niveaux à cet égard. Tout d'abord, l'éventail de stratégies possibles à mettre en place est limité, par la nature des tâches et techniques à déployer dans la situation. La seule façon d'obtenir des informations qui permettent de raffiner la prédiction était de répéter, à de nombreuses reprises, les tâches T1 à T3 (lancer les pièces de monnaie, constater et noter le résultat d'un essai, puis compiler les résultats). Ensuite, puisque l'enseignante ne permettait pas de changer de prédiction lors de l'expérimentation avec des pièces de monnaie, la construction d'une stratégie gagnante devenait difficile, voire impossible, dans cette situation. Finalement, la rétroaction obtenue par la mise en place de ces stratégies était diffuse, en raison du caractère aléatoire des probabilités.

5.2 Utilité du jeu probabiliste

Notre expérimentation amène à questionner la contribution du jeu à l'apprentissage des probabilités. Le choix de recourir à un jeu probabiliste a contribué sans équivoque à l'engagement des élèves dans la situation. Les élèves étaient actifs et ont bien participé à ce qui était demandé par l'enseignante. Même si l'intention didactique, guidée par l'enseignante, n'était pas tout à fait claire au cours de l'expérimentation, l'aspect ludique a amené les élèves à comprendre rapidement le fonctionnement de la situation et à se prêter au jeu.

Puisque le contrat de jeu a favorisé des manifestations d'excitation qui ont pris toute la place au détriment d'une réflexion probabiliste, on peut se demander quelle est l'utilité de l'excitation dans l'apprentissage. Faudrait-il la laisser se manifester, en acceptant qu'elle fait partie du jeu et qu'elle accroit l'engagement dans la situation ? Au contraire, faudrait-il l'éviter à tout prix pour ne pas qu'elle nuise à l'apprentissage ? En guise de compromis, il nous semble important de trouver le bon équilibre en canalisant cette excitation, de manière à bénéficier de l'engagement qu'elle apporte sans nuire à l'apprentissage, c'est-à-dire en ramenant au besoin les élèves vers la réelle intention de ce jeu probabiliste.

On peut aussi se demander si un simulateur d'expériences aléatoires permettrait d'éviter de demeurer dans un contrat de jeu. En limitant le temps d'expérimentation à l'aide des pièces de monnaie, le fait de jouer permettrait une compréhension de la situation ainsi qu'un engagement des élèves, ce qui serait utile au début, mais la simulation d'un grand nombre d'essais éviterait le glissement vers un contrat de jeu. Un simulateur pourrait ainsi être utilisé assez tôt dans la situation (après l'échantillon de 10 essais, par exemple) pour générer davantage d'essais ou encore être utilisé plus tard (après la réalisation des 50 essais) pour valider les essais réalisés.

5.3 Proposition de pistes pour prendre en compte les enjeux relevés

En complément de notre analyse de l'expérimentation en classe, nous jugeons important de soulever quelques propositions pour favoriser le développement de la pensée probabiliste dans ce jeu. Nous offrons quatre pistes pour prendre en compte les enjeux relevés.

La première piste consiste à favoriser des allers-retours entre la prédiction et les résultats obtenus. En effet, des allers-retours fréquents vers des prédictions qui se raffinent (au début, après 10 essais, après 50 essais, après l'explication théorique) pourraient soutenir une dialectique de l'action telle que suggérée par Brousseau (1998). L'approche subjective, si elle était ramenée régulièrement dans l'opérationnalisation en classe (Homier, 2022), permettrait d'amener l'élève en prise de décision pour le ramener sur l'intention de la situation et d'ajuster sa prédiction. Ce recul face au jeu, au fur et à mesure que les essais s'accumulent et que la tendance devient claire, permettrait ainsi d'éviter de glisser vers un contrat de jeu.

Une deuxième piste serait de veiller à ce que le pilotage soit planifié, mais moins guidé par l'enseignant·e. Dans la présente expérimentation, c'est l'enseignante qui a imposé la plupart des idées mathématiques. Au lieu de guider les élèves de façon dirigée, il nous apparait préférable de les questionner pour les amener à établir eux-mêmes leurs choix et à faire ressortir les idées mathématiques. Nous sommes toutefois conscients de la difficulté de piloter des discussions probabilistes plus ouvertes, en ne sachant pas où les raisonnements des élèves nous mèneront. À titre d'exemple, pour amener les élèves à mettre en commun les essais des différentes équipes, il serait possible de faire ressortir les échantillons d'essais de quelques équipes, puis de leur demander comment on pourrait obtenir une tendance plus fiable. Par le biais de questions de relance au besoin, les élèves seraient ainsi amenés à constater que les résultats des 500 essais des 10 équipes seraient plus fiables que les résultats de chacune des équipes, d'où l'intérêt de les compiler. D'ailleurs, en ce qui concerne le nombre d'essais, nous comprenons l'intention de simplifier les calculs des fréquences en demandant aux élèves de réaliser 10 essais, puis 40 essais supplémentaires, mais ce choix (qui avait été fait lors de la préparation entre l'enseignante, l'orthopédagogue et les didacticiens) prive les élèves d'une réflexion probabiliste liée à la loi des grands nombres. En laissant les élèves choisir eux-mêmes le nombre d'essais à réaliser, puis en les questionnant à ce sujet, ils pourraient constater que plus on fait d'essais, plus on peut être confiant que la tendance obtenue sera fiable, en tenant aussi compte de l'effort à déployer pour réaliser un grand nombre d'essais.

En guise de troisième piste, simuler à l'aide d'un outil technologique un grand nombre d'essais du jeu probabiliste permettrait de rendre invisibles les essais individuels. Le recours à un simulateur pour cette situation permettrait alors d'éviter l'attrait d'essayer de gagner dans des essais individuels, diminuant ainsi l'excitation qui accompagne le fait de jouer. Il est à noter qu'il serait possible de limiter l'excitation des élèves après un certain nombre de lancers, en les amenant à s'entendre sur l'évènement le plus probable. Alors, le reste de la séance pourrait être consacré à déterminer la probabilité de l'évènement le plus probable. Quand on utilise un simulateur comme celui de la figure 3, ce n'est pas le fait de jouer qui est au cœur de l'action, mais plutôt l'intention d'inférer la probabilité si on ne la connait pas ou de valider expérimentalement le raisonnement théorique après avoir déterminé la probabilité. Ce simulateur permet ainsi de cliquer sur le drapeau vert pour lancer les deux pièces de monnaie, qui « s'animent » à droite. Le résultat (2 fois pile, 2 fois face ou 1 fois pile et 1 fois face) est compilé à gauche, puis les fréquences se calculent automatiquement au milieu. Au bas, on retrouve deux boutons qui permettent de réaliser un nombre voulu d'essais en mode turbo, puis de remettre à zéro les compteurs. On voit les résultats d'un échantillon de 1 000 essais de ce simulateur à la figure 3, qui permettent d'inférer les probabilités des trois évènements.

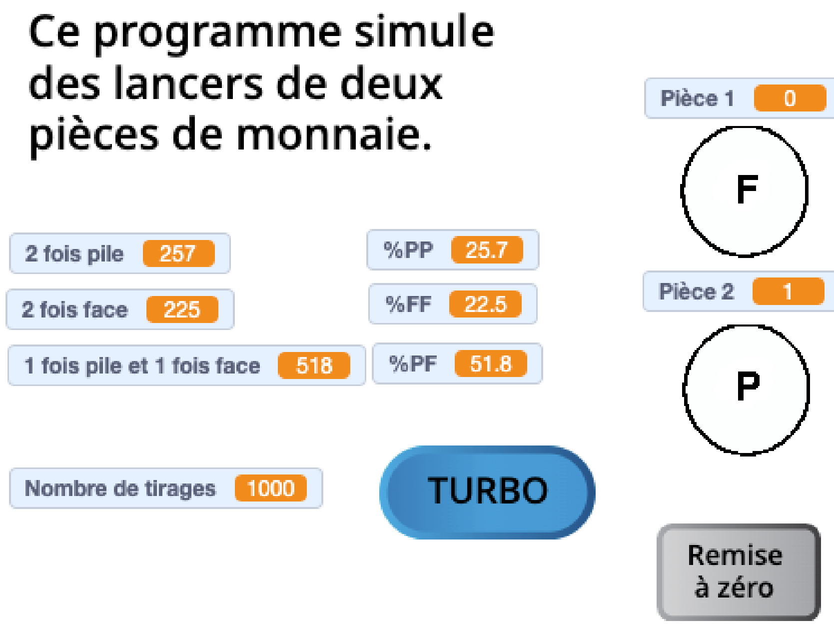


Figure 3. Simulateur de deux pièces de monnaie (Thibault, 2023)

Il pourrait être tentant de vouloir remplacer les essais avec du matériel par des essais du simulateur pour gagner du temps, car les 500 essais réalisés et compilés en classe au bout de quelques dizaines de minutes peuvent être réalisés par le simulateur en une seconde à peine. Cependant, le recours au simulateur ne devrait pas remplacer le matériel et devrait plutôt être utilisé en complémentarité à celui-ci, notamment pour donner un sens à la loi des grands nombres. Thibault (2019) aborde divers rôles d'un simulateur ainsi que l'accompagnement de l'enseignant·e pour exploiter le plein potentiel d'un simulateur avec des élèves.

La quatrième piste consiste à éviter un vocabulaire associé au jeu et au gain et utiliser plutôt un vocabulaire orienté vers une terminologie probabiliste, à la fois dans l'annonce du jeu et lors de son pilotage en classe. En effet, Savard (2008) suggère d'employer le vocabulaire avec rigueur dans l'enseignement des probabilités, notamment en employant les termes « possibilités » et « probabilités » au lieu de « chances ». Cela permettrait d'éviter de confondre la chance (être chanceux) avec les chances mathématiques (probabilités). Par exemple, plutôt que de dire « deux chances sur quatre », nous suggérons d'employer les termes « deux cas favorables sur quatre cas possibles » ou « une probabilité de deux quarts ».

5.4 Pistes pour la formation et la recherche

Comme nous avons pu le constater, avoir recours au jeu pour apprendre en probabilités n'est pas aussi simple qu'il parait. Nous avons fait ressortir des difficultés qui sont spécifiques au milieu et au contrat qui ont prévalu dans l'expérimentation, par exemple la présentation du problème comme un jeu dans lequel il faut deviner. D'autres difficultés observées dans cette expérimentation sont probablement révélatrices de difficultés qui se posent de manière plus générale avec l'enseignement des probabilités (faire le lien entre l'approche théorique et l'approche fréquentielle, accepter le non-déterminisme d'une expérience aléatoire, gérer les conceptions probabilistes des élèves, etc.), ce qui permet de dégager des pistes pour la formation. En effet, les enjeux d'enseignement sont souvent liés à des enjeux de formation (Thibault, 2021). Autant en formation initiale qu'en formation continue, nous croyons qu'une offre plus complète en didactique des probabilités devrait être mise sur place. En particulier, il nous semble important de tenir compte des quatre pistes proposées à la section précédente (5.3), puis de travailler explicitement l'articulation des trois approches probabilistes (subjective, fréquentielle et théorique) avec les (futures) personnes enseignantes.

En ce qui concerne la recherche, d'autres travaux permettraient de mieux comprendre les apports et les limites du recours au jeu probabiliste, en approfondissant la tension entre le contrat de jeu et une réflexion probabiliste sur ce jeu. Il serait pertinent de se pencher plus précisément sur les distinctions entre le pilotage d'un jeu probabiliste et le pilotage d'autres jeux mathématiques. De plus, un regard plus approfondi pourrait être porté sur les conditions didactiques à mettre en place pour favoriser le développement de la pensée probabiliste. Nous croyons aussi que des recherches participatives, comme cette recherche collaborative, favorisent les liens théorie-pratique et contribuent à la fois à l'avancement des connaissances et au développement professionnel.

Finalement, cette citation nous encourage à chercher le bon équilibre entre jouer et apprendre en mathématiques :

> Le jeu mathématique nous interroge. Est-il trop sérieux pour être ludique ? Est-il trop léger pour être instructif ? Dans son approche la plus élevée, il peut s'apparenter à un objet d'étude et sa pratique peut nous éclairer sur ce qu'est ou devrait être une activité mathématique digne de ce nom. Dans sa pratique la plus courante, il peut déboucher sur un divertissement au cours duquel l'intuition et l'aléa peuvent occuper une large place. Dans les deux cas, mais à des niveaux différents, il enrichit notre esprit en multipliant les différentes représentations mentales que nous pouvons avoir des objets et notions mathématiques. (Faradji, 2014, p. 4)

Références

Assude, T., Perez, J. M., Tambone, J. et Vérillon, A. (2011). Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Éducation et didactique*, (5-2), 65-84. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1213

Batanero, C. (2014). Probability teaching and learning. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 491-496). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_128

Batanero, C., Contreras, J. M., Fernandes, J. A. et Ojeda, M. M. (2010). Paradoxical games as a didactic tool to train teachers in probability. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)* (paper C105).

Batanero, C. et Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, *3*(1), 3-13.

Broley, L., Buteau, C. et Muller, E. (2015). The e-brock bugs computer game: What if becoming a (better) mathematician were a fun-filled adventure? *Ontario Mathematics Gazette*, 53(3), 28-32.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions la Pensée sauvage.

Brousseau, G., Brousseau, N. et Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, *20*(3), 363-411. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00078-0

Chernoff, E. J. (2019). L'espace échantillonnal : un univers d'interprétations possibles. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 195-217). Presses de l'Université du Québec.

Côté, L. et Biron, D. (2019). Initier les élèves du préscolaire aux premiers concepts probabilistes par les jeux de règles. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 101-125). Presses de l'Université du Québec.

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L. et Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *27*(1), 33-64. https://doi.org/10.7202/000305ar

Gouvernement du Québec. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire*. Ministère de l'Éducation.

Gouvernement du Québec. (2009). *Progression des apprentissages au primaire : mathématique*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Faradji, D. (2014). Qu'est-ce qu'un jeu mathématique ? *Le portail des IREM : Pop'Math*, 1-4.

Hernandez, T. H. M., Kataoka, V. Y. et de Oliveira, M. S. (2010). Random walks in teaching probability at the high school. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)* (paper 2B1).

Héroux, S. (2023). *Étude exploratoire de l'activité mathématique lors de séances de jeux en classe du primaire* [thèse de doctorat inédite]. Université du Québec à Montréal.

Héroux, S. et Proulx, J. (2015). Réflexions sur l'utilisation des jeux mathématiques en classe du primaire. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit et C. Lajoie (dir.), *Regards sur le travail de l'enseignant de mathématiques. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 87-94). Université de Sherbrooke.

Homier, M., Martin, V. et Héroux, S. (2021). Rouge ou noire ? De la pure chance vers une réflexion stratégique. *Revue Envol, 177*, 22-29.

Homier, M. (2022). *Connaissances mobilisées lors de l'intégration de l'approche subjective dans l'enseignement des probabilités : récit d'une collaboration avec deux enseignantes du 3e cycle du primaire* [mémoire de maitrise. Université de Sherbrooke]. Savoirs UdeS. https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/19945

Jones, G. A., Langrall, C. W. et Mooney, E. S. (2007). Research in probability: responding to classroom realities. Dans F. K. Lester (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 909-956). Information Age Publishing Inc.

Kazak, S. et Pratt, D. (2017). Pre-service mathematics teachers' use of probability models in making informal inferences about a chance game. *Statistics Education Research Journal*, *16*(2), 287-304.

Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, *6*(2), 235-258. https://doi.org/10.21449/ijate.566563

Lee, H. S., Angotti, R. L. et Tarr, J. E. (2010). Making comparisons between observed data and expected outcomes: Students' informal hypothesis testing with probability simulation tools. *Statistics Education Research Journal*, *9*(1), 68-96.

Martin, V. et Mai Huy, K. (2015). Une réflexion didactique sur des activités pour penser l'enseignement-apprentissage des probabilités et de la statistique à l'école primaire. *Bulletin AMQ*, *LV*(3), 50-67.

Martin, V. et Theis, L. (2016). L'articulation des perspectives fréquentielle et théorique dans l'enseignement des probabilités : regard sur un changement de posture chez un enseignant du primaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *16*(4), 345-358. https://doi.org/10.1080/14926156.2016.1235745

Martin, V., Thibault, M. et Theis, L. (2019). Introduction. L'enseignement des premiers concepts de probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 1-16). Presses de l'Université du Québec.

Parzysz, B. (2009). De l'expérience aléatoire au modèle, via la simulation. *Repères - IREM*, *74*, 91-103.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique* [thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I]. TEL. https://theses.hal.science/tel-00665076/document

Poirier, L. et Carbonneau, A.-M. (2002). Expérimentation d'un conte probabiliste dans une classe multi-âges du premier cycle du primaire. *Instantanées mathématiques*, *38*(3), 4-12.

Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(5), 602-625. http://doi.org/10.2307/749889

Rajotte, T. et Héroux, S. (2021). *Le jeu en classe de mathématiques. Engager activement les élèves et favoriser leur apprentissage*. Chenelière Éducation.

Savard, A. (2008). *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision* [thèse de doctorat, Université Laval]. Corpus. http://hdl.handle.net/20.500.11794/19943

Savard, A. (2015). Making decisions about gambling: The influence of risk on children's arguments. *The Mathematics Enthusiast*, *12*(1), 226-245.

Sensevy, G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *Nouvelles perspectives en sciences sociales : Revue internationale de systémique complexe et d'études relationnelles*, *7*(2), 105-132. https://doi.org/10.7202/1013056ar

Theis, L, Mai Huy, K. et Parent, A. (2019). Une situation-problème probabiliste pour travailler des conceptions erronées à travers une articulation des approches fréquentielle et théorique en sixième année du primaire. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 145-168). Presses de l'Université du Québec.

Thibault, M. (2019). Le recours à des simulateurs pour l'enseignement des probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 169-191). Presses de l'Université du Québec.

Thibault, M. (2021). *Recherche-formation sur l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques : enjeux de formation* [thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal,]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/14804/

Thibault, M. (2023). *Pile ou face (2 pièces)*. Scratch. https://scratch.mit.edu/projects/783714275

Annexe 1 : Synopsis du déroulement de la situation

1. L'enseignante annonce aux élèves « qu'on va faire un jeu de pile ou face cet après-midi », que les élèves auront une feuille de compilation et qu'ils devront compiler les résultats de leurs essais, sans toutefois préciser les règles de jeu à ce stade-ci.
2. L'enseignante fait une démonstration en lançant simultanément deux pièces de monnaie et en notant le résultat obtenu. Elle précise à quelle face de la pièce correspond le terme « pile » et à laquelle correspond le terme « face » en s'appuyant sur les images qu'on peut y voir et elle montre comment elle indique le résultat dans le fichier de compilation. Les feuilles sont distribuées.
3. L'enseignante demande aux élèves de déterminer en équipe un évènement (pile-pile, face-face ou pile-face) qu'ils pensent voir sortir le plus souvent. Elle demande l'avis à l'orthopédagogue : « Penses-tu que c'est pile-face ou face-face qui va *gagner* le plus souvent » ? L'enseignante répète qu'il faut écrire « qui va *gagner* ». Cette question arrive ensuite : « Qui a le plus de chances de gagner ? Est-ce que c'est pile-pile, pile-face ou face-face… ou c'est pareil ? ».
4. Travail en équipe : Nadège demande une précision, en aparté : « Admettons que si [l'autre élève de l'équipe] a décidé pile-face, est-ce que j'ai le droit de décider pile-face aussi ». L'enseignante confirme qu'elles ont le droit de le faire (« ça ne me dérange pas ») et leur demande pourquoi l'équipe a choisi « pile-face ». Nadège répond « qu'on ne savait pas quoi marquer ». L'enseignante affirme qu'ils ont donc choisi au hasard. Fannie nomme que lorsqu'on les lance, ils sont tout le temps différents.
5. En grand groupe : l'enseignante demande à main levée aux élèves ce qui va « avoir le plus de chances de gagner, pile-pile, pile-face ou face-pile ». Elle prend la réponse de plusieurs élèves. Elle leur demande de faire 10 essais.
6. Les deux élèves réalisent des essais. Ils commentent plusieurs essais, soit en étant contentes d'avoir obtenu le résultat souhaité ou en étant déçues de ne pas l'avoir obtenu. L'enseignante passe et vérifie que tous les essais ont été réalisés. Elle nomme les résultats (5 PP, 2 PF et 3 FF).
7. Retour en grand groupe : l'enseignante demande à une équipe « lequel des trois a gagné » et demande de nommer les occurrences. Elle répète la même question avec d'autres groupes. Ensuite, elle demande si tout le monde a les mêmes chances de gagner, peu importe le choix qu'ils ont fait. L'enseignante consulte brièvement l'orthopédagogue (elle lui mentionne qu'il est nécessaire de comparer les échantillons d'essais) pour savoir si les essais se poursuivent sur la même feuille ou s'il faut recommencer sur une autre feuille. Elle annonce

ensuite la consigne suivante : on va te donner une deuxième feuille, on va réessayer, mais 40 fois. Elle explique qu'il faut commencer à compter les essais à 11 (de manière à comptabiliser 50 essais en tout). Elle précise qu'il ne faut pas choisir une autre « catégorie », que c'est simplement pour poursuivre les essais (avec l'hypothèse initiale).

8. Travail en équipe : les élèves réalisent les 40 essais et manifestent leur joie ou leur déception, en fonction des résultats obtenus.

9. Retour en grand groupe : l'enseignant demande si les résultats sont semblables ou différents (par rapport au premier échantillon de 10 essais). Ensuite, elle demande comment on peut savoir qui avait le plus de chances de gagner. Elle annonce qu'elle va compiler les résultats obtenus au tableau. Elle additionne les résultats obtenus pour chaque évènement (131 pile-pile – 251 pile-face et 118 face-face). L'enseignante annonce que pile-face « a gagné » et demande de transformer les résultats obtenus en pourcentage, par une division.

10. L'enseignante demande qui avait finalement le plus de chances de gagner. Les élèves émettent plusieurs hypothèses, dont certaines liées à des conceptions probabilistes. L'enseignante construit ensuite un diagramme en arbre au tableau. Elle explique que « face-pile » et « pile-face » sont « comme ensemble, ils combinent leur chance ». Elle calcule en pourcentage la probabilité associée à chaque évènement et elle compare ces pourcentages à ceux obtenus dans les essais. Elle mentionne que même si « c'est du hasard, on sait qu'il y a une logique mathématique derrière ça » et qu'en faisant « l'arbre des probabilités, on est en mesure de déterminer les vraies chances ». Une discussion sur les probabilités obtenues s'ensuit et l'enseignante précise qu'« en théorie, tu as 50 % de chances de tomber sur pile-face », mais que, lorsqu'on a fait 10 essais, on n'a pas nécessairement obtenu le même résultat. Elle précise aussi qu'on « n'a pas de contrôle sur ce qui va se choisir et qu'on ne sait pas vraiment si ça va arriver pile ou face (dans un essai donné) ».

Problèmes de reproduction de figures en fin d'enseignement primaire : quels avis de la part des enseignants?

Romain BEAUSET
Service d'Éducation et des Sciences de l'Apprentissage (EDUSA), Université de Mons (Belgique)
romain.beauset@umons.ac.be
Natacha DUROISIN
Service d'Éducation et des Sciences de l'Apprentissage (EDUSA), Université de Mons (Belgique)
natacha.duroisin@umons.ac.be

Résumé : Les problèmes de reproduction de figures géométriques constituent des pistes didactiques revendiquées dans de nombreuses recherches (p. ex. Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014; Duroisin et al., 2020), notamment parce qu'elles sont susceptibles de développer le regard porté par les élèves sur les figures géométriques. L'article tente d'identifier les avis que portent les enseignants sur ces activités d'enseignement-apprentissage. Pour y arriver, une recherche collaborative a été menée avec une équipe d'enseignants belges francophones. Plusieurs groupes de discussion (*focus groups*) ont permis de relever leurs avis à l'égard de ces problèmes avant et après les avoir intégrés à leurs pratiques. Cette recherche vise ainsi la compréhension des pratiques enseignantes et permet in fine de formuler des recommandations à destination de différents acteurs (auteurs de prescrits, auteurs de manuels, formateurs…) en vue d'encourager l'instauration de telles pratiques dans la durée.

Mots-clés : géométrie, reproduction de figures, visualisation iconique et non iconique, perceptions enseignantes, recherche collaborative

What do teachers think about geometric teaching activities of figure reproductions?

Abstract: Numerous studies highlight the learning potential of activities involving reproducing geometric figures (e.g., Mangiante-Orsola and Perrin-Glorian, 2014; Duroisin et al., 2020), particularly since they allow students to develop an understanding of geometric figures. The purpose of this Belgian collaborative research project was to

https://doi.org/10.71403/c87x1t91

identify what teachers think about such pedagogical activities. We conducted several focus groups to identify teachers' perceptions before and after integrating these practices in classroom. This article aims to understand their pedagogical practices and identify recommendations for different actors (curriculum designers, textbook authors, teacher educators, etc.) to encourage implementing the practices.

Keywords: geometry, geometric figure reproduction, iconic and non-iconic visualisation, teacher perceptions, collaborative research

Introduction

Dans l'enseignement de la géométrie, l'utilité des problèmes de reproduction de figures n'est plus à démontrer. En effet, ces problèmes, qui consistent à faire reconstruire une figure modèle donnée, sont recommandés dans la littérature pour permettre le développement de la visualisation des élèves en incitant ces derniers à poser un regard géométrique sur les figures (Keskessa et al., 2007; Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014; Duroisin et al., 2020; etc.). Ce regard implique une décomposition des figures et l'exploitation des propriétés de celles-ci. Cette manière de voir les figures et d'opérer sur ces dernières permet de préparer les élèves à la suite des apprentissages en géométrie, notamment pour les apprentissages de la démonstration, et favorise donc la transition vers l'enseignement secondaire, tout en développant des connaissances attendues à l'école primaire (Godin et Perrin-Glorian, 2009).

Pourtant, ces problèmes ne sont pas explicitement recommandés dans les prescrits en Belgique francophone (Duroisin, 2015; Duroisin et Demeuse, 2016) malgré leur présence dans certaines épreuves externes (p. ex. Certificat d'études de base [CEB], épreuve de 2014). Par ailleurs, ils sont souvent sous-estimés par les enseignants, qui les utilisent le plus souvent uniquement dans une visée d'amélioration du maniement des instruments (Bulf et Celi, 2015a). Ces problèmes risquent alors d'être proposés aux élèves sans prendre en compte certaines variables essentielles (instruments, etc.) pour encourager le développement du regard géométrique.

Au travers d'une recherche collaborative menée en Belgique francophone avec une équipe constituée de quatre enseignants de 6^{e} année de l'enseignement primaire (6^{e} année) et d'un enseignant prestant au premier degré de l'enseignement secondaire (7^{e} et 8^{e} année), un dispositif d'enseignement intégrant des problèmes de reproduction de figures a été mis en place et testé. Les divers temps d'échanges collectifs menés entre le chercheur et les enseignants impliqués dans la recherche ont permis de récolter des informations sur les habitudes et avis des enseignants à l'égard des problèmes de reproduction de figures, avant et après leur mise en œuvre dans leur classe. L'objectif de cet article est de présenter les contenus des échanges. En prenant appui sur les témoignages de praticiens, l'article tentera d'apporter des réponses à plusieurs questions : quelles sont les raisons qui encouragent ou non les enseignants à proposer des problèmes de reproduction de figures? Quelles sont leurs craintes et réticences par rapport à la mise en œuvre de tels problèmes? Ces craintes sont-elles confirmées ou non après leur mise en œuvre?

La récolte des avis d'enseignants à l'égard des problèmes de reproduction de figures peut ainsi permettre, d'une part, une meilleure compréhension des pratiques enseignantes actuelles. D'autre part, elle permet d'identifier les freins et les leviers à leur instauration dans les pratiques enseignantes. Les éléments mis en évidence conduiront ainsi à enrichir la réflexion et à identifier des recommandations relatives à la formation des enseignants ou au contenu des programmes scolaires et des manuels. Cet article s'inscrit dans une perspective plus générale visant à souligner l'importance de mettre en relation les résultats de recherche en didactique des disciplines scolaires et en psychologie cognitive avec les pratiques enseignantes.

1. Les manières de voir les figures en géométrie

Les recherches menées en didactique de la géométrie ont permis d'identifier une rupture entre l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire en ce qui concerne la manière de voir les figures géométriques (Duval et Godin, 2005; Perrin-Glorian et Godin, 2018). Au cours de l'enseignement primaire, les élèves conservent un mode de visualisation iconique (Duval, 2005). Ce mode considère que la reconnaissance des figures s'appuie sur la ressemblance que l'objet peut avoir avec une forme type (la figure 1 en est l'exemple puisqu'on y voit que l'apprenant associe la figure à un objet de son répertoire, en l'occurrence une étoile). Alors que ce mode est présent naturellement chez les élèves (Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014), celui-ci apparait néfaste pour l'apprentissage de la discipline (Duval, 2005). Il empêche par exemple l'élève de mettre en place un raisonnement géométrique logique utile pour la démonstration et la résolution de problèmes. Au contraire du mode iconique, les élèves doivent se situer dans un mode qualifié de non iconique pour poursuivre les apprentissages en géométrie au secondaire. Ce mode implique que la reconnaissance des figures passe par l'utilisation de propriétés, ce qui est rendu possible grâce à la mise en place d'une séquence d'opérations se rapportant à l'ajout de tracés réorganisateurs sur la figure (Duval, 2005). Dans l'exemple donné en figure 1, l'élève va pouvoir, en mettant en œuvre des tracés supplémentaires de prolongements de côtés, associer la figure à un assemblage de triangles, voire de segments (ou droites) et de points, possédant certaines propriétés que l'élève pourra exploiter dans son raisonnement. Il pourra, par exemple, en étant capable de dépasser la forme globale étoilée, identifier la configuration de droites sécantes et parallèles apparaissant dans la figure pour ainsi pouvoir ensuite exploiter des propriétés de cette configuration (p. ex. application du théorème de Thalès).

Ce mode est essentiel pour la compréhension des propriétés incontournables de la discipline telles que les propriétés d'incidence (Barrier et al., 2014; Perrin-Glorian et Godin, 2018; Bulf et Mathé, 2018).

Le changement de mode de visualisation ne se fait cependant pas naturellement chez les élèves (Laborde, 1994; Duval, 1995; Duroisin et al., 2020). Il nécessite, comme illustré précédemment, de voir émerger chez ces derniers des processus de décomposition des formes en unités figurales de dimensions égales ou inférieures (Duval et Godin, 2005) permettant au sujet de faire apparaitre et de prendre appui sur des propriétés de la figure.

Afin d'atténuer la rupture entre les deux niveaux d'enseignement, intégrer dans les apprentissages en géométrie des activités pédagogiques dès l'enseignement primaire qui permettront d'accompagner les élèves dans ce changement semble être une piste (Duval et Godin, 2005; Mathé, 2008; Bulf et Celi, 2015a; Duroisin et al., 2020; Beauset et Duroisin, 2021a). C'est dans cette visée que s'inscrivent notamment les problèmes de reproduction de figures (Keskessa et al., 2007; Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014) qui sont un type d'activités (parmi d'autres) pouvant, s'il est relié aux contenus étudiés, permettre de construire les connaissances attendues à l'école primaire, tout en participant au développement de la visualisation non iconique nécessaire pour les futurs apprentissages du secondaire (Godin et Perrin-Glorian, 2009).

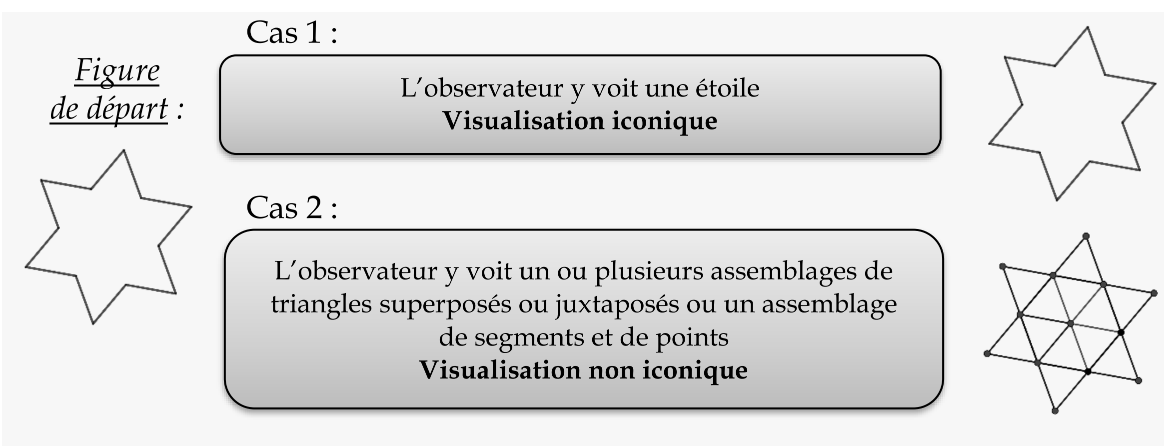


Figure 1. Illustration des modes de visualisation iconique et non iconique

2. Les problèmes de reproduction de figures et le cas particulier des restaurations de figures

Comme l'illustre la figure 2, les tâches de reproduction de figures sont des tâches dans lesquelles il est demandé à l'élève de reconstruire une figure imposée que l'on met à sa disposition, appelée modèle. Pour y arriver, plusieurs démarches peuvent être mises en œuvre en fonction de la manière dont l'élève entame la reconstruction et des propriétés qu'il utilisera. L'élève pourrait évoquer différentes propriétés que chaque figure possède (côtés, angles, diagonales, axes de réflexion perpendiculaires, etc.). Par exemple, pour l'exercice 1 de la figure 2, l'élève pourrait construire un carré, y tracer ses diagonales et prendre pour centre du cercle l'intersection des diagonales. Il pourrait aussi décider de tracer deux droites perpendiculaires, un cercle dont le centre est l'intersection des droites, et enfin le carré obtenu à partir de l'intersection des droites et du cercle.

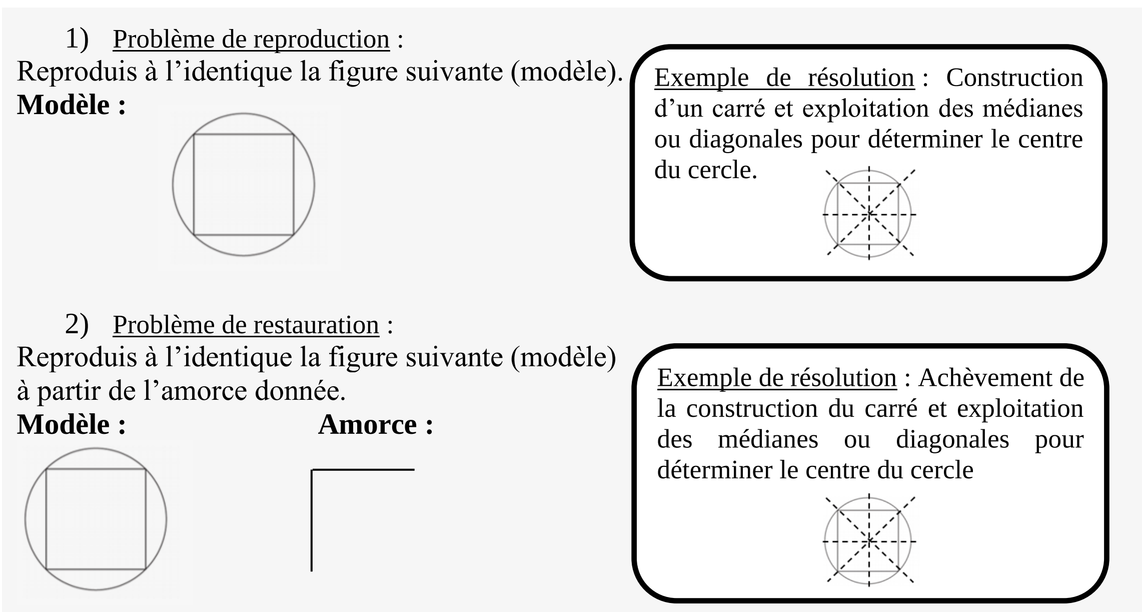


Figure 2. Exemples de problèmes de reproduction et de restauration de figures

La restauration de figures constitue un cas particulier de la reproduction dans la mesure où il s'agit d'une reproduction pour laquelle un point de départ est donné. En effet, dans les problèmes de restauration, la reconstruction de la figure doit se faire au départ d'une partie de la figure donnée à l'élève, appelée amorce, ou à partir d'instruments qui lui sont mis à disposition et qui permettent de transporter des informations à deux dimensions sur la figure, comme des calques (Mangiante-Orsola, 2013). Des divergences apparaissent tout de même dans les définitions accordées à ce qui doit ou non être considéré comme des problèmes de restauration. Si, pour Mangiante-Orsola (2013), la restauration implique de demander aux élèves de construire une figure à la même échelle que la figure initiale, d'autres auteurs, à l'instar de Barrier et al. (2014), considèrent qu'une restauration peut se faire à une autre échelle et qu'il s'agit d'ailleurs d'une variable qu'il est possible de prendre en compte.

Bulf et Celi (2015b) ont constaté un foisonnement de recherches portant sur l'intérêt des problèmes de restauration, ou plus largement de reproduction de figures. S'ils servent à développer l'usage des instruments, ils sont surtout utiles pour la mise en jeu des propriétés connues des figures (Mangiante-Orsola, 2013). En effet, les reproductions peuvent nécessiter la mise en évidence de relations géométriques sur les figures observées, telles que les relations d'alignement. Ils servent également à faire émerger des processus de décompositions des formes. Les résolutions proposées au sein de la figure 2 en sont d'ailleurs les illustrations. Dès lors, ces tâches constituent des moyens de développer chez les élèves le regard adéquat à porter sur les figures, c'est-à-dire le mode de visualisation non iconique (Keskessa et al., 2007; Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014; Duroisin et al., 2020).

Plusieurs variables didactiques interviennent dans la mise en œuvre des problèmes de reproduction de figures (le choix des instruments, les règles de résolution de problèmes, le choix des figures « modèles » et des amorces).

2.1 Le choix des instruments

Offre et al. (2006) mais aussi Perrin-Glorian et al. (2013) ont relevé que les instruments utilisés dans les tâches de construction sont liés au regard porté sur les figures, notamment puisqu'ils sont porteurs de propriétés géométriques et graphiques de ces figures (Barrier et al., 2014). Cette variable peut ainsi, dans les problèmes de reproduction de figures, permettre d'inverser la prédominance de la perception sur l'analyse géométrique (Duval et Godin, 2005). D'après Perrin-Glorian et al. (2013), les instruments comme les règles, qui produisent des formes à une dimension et permettent de mettre en relation des éléments à une dimension (droites, segments) ou zéro dimension (points), doivent être privilégiés pour le développement de la visualisation non iconique. En effet, ceux-ci accompagnent les apprenants vers la déconstruction des figures en un assemblage de lignes et de points possédant des propriétés (propriétés d'alignements, etc.). Cette action de déconstruction d'une figure en unités figurales de dimension inférieure, nommée déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005), constitue la manière de voir requise en géométrie et peut être associée au mode de visualisation non iconique.

Par ailleurs, il est recommandé de privilégier des instruments non gradués afin d'éviter la prise de mesures physiques (Bulf et Celi, 2015a; Barrier et al., 2014).

De cette façon, l'attention des apprenants peut se poser sur les propriétés géométriques de la figure sans être détournée par des nombres et des calculs qui viendraient neutraliser l'aspect visuel des figures. On évite ainsi que les procédures numériques (p. ex. mesure des côtés, d'angles, etc.) ne prennent le dessus sur les procédures géométriques (p. ex. utilisation des propriétés d'alignement, etc.) (Duval et Godin, 2005) puisque si des procédures numériques peuvent permettre de résoudre les problèmes proposés, elles n'incitent pas à entrer dans une démarche de raisonnement géométrique.

Enfin, l'importance de faire varier les instruments a été relevée par plusieurs auteurs à l'instar de Mathé (2008). Afin de permettre un développement de la visualisation non iconique, Duval et Godin (2005) préconisent ainsi d'instaurer une progression spécifique au niveau des instruments proposés aux élèves : gabarits et/ou pochoirs déchirés, gabarits déchirés et plusieurs règles non graduées, gabarits déchirés et une seule règle non graduée, surface quelconque et une seule règle non graduée, uniquement des règles non graduées, une règle non graduée et un gabarit d'angle droit. À cette progression, Duroisin et al. (2020) suggèrent d'ajouter le compas en tant qu'outil permettant le report de mesures lorsqu'on travaille avec des élèves de fin d'enseignement primaire.

2.2 L'intégration d'un système de cout des instruments

Au-delà du fait de varier les instruments, il est possible d'inclure des règles au sein des problèmes proposés. C'est ce que mettent en avant, entre autres, Mathé (2008), Perrin-Glorian et al. (2013) ou encore Barrier et al. (2014) en suggérant l'instauration de « cout » aux instruments ou aux types de tracés réalisés, illustré par exemple dans la figure 3.

Par ce système, l'élève est amené à calculer le cout de la méthode de résolution en fonction des procédés et/ou des outils qu'il a utilisés, chaque procédé valant un cout différent. La consigne donnée aux élèves est de réaliser l'exercice en tentant d'obtenir la méthode la moins couteuse, ce qui permet de développer une réflexion chez les élèves quant à la méthode de résolution à utiliser et de les inciter à l'utilisation de certaines techniques plutôt que d'autres. Par exemple, dans la figure 3, le tracé de droites est encouragé, parce que moins couteux, en comparaison au report de mesure. Barrier et al. (2014) suggèrent de rendre gratuite l'action « tracer un trait » afin de favoriser cette dernière pour ainsi inciter à la décomposition des formes.

Voici une construction. Reproduis-la à l'aide d'une règle informable et d'une règle plastifiée. Trace une barre verticale dans le tableau ci-dessous dès que tu traces une droite ou que tu reportes une mesure. A la fin de la construction, calcule le cout de celle-ci. Tracer une droite coute 1 point et reporter une longueur coute 5 points.

J'ai tracé des droites		Cout total :
J'ai reporté une mesure		

Essaie à présent de la reproduire à moindre cout !

Figure 3. Exemple de problèmes[1] de restauration avec échelle de gain (repris de Duroisin et al., 2020, inspiré de Keskessa et al., 2007).

2.3 Le choix des figures « modèles » et/ou des amorces

Les figures à reproduire (« modèle ») constituent également une variable importante dans les problèmes de restauration ou de reproduction (Duval et Godin, 2005; Perrin-Glorian et al., 2013). Puisqu'elles sont porteuses de caractéristiques visuelles, l'élève pourra s'appuyer sur ces caractéristiques pour retrouver des propriétés à l'aide des instruments et s'en servir dans la résolution du problème (Perrin-Glorian et al., 2013). Par exemple, il va pouvoir, à l'aide de la règle non graduée, observer des propriétés d'alignements (de segments, de points) sur le modèle, qu'il pourra ensuite utiliser afin de reconstruire correctement la figure. Les auteurs mettent en évidence plusieurs conditions dans le choix du modèle pour espérer se voir développer la visualisation non iconique. D'abord, il faut privilégier des figures composées, c'est-à-dire obtenues par l'assemblage de figures simples. Ce choix permettra d'inciter l'élève à passer par une décomposition des formes. La figure à reproduire doit être suffisamment complexe pour nécessiter une analyse chez les apprenants, sans l'être trop sous peine de voir un découragement s'installer dans le chef des élèves (Venant et Venant, 2014). Il faut par ailleurs que l'assemblage de formes respecte des alignements. Enfin, il faut évidemment que ce choix se fasse en symbiose avec le choix des instruments.

En outre, dans le cas particulier de la restauration de figure, l'amorce donnée constitue également une variable intéressante (Perrin-Glorian et al., 2013; Bulf et Mathé, 2018). D'après Bulf et Celi (2016), proposer un changement d'échelle de

[1] La règle informable est une bande de papier sur lesquelles on peut inscrire des marques ou des plis pour reporter des longueurs.

l'amorce par rapport au modèle inciterait davantage à dépasser la perception première. Modifier l'orientation de l'amorce par rapport à celle du modèle est également une possibilité. Le changement d'orientation et de taille de l'amorce permet de se focaliser sur des méthodes de résolution permettant le développement de la visualisation non iconique. En effet, dans ce cas de figure, l'utilisation de techniques de résolution telles que la translation point à point, qui n'ont pas d'intérêt pour le développement de la visualisation, n'est plus possible.

3. Les prescriptions et pratiques habituelles des enseignants pour le développement de la visualisation non iconique

En Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB), on retrouve peu, voire pas, d'injonctions ou de recommandations destinées aux enseignants dans les prescrits légaux en ce qui concerne le développement de la visualisation non iconique. La progression des objectifs d'apprentissage dans l'enseignement primaire, prévoyant d'aborder, de manière dissociée, d'abord des connaissances sur les propriétés des objets à une dimension (droites et segments, les relations qu'entretiennent ces éléments entre eux et leurs propriétés) puis sur les formes familières à deux dimensions (carré, rectangle, triangle, etc.), ne favorise pas le passage à la visualisation non iconique (Duroisin et al., 2020). Toutefois, à l'issue de l'enseignement primaire, il est attendu que les élèves puissent prendre appui sur les propriétés des figures simples pour les reconnaitre, comparer, classer, différencier mais aussi pour les tracer au moyen de la règle graduée, de l'équerre et du compas. Il est également attendu qu'ils connaissent et énoncent les propriétés des côtés et des angles des quadrilatères et triangles, utiles pour leur construction, et enfin qu'ils soient sensibilisés aux propriétés des diagonales des quadrilatères (Ministère de la Communauté française, 1999). La prise d'appui sur les propriétés des figures semble donc être incontournable, ce qui semble en totale cohérence avec le développement de la visualisation non iconique.

Par ailleurs, concernant les problèmes de reproduction de figures, qui sont l'objet central de cet article, si le référentiel belge évoque les compétences susmentionnées et la compétence « construire des figures et des solides simples à l'aide de matériels variés » à développer au primaire et à certifier en fin d'enseignement primaire, aucune précision supplémentaire n'est donnée sur la manière de faire construire aux élèves ces figures. Les activités de reproduction ne sont donc pas explicitement encouragées même si elles ne semblent pas incompatibles avec les prescriptions. Néanmoins, certaines informations présentées dans les prescrits ne semblent pas correspondre aux recommandations issues de la recherche en didactique et citées préalablement, et risquent donc d'être insuffisantes. On observe notamment une incitation à se focaliser sur la construction des figures simples alors que la littérature évoque le potentiel des figures complexes, et sur l'utilisation de certains instruments uniquement (règle graduée, équerre, compas). Par exemple, aucune référence aux instruments non gradués n'apparait.

En ce qui concerne les pratiques enseignantes, les résultats de recherches en France affirment que les enseignants proposent un enseignement de la géométrie principalement ostensif : « On montre des objets, on les fait reconnaître, mais ils interviennent rarement pour apporter des réponses à des problèmes » (Perrin-Glorian, 2005, p. 7). Par ailleurs, une enquête menée auprès d'enseignants francophones belges et français (Beauset et Duroisin, 2021b) a mis en évidence que la plupart des enseignants du primaire et secondaire inférieur déclare mettre peu souvent ou jamais en œuvre des activités permettant de développer la visualisation.

Plus spécifiquement, par rapport aux activités de reproduction et de restauration, Bulf et Celi (2015a) relèvent que ces activités sont souvent sous-estimées par les enseignants puisqu'elles ne sont pas envisagées comme un outil de développement du regard géométrique.

4. Méthodologie : la mise en place de la recherche collaborative

Au travers d'une recherche collaborative organisée en plusieurs étapes qui seront décrites ci-après, différents temps de discussion collectifs ont été mis en place avec les participants et ont permis de récolter l'avis de ces derniers par rapport aux problèmes de reproduction (et notamment de restauration) de figures. Par le biais de verbatims, l'objectif de cet article est la présentation de ces avis. Plus précisément, l'article présente d'abord les résultats relatifs aux pratiques enseignantes habituelles concernant les problèmes de reproduction de figures. Deuxièmement, il présente ensuite l'avis a priori à l'égard des problèmes de reproduction de figures (recommandées au sein des recherches). Enfin, il se focalise sur l'avis des enseignants après avoir intégré les problèmes de reproduction à leur pratique. De cette façon, les raisons qui encouragent ou non les enseignants à proposer des problèmes de reproduction de figures ainsi que les craintes et réticences de ces derniers avant et après leur mise en œuvre sont investiguées. Ces éléments permettent d'enrichir la compréhension des pratiques enseignantes actuelles, l'identification de freins et leviers à leur instauration dans les pratiques enseignantes, et donc la formulation de recommandations diverses (au niveau de la formation des enseignants, au niveau du contenu des prescrits et manuels, etc.).

4.1 Échantillon

Pour cette recherche, l'équipe collaborative est constituée de cinq enseignants volontaires encadrés par un chercheur : quatre des enseignants sont titulaires d'une classe de 6e primaire (élèves de 11-12 ans) et le dernier est enseignant de mathématiques en 1re année de l'enseignement secondaire (élèves de 12-13 ans). De cette façon, en intégrant des enseignants des deux niveaux scolaires, le travail envisagé prend en compte la transition entre l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire, comme le suggèrent Bednarz et al. (2009). Tous les enseignants impliqués dans la recherche exercent au sein d'un même établissement[2] de la Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB) dont l'indice socio-économique est de 10/20[3], ce qui correspond à un niveau socio-économique moyen (entre 6 et 13 sur 20). Ils ont tous au moins neuf années d'expérience dans l'enseignement et ont pour formation initiale un bachelier pédagogique (titre requis en Belgique). Précisons qu'aucun des cinq enseignants n'avait suivi de formation en didactique incluant la thématique de la recherche (mode de visualisation en géométrie, activités de reproduction de figure) préalablement à cette dernière. Le tableau 1 décrit brièvement l'expérience de chacun des enseignants.

Tableau 1 : Descriptif des enseignants impliqués (niveaux d'enseignement et années d'expérience)

	Niveaux actuels	Années d'expérience	Autres niveaux d'enseignement passés
Enseignant 1 (E1)	6e primaire	9 ans dont 4 en 6e primaire	5e primaire
Enseignant 2 (E2)	6e primaire	18 ans dont 11 en 6e primaire	Tous les niveaux du primaire
Enseignant 3 (E3)	6e primaire	9 ans dont 2 en 6e primaire	5e primaire
Enseignant 4 (E4)	6e primaire	18 ans dont 12 en 6e primaire	Tous les niveaux du primaire
Enseignant 5 (E5)	1re secondaire	26 ans	Toutes les années du 1er degré secondaire

2 Établissement proposant une section d'enseignement primaire et une section d'enseignement secondaire.

3 Indice attribué par l'arrêté du Gouvernement de la FWB du 24 mars 2011.

4.2 Déroulement des temps d'échanges

La recherche collaborative a été menée pendant six séances collaboratives d'environ 50 minutes réalisées durant les périodes de concertation[4], et réparties sur six mois au travers de quatre phases. Les trois premières phases de recherche collaborative sont reprises des travaux de Morrissette (2013). Il s'agit des phases de cosituation, de coopération et de coélaboration. Une quatrième phase a été ajoutée au dispositif. Intitulée phase de retour, celle-ci est prévue après un temps d'expérimentation par certains enseignants. La figure 4 présente l'organisation de ces différentes phases et leur contenu.

Au travers de ces phases, différents temps d'échanges entre les enseignants et le chercheur ont été organisés par ce dernier. Après la phase de cosituation qui a notamment servi à la définition du projet par le chercheur avec l'équipe enseignante, la phase de coopération a d'abord permis au chercheur de présenter les concepts théoriques et didactiques indispensables aux enseignants pour familiariser ces derniers avec la thématique de la recherche[5]. Le chercheur y aborde d'abord le modèle théorique développé par Duval (2005) en présentant les deux modes de visualisation (iconique et non iconique) et les quatre approches (botaniste, arpenteur-géomètre, constructeur, inventeur-bricoleur). Il explique ensuite aux enseignants en quoi le mode iconique représente une impasse pour l'apprentissage et en quoi le mode non iconique constitue la manière requise de voir en géométrie. Le chercheur présente également le principe de déconstruction des figures en se focalisant particulièrement sur la déconstruction dimensionnelle. Enfin, il présente le principe des problèmes de reproduction de figure, leur intérêt pour le passage à un mode de visualisation non iconique ainsi que les variables didactiques importantes dans ces problèmes. À l'issue de cette présentation, un premier groupe de discussion (*focus group*) a été réalisé pour donner la parole aux enseignants à propos de leurs pratiques habituelles en ce qui concerne le développement de la visualisation non iconique de leurs élèves. Ils ont notamment été interrogés sur leurs habitudes à l'égard des activités de reproduction et de restauration de figures et sur les raisons justifiant leurs habitudes.

---

[4] Période au cours desquelles les enseignants d'une même équipe sont amenés à interagir, qui font l'objet d'une obligation légale en Belgique francophone (Décret « organisation » du 13 juillet 1998).

[5] Le support utilisé pour la présentation des concepts théoriques est accessible dans l'annexe 3 de Beauset (2019).

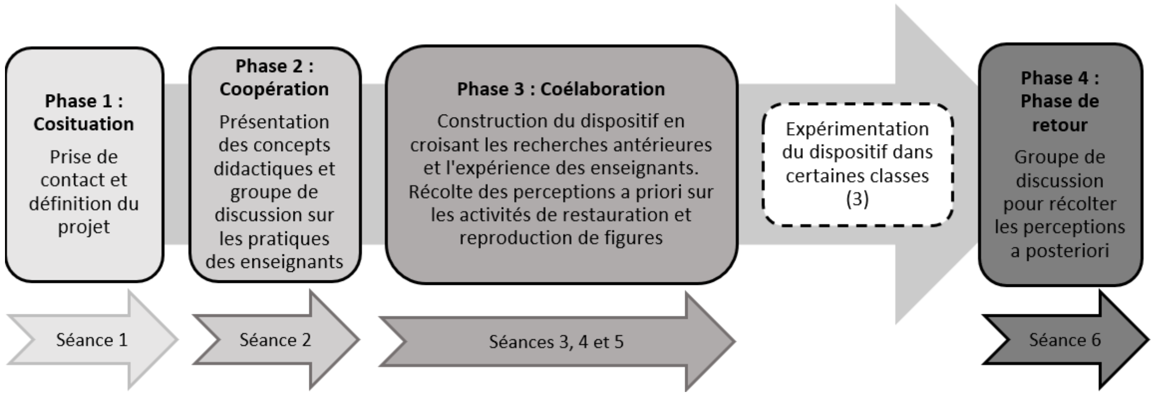


Figure 4. Répartition des séances et des phases de la recherche collaborative

Ensuite, la phase de coélaboration a permis, toujours par le biais de groupes de discussion, de récolter l'avis a priori des enseignants par rapport aux pistes didactiques liées aux problèmes de reproduction de figures concrètes suggérées au sein de la littérature. Ils ont notamment pu interagir au regard de leur expérience pour mettre en évidence leurs réticences, leurs suggestions d'adaptation ainsi que leurs doutes à leur égard. Cette phase a débouché sur la coélaboration d'un dispositif pédagogique prenant appui sur des recherches antérieures (Duval et Godin, 2005; Mathé, 2008; Mithalal, 2010; Perrin-Glorian et al., 2013; Barrier et al., 2014; Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014; Duroisin et al., 2020) croisées avec les perceptions des enseignants.

Trois des quatre enseignants de 6e primaire (enseignants 1, 2 et 3) ont ensuite expérimenté dans leur classe le dispositif didactique coconstruit. Ce dernier, résumé en annexe, est constitué de dix séances de 50 minutes réparties sur six séquences d'enseignement et d'apprentissage centrées sur la résolution de problèmes de reproduction. Ce dispositif d'enseignement-apprentissage a été testé sur une durée de deux mois à raison d'environ deux périodes de 50 minutes par semaine (Beauset et Duroisin, 2021a).

Finalement, après l'expérimentation dans les classes, la quatrième phase, nommée phase de retour, a permis de réaliser un débreffage avec les enseignants, prenant également la forme d'un groupe de discussion. Ce temps d'échange a été l'occasion notamment de récolter l'avis a posteriori des enseignants à l'égard du dispositif testé et donc, plus largement, concernant les problèmes de reproduction de figures (points forts, points faibles, difficultés rencontrées, confirmation ou non des doutes mis en évidence a priori, etc.).

4.3 Données exploitées

Chacune des séances de la recherche collaborative a été enregistrée (enregistrement audio) et les discours ont été retranscrits. De cette façon, le chercheur dispose des verbatims des enseignants qui seront ici analysés selon une approche qualitative et utilisés pour illustrer les perceptions des enseignants à différents moments :

- d'abord, dans le groupe de discussion mené en phase de coopération pour interroger les enseignants sur leurs pratiques habituelles,
- ensuite, au cours de la phase de coélaboration, lorsque le chercheur a confronté les enseignants aux pistes didactiques proposées au sein des recherches et a ainsi récolté les perceptions a priori des enseignants à l'égard de telles activités,
- enfin, dans le groupe de discussion mené lors de la phase de retour, lorsque les enseignants ont été invités à échanger cette fois leurs perceptions a posteriori.

L'analyse descriptive menée se focalise sur ces trois temps d'échanges, les autres temps d'échanges étant davantage des temps de présentation d'informations de la part du chercheur.

5. Présentation des résultats

En prenant appui sur les verbatims des enseignants issus des différentes étapes de la recherche collaborative, leur avis à l'égard des activités de reproduction de figure est ici présenté. Ces résultats permettent notamment l'identification de freins et de leviers relatifs à l'instauration de telles activités et débouchent ainsi sur la formulation de recommandations diverses.

5.1 Pratiques enseignantes habituelles concernant les problèmes de reproduction de figures

Lors du premier groupe de discussion, les enseignants ont mentionné qu'habituellement, ils ne réalisaient pas de problèmes de reproduction de figures dans une visée de développement de la visualisation non iconique. Ils ne perçoivent d'ailleurs pas l'intérêt de telles activités pour l'apprentissage de la discipline. Il leur arrive parfois de proposer des activités au cours desquelles les élèves doivent reproduire ou restaurer une figure qui leur est donnée, notamment dans les activités liées aux transformations du plan et aux homothéties. Dans ces chapitres d'enseignement, les élèves sont chargés de reconstruire une figure après qu'elle ait subi une transformation du plan, un agrandissement ou une réduction.

> Chercheur : Donc, au niveau des exercices de restauration, est-ce que vous proposez ou pas des exercices de ce style dans vos classes?
>
> E3 : Non…
>
> E2 : Non jamais…
>
> […]
>
> E1 : Mais ils ne doivent pas … euh … reproduire bêtement quelque chose à part en…
>
> E3 : En symétrie.
>
> […]
>
> E1 : En symétrie ou en homothétie…

En s'appuyant sur la définition donnée au sein du cadrage théorique, il est possible de considérer ces activités de transformation de figures comme des problèmes de reproduction de figures. Néanmoins, la méthode apprise aux élèves pour résoudre ces problèmes ne fait pas appel au développement de la visualisation non iconique puisque les apprenants doivent appliquer à chacun des sommets de la figure la transformation, point par point, pour former ainsi la nouvelle figure. Il n'est pas attendu de leur part qu'ils utilisent de tracés réorganisateurs permettant l'exploitation des propriétés des figures à reconstruire. Par ailleurs, lorsqu'ils proposent ce genre d'exercice, les enseignants attendent le plus souvent des élèves qu'ils utilisent l'équerre graduée (ou éventuellement le compas) pour tracer des parallèles, des perpendiculaires, de mesurer des longueurs et de les reporter pour ainsi résoudre les tâches. De plus, les figures à reproduire que proposent les enseignants sont principalement des figures simples (triangles, quadrilatères et polygones réguliers), comme recommandé dans les prescrits. Les variables didactiques choisies par les enseignants, que ce soit au niveau des figures à reproduire ou au niveau du matériel, ne semblent donc pas aller dans le sens des recommandations données dans la littérature pour développer la visualisation non iconique des élèves.

> E1 : Matériel libre, oui, mais souvent c'est essentiellement l'équerre.
>
> […]
>
> E3 : Le compas, oui...
>
> E1 : Quand on fait les rotations.
>
> […]
>
> Chercheur : …Les figures, du coup, ça reste des figures simples?
>
> E1 : Oui.

Chercheur : Donc des quadrilatères ou triangles?

E1 : Triangles, oui.

Chercheur : Ça ne va pas plus loin que cela?

E1 : On fait un peu les polygones réguliers...mais, euh, on n'en fait pas beaucoup.

[…]

E4 : Après, on ne fait jamais un carré avec un triangle accroché…

Les enseignants ne semblent donc pas proposer de problèmes de reproduction qui s'inscrivent dans une visée de développement, chez les apprenants, du regard adéquat à porter sur les figures.

Pour justifier l'absence de telles activités dans leurs pratiques, ils évoquent l'absence d'information à ce sujet au sein des prescrits légaux. Ils relèvent que par manque de temps, ils se focalisent sur ce qui est clairement explicité dans ces derniers. Dans le groupe de discussion, les enseignants ont d'ailleurs souhaité consulter les programmes et référentiels pour confirmer ce qu'ils affirmaient.

Chercheur : Pourquoi vous n'en proposez pas?

E2 : Parce que ce n'est pas dans notre programme déjà.

[…]

E1 : Mais tu sais, on a tellement de trucs dans le programme en math… que ce genre de choses… ne nous semblent pas prioritaires.

[…]

E4 : Ça, on n'a pas ça dans notre programme.

Dans le groupe de discussion, les enseignants ont également souhaité passer en revue quelques anciennes épreuves du CEB[6], considérant que la présence régulière de problèmes faisant appel à la visualisation non iconique au sein des épreuves pourrait les inciter à proposer en classe des activités développant ce mode de visualisation. Ils admettent que les épreuves certificatives contiennent quelques problèmes de ce type, et cela leur semble être de plus en plus le cas. De plus, le fait de recevoir une formation de la part du chercheur expliquant les enjeux et les intérêts de telles activités pour la transition vers l'enseignement secondaire semble encourager les enseignants à proposer de telles activités. Le manque de formation des enseignants à ce sujet semble donc être un facteur permettant d'expliquer l'absence des activités de reproduction dans les activités d'enseignement des

[6] Certificat d'études de base : Evaluation externe nationale certificative réalisée à l'issue de l'enseignement primaire en FWB.

enseignants. Précisons que les enseignants ont avoué ne jamais avoir été formés à ce sujet avant la recherche collaborative.

> E1 : Quand on lit le programme, ce n'est pas présent, mais…quand on regarde les CEB on se rend compte qu'il faut quand même qu'on le fasse parce que…parce qu'il commence à y avoir de plus en plus d'exercices là-dessus.
>
> E3 : C'est surtout qu'ils en ont besoin en secondaire après… […] Alors ça vaut la peine de l'amorcer.

Les enseignants confirment avoir le sentiment d'être confrontés à des élèves qui se situent dans un mode de visualisation iconique. Pour illustrer cela, ils évoquent que les élèves réalisent les constructions en accordant plus d'importance à leur perception visuelle qu'aux propriétés des figures, ce qu'ils perçoivent maintenant comme problématique grâce à la formation reçue et ce qui renforce l'intérêt qu'ils accordent aux activités de reproduction de figures.

> Chercheur : Quand vous leur donnez un dessin ou une figure géométrique, comment est-ce qu'ils identifient la figure?
>
> E3 : D'un premier abord, plutôt l'approche du botaniste…
>
> E1 : Oui
>
> E3 : …ils regardent et puis c'est …même s'il y a un peu de décalage…tant pis…si ça a l'air, c'est que c'est bon.
>
> […]
>
> E3 : C'est rare qu'ils sortent leurs outils pour être sûrs et certains…

Après la discussion avec le chercheur, les enseignants sont donc enclins à l'idée de pratiquer de telles activités avec les élèves, tout en veillant à conserver une durée raisonnable pour ce type d'activités afin de ne pas empiéter sur d'autres apprentissages de mathématiques attendus au sein des prescrits.

5.2 Avis a priori à l'égard des problèmes de reproduction de figures (recommandés au sein des recherches)

Certains problèmes de reproduction, et plus spécifiquement de restauration, sont décrits par les enseignants comme étant trop complexes. Ils mentionnent donc l'importance de proposer des activités avec une complexité progressive afin d'accompagner l'élève, sans quoi il n'arrivera pas à développer et maintenir le mode non iconique

> E1 : C'est quand même vachement, enfin, il y a des trucs, oui, qui seront compliqués.
>
> […]

> E3 : Ça dépend, la complexité, elle va dépendre des figures qu'on choisit au départ, et des…du nombre d'alignements etc.
>
> E2 : Et des élèves aussi.
>
> E3 : Moi, je pense qu'il vaut mieux commencer comme ça …peut-être accélérer si à un moment il y a …ça va bien.

Les enseignants relèvent que les activités intégrant du matériel de type « gabarits » ou « pochoirs », comme le recommandent au sein de la progression des instruments proposée, devraient plutôt être réservées aux classes inférieures. Ils sont en effet réticents quant à l'utilisation de tels matériels avec les élèves de 6e primaire, estimant que cela représente un retour en arrière par rapport au travail mené sur les instruments avec les élèves jusqu'alors puisqu'à ce niveau scolaire, les élèves ont déjà appris à utiliser tous les instruments. De manière générale, ils considèrent que le travail de reproduction avec du matériel divers devrait être proposé plus tôt, par exemple à partir de la 3e primaire. Ce sentiment est renforcé par le fait qu'ils considèrent qu'il n'y a pas ou peu de manipulations pendant ces années.

> E1 : Je te dis, le gabarit, en troisième, pour l'angle droit, mais à part cela il n'y a aucun autre gabarit.
>
> […]
>
> E4 : Il n'y a pas de manipulations.
>
> […]
>
> E1 : Après, est-ce que c'est utile de leur faire, euh… utiliser des gabarits parce que c'est quand même quelque chose qu'on n'utilise jamais, ni avant ni pendant… et en secondaire je ne suis pas sûr qu'il… y ait des gabarits qui soient utilisés.
>
> […]
>
> E1 : Mais le problème c'est que le travail de la latte [l'enseignant utilise le terme « latte » pour évoquer la règle graduée] et de l'équerre il est quand même déjà là.
>
> E5 : Oui, en fait, ça…il faudrait faire ça en 3e primaire.

Une autre réticence pour les enseignants concerne l'utilisation d'outils non gradués. Bien qu'ils comprennent l'intérêt de pouvoir détourner l'attention de la mesure au profit de l'exploitation d'autres propriétés, ces derniers considèrent que proposer un travail avec de tels outils va à l'encontre de ce qu'ils enseignent puisqu'à leur niveau scolaire, les élèves ont déjà découvert les différents instruments. Ils craignent qu'inciter à l'utilisation de tels outils risque de faire valider des comportements inadaptés de la part des élèves, notamment lorsqu'il s'agira plus tard de construire des figures sans faire attention aux respects des mesures et propriétés ou de la précision (c'est-à-dire lorsqu'il sera demandé aux élèves de construire des droites perpendiculaires, ils craignent que les élèves ne le fassent qu'approximativement).

> E1 : Ça va quand même à l'encontre de ce qu'on leur enseigne…
>
> […]
>
> E3 : Tu les forces à revérifier l'angle… à regarder que ce soit vraiment bien isométrique.
>
> E1 : Oui, c'est ça, parce que… ils tracent un carré sans vérifier les angles droits… Ils vont te faire un côté… puis ils vont te faire l'autre, bah, parce que ça va être plus ou moins droit, mais sans utiliser l'angle droit de l'équerre, quoi… et ça, mais ça leur pose plein de problèmes…surtout en 5e…moins en 6e parce qu'on les a … drillé à ça.
>
> E3 : Mais l'objectif ne sera pas le même ici.

Ces réticences dans le chef des enseignants peuvent constituer le reflet de leurs attentes implicites (précision, mesure). De telles attentes inciteraient davantage les élèves à rester dans un mode iconique. Elles permettent d'illustrer une absence de conscience et de connaissance des modes de visualisation, voire de suspecter que les enseignants se situent eux-mêmes dans le mode iconique.

Toujours par rapport au matériel, les enseignants semblent défavorables quant à l'utilisation d'un gabarit d'angle droit, en remplacement de l'équerre. L'intégration d'un tel instrument s'inscrit pour eux à l'encontre de ce qu'ils proposent habituellement. En effet, ils sont déjà confrontés à des difficultés à faire utiliser la ligne de perpendicularité de l'équerre [7] aux élèves. Ils craignent qu'intégrer le gabarit ne les encourage pas à utiliser à l'avenir la ligne de perpendicularité, mais plutôt l'angle droit de l'équerre, ce qu'ils considèrent comme problématique, toujours pour une question de précision.

> E2 : On veut…on veut qu'ils utilisent la ligne …Enfin, l'équerre, euh…voilà…
>
> E5 : Non, on veut qu'ils utilisent le 0-90 au lieu du bord de l'équerre quoi.

Malgré les quelques réticences, les enseignants semblent globalement intéressés par la réalisation de problèmes de reproduction comme ceux recommandés au sein des recherches, pour des raisons qui ont pu être mises en évidence plus tôt (perception de l'utilité à la suite de la formation reçue, présence dans les épreuves certificatives). Les enseignants sont notamment enthousiastes par rapport à

[7] Terminologie utilisée par les enseignants du primaire, au même titre que la terminologie « le 0-90 » utilisée par l'enseignante du secondaire.

l'utilisation d'un système de cout des instruments et trouvent qu'intégrer ce système permettrait de pousser davantage les élèves à la réflexion.

> E3 : Ce genre d'exercice là, par contre, je le vois bien …
>
> […]
>
> E4 : C'est intéressant.
>
> […]
>
> E1 : C'est vrai que ça les oblige à réfléchir et c'est quelque chose qu'on ne fait pas…nous, le but c'est d'y arriver…

En outre, cette piste didactique met les élèves en situation de recherche et peut constituer, d'après les enseignants, une source de motivation pour les élèves. Néanmoins, cette piste implique selon eux de prévoir l'usage de relances individuelles pour remettre en recherche les élèves ainsi que des temps collectifs pour que ces derniers puissent positionner leur travail par rapport à la solution la moins couteuse.

> E3 : Je pense que pour les élèves, tu en as qui voudront savoir comment va être le moins couteux et savoir s'ils ont bien réussi ou pas.

De plus, les enseignants trouvent qu'il est, de manière générale, nécessaire d'insister auprès des élèves sur l'importance de prendre le temps de l'observation, de la prise de recul ou encore de la réflexion avant de résoudre les problèmes. Cette attitude transversale est encouragée par l'usage des problèmes de reproduction, notamment puisque ceux-ci exigent une observation du modèle. Cette caractéristique semble donc être un atout de ce type d'activité.

Les enseignants trouvent intéressant d'inclure le compas comme outil de report de mesure en fin de progression des instruments. En effet, pour les enseignants, son utilisation représente une difficulté pour les élèves et il apparait donc intéressant de l'exploiter, notamment parce que cette utilité n'est pas perçue par les élèves.

> E3 : Ça, ça peut être… ça c'est super intéressant.
>
> […]
>
> E1 : C'est vrai que c'est quelque chose qu'on ne fait pas du tout …on n'utilise pas beaucoup le compas comme euh…pour tracer des cercles et puis c'est tout, hein.
>
> […]
>
> E1 : Ils ont du mal à gérer le compas en fait.

Au-delà des points forts et des réticences, les enseignants relèvent plusieurs points d'attention à l'égard des problèmes de reproduction. Un premier point d'attention concerne les différences de rythme entre élèves. En effet, les enseignants suspectent que de telles activités pourraient provoquer de fortes différences de rythmes entre élèves. Ils précisent d’ailleurs que ce ne sera pas forcément les élèves les plus « forts » habituellement qui s’en sortiront le mieux dans les activités de reproduction. Ils font également une analogie avec les activités liées aux homothéties et transformations, ou aux perspectives isométriques, pour lesquelles est relevé le même point d’attention.

> E3 : Parce que moi je vois très bien ceux qui vont prendre ce genre d’exercice et qui vont y aller…euh… ils vont manger les cinq, six exercices en dix minutes…. Et tu as ceux qui vont chercher… et poser leur latte et pendant une heure tourner pour être sûr que ça va être bon à tracer…ou que ça ne va pas être un truc, euh…
>
> […]
>
> E1 : C’est les plus forts qui vont, euh…
>
> E5 : Qui vont se planter.
>
> […]
>
> E4 : …Moi j’avais ça ... quand ils font transformations, agrandissements et tout ça… les plus forts ils y arrivent moins bien.

Ces probables différences de rythme incitent les enseignants à planifier de la différenciation au cours des séances. Il est pour eux nécessaire de prévoir des aides et des relances, en veillant toutefois à ne pas trop les guider et à les laisser faire leur choix de résolution puisque tous ne vont pas opter pour la même méthode.

> E1 : Mais, euh, par contre, leur mettre des petites astuces… dire, enfin genre « voilà attention, tous les points ne sont pas présents …repasse-les peut-être en couleur, repère ceux qui ne sont pas présents. »

Prévoir des exercices de dépassement pour les élèves plus rapides est également considéré par les enseignants comme important dans une optique de prise en compte des rythmes. Par ailleurs, pour les élèves qui sont plus en difficulté, il semble nécessaire d’inclure des exercices facultatifs de niveaux intermédiaires avant de passer à des exercices plus complexes.

> E1 : Peut-être en rajouter un du niveau 1 avant de passer au niveau 2.
>
> […]
>
> E3 : Et moi je dirais même après, en rajouter des plus compliqués… en dépassement… la base c’est ça et en remettre derrière…

Un autre point d’attention relevé par les enseignants concerne le droit à l’erreur. En effet, ils estiment important de laisser aux élèves l’occasion de se tromper et de pouvoir recommencer dans de bonnes conditions l’activité. C’est pourquoi les enseignants estiment nécessaire de prévoir, dans le cas des problèmes de restauration, plusieurs exemplaires de la même amorce afin que l'élève puisse, si nécessaire, recommencer avec soin la résolution du problème.

> E3 : C'est peut-être une fois la forme et la remettre une deuxième fois…tu vois. Qu'ils puissent faire une sorte de brouillon sur lequel ils vont gommer au début, essayer…

L'importance de l'instauration de temps pour la verbalisation apparait également comme un point d'attention pour les enseignants. Les enseignants estiment donc important de prévoir de nombreux temps de confrontation, de mises en commun et de synthèses collectives. De cette façon, les élèves seront forcés d'utiliser le vocabulaire adéquat et de faire preuve de métacognition, notamment pour mettre en avant les bons réflexes à avoir en géométrie. Les élèves plus en difficulté pourraient ainsi être guidés.

5.3 Avis a posteriori à l'égard des problèmes de reproduction de figures (à la suite de l'expérimentation)

L'avis des enseignants a posteriori, c'est-à-dire après avoir presté le dispositif centré sur les problèmes de reproduction de figures, semble, pour un certain nombre d'aspects, s'inscrire dans la continuité de l'avis a priori. D'une part, les enseignants confirment l'existence de différences marquées de rythmes entre élèves. Cela renforce l'idée de prévoir de la différenciation. Les activités de dépassement sont notamment apparues utiles pour les élèves plus rapides.

> E1 : Il y a ceux qui le voient direct…ils n'ont même pas besoin de tracer ils voient avant de commencer…même sans tracer…et tu en as d'autres, ils ne voient rien…et même s'ils tracent ils ne voient toujours rien.
>
> E2 : Même quand tu expliques, ils ne voient toujours rien.
>
> […]
>
> E1 : Et c'était mes bons élèves, hein, qui avaient du mal.
>
> […]
>
> E1 : C'était important d'avoir des dépassements.
>
> E1 : Il y en a qui se seraient tourné les pouces sinon.

D'autre part, l'importance d'accorder une place à l'erreur en prévoyant plusieurs exemplaires pour les activités de restauration a également été perçue comme pertinente par les enseignants, particulièrement pour les élèves en plus grande difficulté.

En outre, après avoir expérimenté des problèmes de reproduction de figures, les enseignants semblent considérer que ces activités favorisent la transition vers l'enseignement secondaire, et ce, pour plusieurs raisons. D'abord, ils ont le sentiment que ces problèmes ont bel et bien permis d'atteindre l'objectif fixé, c'est-à-dire le passage, au moins partiel, à une manière plus géométrique de voir les figures. Ils estiment que cela pourra les aider dans la pratique de la démonstration au cours de l'enseignement secondaire puisqu'ils observent des modifications dans la manière dont les élèves raisonnent sur celles-ci. Ils relèvent, par exemple, que lors des premières séquences, les élèves semblaient utiliser des arguments perceptifs (p. ex. « ça se voit que je dois tracer comme ça »), plus que des propriétés, ce qui avait tendance à s'estomper au fur et à mesure des séances. Ce changement dans les modes de raisonnement utilisés par les élèves a permis de résorber la crainte d'augmentation des imprécisions, présente chez certains enseignants. D'ailleurs, pendant les temps d'échanges collectifs qui ont permis la prise de connaissances du dispositif, les enseignants ont instinctivement voulu tester les exercices.

- Verbatims a priori :

  E5 : Faut d'abord le faire soi-même, hein.

  […]

  E4 : On verra plus clair en le faisant soi-même.

- Verbatims a posteriori :

  Chercheur : Est-ce que vous avez trouvé qu'il était facile d'enseigner ce dispositif?

  E1 : C'était quand même assez compliqué …euh…

  E2 : Oui, Je n'irai pas jusqu'à dire que c'était facile.

  E1 : J'ai quand même dû prendre du temps aussi…

  […]

  E2 : Moi aussi j'ai tout refait.

  E1 : …en mettant mes annotations pour savoir ce que je devais dire, comment faire…

  […]

  E1 : Et c'est pas du tout quelque chose qu'on fait en classe. Donc, c'est vrai que pour les élèves c'était quelque chose de difficile aussi …et donc c'est vraiment une double difficulté… c'était difficile pour nous et en plus pour eux, vraiment…

Les enseignants témoignent également de la condition sine qua non de leur accompagnement préalable afin de leur permettre de bien percevoir l'enjeu des activités, notamment grâce à la présentation des concepts didactiques importants. Ils estiment qu'il était essentiel de savoir pourquoi ces activités étaient importantes à réaliser en classe. L'importance de la formation proposée dans le cadre de cette recherche est donc à nouveau mise en évidence.

> E2 : Bah, il faut expliquer pourquoi…
>
> […]
>
> E3 : Il faut d'abord avoir vu la partie théorique avant de … pour savoir où est l'intérêt.
>
> E2 : Oui c'est ça.
>
> […]
>
> E3 : Par contre, au niveau de… heureusement qu'on avait tout refait avant ensemble.

Bien qu'ils soulignent que les activités testées étaient intéressantes, notamment le système de cout qui a bien fonctionné dans les classes dans lesquelles il n'y a pas de compétition, les enseignants estiment tout de même que les conditions d'expérimentations n'ont pas été des plus favorables. En effet, le dispositif a été mis en place sur une courte période. Dès lors, ils estiment qu'il est approprié de répartir les activités incluant des problèmes de reproduction de figures sur l'ensemble de l'année et non de les réaliser sur une période condensée. Cela rejoint d'ailleurs l'idée précédemment évoquée de plutôt intégrer ces activités lors des apprentissages et d'ainsi considérer ces problèmes comme des moyens plus que comme des objets d'apprentissage. Cette solution pourrait permettre de diminuer le caractère répétitif, voire rébarbatif, des activités, que ce soit dans le chef de l'enseignant ou dans celui des élèves. Les enseignants vont même plus loin en relevant que certaines activités pourraient être intéressantes à proposer dans les années antérieures, avec moins de complexité, pour envisager une progression dans le parcours au niveau de cet apprentissage. C'est le cas notamment des activités avec matériels non gradués à l'égard desquelles ils étaient, au départ, plutôt réfractaires, mais qui leur parait désormais pertinentes.

> E1 : Moi, j'ai trouvé ça intéressant…juste que, c'est ce que je disais à P**** juste avant, je pense le fait de l'avoir fait sur un court laps de temps c'était franchement lourd, quoi.
>
> […]
>
> E1 : Et c'est vrai que…il y a …même pour moi pour l'enseigner, c'était lourd et pour eux aussi, quoi.
>
> […]
>
> E2 : Maintenant, c'est vrai que ce serait à recommencer …l'étaler vraiment sur l'année…

> […]
>
> E3 : Et comme on le disait tout à l'heure, peut-être même le commencer dans les autres années…

Les conditions d'expérimentation sur une courte durée laissent croire aux enseignants que certaines habitudes inadéquates en termes de regard porté sur les figures resteront persistantes chez certains élèves, particulièrement chez ceux en difficulté. Ainsi, ils se questionnent sur la durabilité de l'acquisition du mode de visualisation non iconique et confirment donc que le travail à mener pour faire acquérir ce mode est un travail long et complexe. S'ils voulaient, au départ, expérimenter le dispositif sur un temps court, les enseignants semblent finalement avoir pris conscience de l'intérêt de la séquence qui dépasse l'échelle de la séquence d'enseignement pour être plus transversal aux apprentissages géométriques.

> E1 : Je ne sais pas si…je refais l'activité aujourd'hui, je ne suis pas sûr qu'ils aient vraiment retenu, euh…
>
> E3 : Sans leur annoncer que c'est la même chose que…il y en a qui reprendraient des mauvais travers…
>
> […]
>
> E3 : Mais c'est parce que …
>
> E1 : Ça a été fait sur un court laps de temps.
>
> […]
>
> E3 : Il faudrait le travailler depuis…
>
> E1 : Oui c'est ça.
>
> E3 : Pas que ça non plus …il faut travailler aussi la mesure…mais il faudra travailler…les deux depuis beaucoup plus de temps, pour que ce soit un réflexe.
>
> […]
>
> E1 : Maintenant si on le fait peut-être tous les mois…il y a peut-être moyen que…mais juste quelques séances d'apprentissage comme ça je ne suis pas sûr que ce soit suffisant.

6. Discussion des résultats

Pour que l'élève puisse acquérir des savoir-faire et compétences en géométrie lors de l'enseignement secondaire, il est nécessaire de l'accompagner, dès l'enseignement primaire à poser un regard géométrique approprié sur les figures. Ainsi, il s'agit d'amener progressivement l'élève à pouvoir dépasser le mode de visualisation iconique au profit d'un mode de visualisation non iconique.

Toutefois, mettre en place un tel travail apparait complexe pour les enseignants. La complémentarité des recherches issues de différents domaines (psychologie des apprentissages, psychologie cognitive, didactique des mathématiques) a permis de mieux comprendre le fonctionnement de la visualisation des figures en géométrie chez les élèves, de percevoir l'impact de cette dernière sur l'apprentissage, mais également de suggérer des pistes d'activités d'enseignement-apprentissage permettant de mettre en œuvre un accompagnement des élèves et ainsi de faciliter la poursuite des apprentissages. Les problèmes de restauration et reproduction de figures constituent, d'après de nombreuses recherches (p. ex. Keskessa et al., 2007; Mangiante-Orsola et Perrin-Glorian, 2014), l'une des pistes pour mettre en œuvre cet accompagnement lors de l'enseignement primaire.

La recherche collaborative menée ambitionne de mettre en relation cette piste didactique issue de recherches en didactique de la géométrie avec les pratiques professionnelles. En effet, elle vise à identifier, en récoltant les perceptions d'enseignants à différents moments, les leviers et freins à la mise en place d'activités de développement de la visualisation non iconique dans les classes de la fin de l'enseignement primaire, et plus spécifiquement les problèmes de reproduction de figures. Ce travail permet ainsi de questionner l'appropriation que les enseignants se font de ces outils, ce qui constitue un objet de recherche essentiel d'après Berthelot et Salin (1992). Il permet ainsi de fournir certaines recommandations à l'égard de plusieurs acteurs pour encourager à la mise en œuvre de telles pratiques : les auteurs des prescrits, les formateurs des enseignants, les concepteurs de manuels ou encore les enseignants eux-mêmes.

6.1. Recommandations à destination des auteurs des prescrits (référentiels/programmes et épreuves externes)

L'explication principale relevée par les enseignants pour justifier la non-mise en œuvre d'activités de développement de la visualisation non iconique comme les problèmes de reproduction/restauration concerne l'absence de recommandations au sein des prescrits légaux belges francophones. On ne retrouve dans les référentiels aucune indication quant aux difficultés dans le chef des élèves en lien avec la manière dont ils posent un regard sur les figures. De plus, dans les programmes, il n'y a pas de piste d'activités didactiques concrètes, comme le sont par exemple les problèmes de reproduction pour développer le regard géométrique des apprenants. Les recommandations mises en évidence au sein des différentes recherches en didactique sur le sujet semblent également absentes. À l'heure de la définition des nouveaux référentiels et de l'élaboration des programmes scolaires belges francophones, s'inscrivant dans le cadre de la réforme du Pacte pour un enseignement d'excellence, il apparait essentiel que les futures prescriptions relatives à l'enseignement-apprentissage de la géométrie tiennent compte des résultats de recherche en didactique. Autrement dit, il s'agit pour eux de faire en sorte que les programmes mettent en avant l'importance de développer le regard géométrique chez les élèves tout en proposant des exemples concrets d'activités permettant aux enseignants d'y arriver. Il s'agit d'une condition institutionnelle, présentée par Berthelot et Salin (1992), nécessaire, bien que non suffisante, pour espérer voir l'émergence de telles pratiques chez les enseignants.

Plus particulièrement, cette recherche a permis de souligner des réticences des enseignants à l'égard de certaines pistes didactiques issues de la littérature, principalement celles qui concernent les instruments géométriques à utiliser. Les enseignants de 6e primaire semblent peu enclins à utiliser des outils non gradués et des gabarits (p. ex. gabarit d'angles droits). S'ils ne réfutent pas l'intérêt et l'utilité de ces outils, les enseignants estiment qu'en fin d'enseignement primaire, ces pratiques s'apparentent à un retour en arrière pour les élèves. De plus, ils craignent que ces instruments occasionnent des imprécisions de tracés chez les élèves. D'après les enseignants, il faut suggérer de tels outils plus tôt dans le parcours des élèves puisqu'en 6e primaire, certains matériels sont à privilégier (l'équerre et le compas). L'intégration d'une progression des outils utilisés dans le parcours scolaire est donc à prendre en compte dans les prescriptions à fournir aux enseignants. Cette idée semble être en adéquation avec l'idée de Van Hiele (1959) selon laquelle la mise en place d'une progression dans le développement de la pensée géométrique est nécessaire, notamment dans la démarche de construction. Au vu des retours obtenus, il apparait nécessaire de proposer une progression qui soit en adéquation avec les apprentissages et les propriétés des figures déjà maitrisées par les élèves.

Malgré l'absence de prescriptions et recommandations au sein des prescrits actuels, la présence d'activités proches, ou du moins nécessitant d'utiliser des procédés se rapportant au mode de visualisation non iconique, dans les évaluations externes certificatives menées en Belgique francophone semble également constituer un argument qui encourage les enseignants à accepter de mettre en place des activités de reproduction. Rozenwajn et Dumay (2014) ont aussi relevé que le contenu des évaluations peut influencer les pratiques pédagogiques des enseignants. Il s'agit donc pour les concepteurs de telles épreuves d'y maintenir la présence de tels problèmes.

6.2. Recommandations à destination des formateurs

Pour encourager les enseignants à intégrer dans leurs pratiques un accompagnement du développement de la visualisation non iconique des élèves, une condition complémentaire à la condition institutionnelle concerne la formation (initiale et/ou continue) des enseignants. En effet, la recherche menée permet de relever l'importance de l'accompagnement des enseignants, en l'occurrence ici par le chercheur, pour l'instauration des problèmes de reproduction de figures dans leurs pratiques. Les formateurs, que ce soit en formation initiale ou continue, peuvent occuper également ce rôle d'accompagnateur en prenant en compte les recommandations suivantes.

Il apparait d'abord essentiel de fournir un accompagnement aux (futurs) enseignants pour que ces derniers puissent comprendre et percevoir les enjeux de telles activités. En ce sens, un accompagnement théorique est indispensable. Les participants avaient d'ailleurs souligné que l'étape de présentation théorique des concepts didactiques importants était essentielle, car il s'agissait de concepts inconnus pour eux. Taveau (2014) précise d'ailleurs qu'avoir des connaissances disciplinaires, mais aussi didactiques, en géométrie est une condition nécessaire pour pouvoir enseigner cette discipline de manière efficace. Cette formation doit pouvoir montrer aux enseignants les enjeux didactiques de telles activités afin que ceux-ci puissent comprendre le sens et l'importance de leur mise en œuvre, notamment pour la suite des apprentissages, d'autant que Bulf et Mathé (2018) ont souligné la présence d'une difficulté, chez les enseignants de primaire, à percevoir les enjeux et finalités de la géométrie. Proposer un accompagnement aux enseignants constitue notamment une occasion de contourner la sous-estimation de ces activités mise en évidence par Bulf et Celi (2015a). Dans notre cas, après avoir présenté aux enseignants les concepts didactiques de visualisation iconique et non iconique, avoir mis en évidence des obstacles liés à la visualisation iconique et des intérêts de développer la visualisation non iconique, ces derniers ont accepté de mettre en place des activités pour favoriser le développement de la visualisation auprès des élèves. Dans cette recherche, les enseignants ont relevé que cet accompagnement était à prévoir afin que leurs homologues mettent en œuvre de telles activités. En effet, ils relèvent que les outils didactiques doivent obligatoirement être accompagnés d'explications permettant de comprendre leur sens, sans quoi les futurs utilisateurs risquent de ne pas les exploiter, voire de les exploiter de manière non pertinente.

Néanmoins, outre l'accompagnement théorique, un temps plus pratique semble également être important, notamment au cours duquel les enseignants vont pouvoir vivre les problèmes de restauration pour comprendre les subtilités de ces problèmes. Ce temps d'appropriation a été décrit comme indispensable par les enseignants avant de proposer ces problèmes en classe. Cela est d’autant plus important que les enseignants ont estimé que ces activités ne sont pas faciles à utiliser et demandent un temps assez important d’appropriation, notamment pour comprendre leurs subtilités. Cet élément est donc déterminant pour initier et pérenniser les pratiques.

Par ailleurs, les résultats nous incitent à penser qu’il serait nécessaire d’accompagner les enseignants dans un changement de posture mettant davantage l’accent sur la justesse des raisonnements plutôt que sur la précision des tracés. Il faut pour cela les inciter à modifier leurs attentes implicites qui peuvent s’avérer néfastes pour le passage des élèves à un mode non iconique. Un tel changement de posture pourrait, par exemple, inciter les enseignants à devenir moins réfractaires à l’égard du matériel non gradué.

En outre, il apparait également important de conscientiser les enseignants sur la complexité du défi que constitue l’accompagnement des élèves vers un mode de visualisation non iconique. En effet, les habitudes des élèves concernant la manière instinctive dont ils regardent les figures et raisonnent sur ces dernières s’avère persistantes, comme l’ont observé Duroisin et al. (2020). Un travail long est complexe est nécessaire pour modifier certaines habitudes qui parfois peuvent s’avérer insuffisantes et non pertinentes pour la suite des apprentissages, c’est pourquoi il est nécessaire d’y aller progressivement.

La mise en œuvre de recherches collaboratives constitue une piste chronophage mais intéressante. Elle implique les enseignants dans la réflexion à l’égard de telles activités et permet de les accompagner avant, et même après, leur mise en œuvre. Dans cette démarche, le rôle du chercheur en tant que formateur et accompagnateur des enseignants est essentiel. D’ailleurs, Galand et Dellisse (2021) relèvent les insuffisances d’une approche dans laquelle les enseignants seraient amenés à travailler ensemble uniquement, en communauté d’apprentissage professionnelle. Par ailleurs, la constitution de l’équipe composée d’enseignants aux profils variés et complémentaires, avec notamment l’intégration d’un enseignant de l’enseignement secondaire, constitue une force de la recherche menée. En effet, une collaboration entre les enseignants des deux ordres, par le partage d’expertises pédagogiques et didactiques, est perçue comme un levier puissant pour le développement professionnel (Larose et al., 2006), et ce regroupement apparait particulièrement adéquat lorsque la recherche porte sur la transition primaire-secondaire (Bednarz et al., 2009), comme c’est le cas ici.

6.3. Recommandations à destination des concepteurs de manuels et/ou des enseignants concevant et mettant en œuvre leurs activités d'enseignement-apprentissage

Même en cas d'absence de recommandations explicites dans les prescrits, l'une des pistes pour encourager les enseignants à intégrer des problèmes de reproduction de figures consiste à mettre en évidence que ces derniers, bien qu'ils ne soient pas directement attendus dans les prescrits, permettent d'aborder de nombreux contenus qui, eux, sont attendus au sein des prescrits légaux des enseignants. Il s'agit donc de considérer ces activités non pas comme un objet d'apprentissage (Duroisin et al., 2021) à part entière mais comme un moyen pertinent d'aborder les attendus des prescrits. C'est d'ailleurs ce qu'ont pu relever a posteriori les enseignants, relevant que les activités proposées ont permis d'aborder ou de rappeler de nombreux apprentissages attendus. Godin et Perrin-Glorian (2009) le confirment également puisqu'ils soulignent que de telles activités sont l'occasion de construire les connaissances attendues à l'école élémentaire tout en étant plus conforme à ce qui est attendu en secondaire. Une piste permettant une meilleure intégration de ces problèmes dans les pratiques enseignantes pourrait donc être d'intégrer directement dans les chapitres abordant les notions des prescrits des problèmes de reproduction/restauration en lien avec ces notions. Par exemple, lorsqu'il est question d'aborder avec les élèves les propriétés des diagonales des quadrilatères, il pourrait s'agir de proposer des problèmes de restaurations dans lesquels l'élève devra prendre appui sur de telles propriétés pour réussir la restauration. Par ailleurs, le fait qu'a posteriori, les enseignants considèrent qu'il est finalement plus intéressant de répartir de telles activités toute l'année plutôt que de les aborder spécifiquement à un moment précis, comme ça a été ici le cas, va également dans ce sens. Il s'agit ainsi d'éviter la crainte d'empiètement sur le programme, évoquée par les enseignants. Par ailleurs, d'après les enseignants, les activités de reproduction de figures semblent également constituer des activités de rappels/révision intéressantes. Elles pourraient donc être intégrées dans cette visée en fin de chapitre ou en fin de manuel.

En expérimentant de telles activités, les enseignants ont confirmé l'existence de différences de rythmes marquées entre les élèves dans la modification de la manière de voir les figures. La différenciation apparait nécessaire pour combler ces différences de rythme (EDUSA, 2019).Lors de la mise en place d'activités, les enseignants recommandent donc de penser à différencier les apprentissages, notamment en prévoyant des activités de dépassement pour les élèves plus rapides. Le développement de la visualisation non iconique est un travail de longue haleine qui ne doit pas consister en une série d'activités réalisées sur une courte période. Il doit plutôt s'agir d'un travail mené sur le plus long terme, notamment pour permettre un maintien de la capacité à faire preuve de visualisation non iconique et pour éviter que ces activités ne soient trop répétitives pour les élèves et pour les enseignants. Ce travail pourrait même, d'après eux, être entamé plus tôt dans le parcours scolaire, comme l'ont mis en évidence Bulf et Celi (2015a) ou encore Keskessa et al. (2007). En effet, les enseignants affirment qu'un travail peut être mené avec les apprenants de niveaux inférieurs pour déjà les sensibiliser à l'importance de poser un regard géométrique sur les figures. Il s'agirait alors de proposer aux élèves un réel parcours d'apprentissage en géométrie au cours de l'enseignement primaire qui s'inscrit dans l'accompagnement des élèves vers un mode de visualisation non iconique. Il sera alors notamment possible de neutraliser les craintes et réticences des enseignants de fin de primaire à l'égard de certains matériels de construction comme les gabarits.

Par ailleurs, les enseignants ayant participé à la recherche ont confirmé le lien existant entre développement de la visualisation et développement du langage. Duval (2005) relevait déjà la complémentarité entre le langage et la visualisation dans l'apprentissage de la géométrie. Les enseignants ont estimé essentiel de prévoir des temps au cours desquels les élèves étaient amenés à expliciter leur raisonnement, notamment lors de moments de confrontation ou de mises en commun. C'est également ce que recommandent Keskessa et al. (2007), Mathé (2008), Mithalal (2010) ou encore Celi et Perrin Glorian (2014). Par ailleurs, les enseignants ont eu le sentiment a posteriori que ces temps étaient bénéfiques pour les élèves.

Si certaines pistes, comme l'exploitation de certains instruments, semblent ne pas faire l'unanimité auprès des enseignants, d'autres sont jugées nettement plus positivement par les enseignants, que ce soit a priori ou a posteriori. C'est le cas des activités intégrant le système de cout des instruments. Ces activités sont jugées intéressantes par les enseignants car elles sont motivantes et permettent de placer les élèves en situation de recherche. Par ailleurs, utiliser ce système permet d'initier une réflexion chez les apprenants sur les démarches de résolution pertinentes, ce que les enseignants estiment ne pas assez faire dans leur pratique quotidienne. Les recherches antérieures ont également confirmé que l'instauration du système de cout permet d'introduire une réflexion chez l'apprenant (Duval et Godin, 2005). Il permet à la fois de développer l'autonomie des élèves, de l'entrainer à observer ses procédures et de l'inciter à choisir les procédures les plus pertinentes (Duval et Godin, 2005; Mangiante-Orsola et Leclercq, 2013). Les enseignants semblent également intéressés par l'idée d'inclure le compas comme outil de report de mesure, comme suggéré par Duroisin et al. (2020). Ils le justifient par le fait que l'utilisation de cet outil pose des difficultés pour les élèves de 6e primaire et que ces derniers ne perçoivent pas cette utilité que peut avoir l'instrument.

6.4. Limites et perspectives

Si des avantages relatifs à la recherche collaborative ont préalablement pu être identifiés, des limites à la démarche de recherche peuvent également être relevées. Malgré l'identification de plusieurs freins, leviers et pistes pour l'installation des problèmes de reproduction de figures dans la pratique enseignante, les éléments sont le reflet du travail spécifique mené avec une équipe de cinq enseignants belges francophones (quatre de 6e primaire et une du premier degré secondaire) travaillant au sein d'un même établissement. Il s'avérerait donc intéressant de mener des recherches à plus large échelle, sur un nombre plus important d'enseignants issus de contextes scolaires divers, pour pouvoir, d'une part, généraliser les constats mis en évidence dans cette recherche et pour compléter, d'autre part, la liste certainement non exhaustive des freins, leviers et recommandations ici relevés.

Une autre limite relève du fait d'avoir choisi de se focaliser sur les problèmes de reproduction/restauration de figures. Ces derniers ne constituent pas la seule piste pour encourager le développement de la visualisation non iconique. Par exemple, les activités s'appuyant sur les logiciels de géométrie dynamique semblent permettre de déstabiliser la visualisation iconique (Mithalal, 2010; Coutat, 2014). Il apparait intéressant de poursuivre la recherche menée en se focalisant sur d'autres pistes, ou en essayant de créer des outils complémentaires intégrant plusieurs pistes.

Enfin, lors de la mise en œuvre des problèmes de restauration par les enseignants collaborateurs, des différences de rythme marquées entre élèves ont pu être observées par ces derniers et permettent de souligner l'importance de prévoir la différenciation. Toutefois, cette recherche n'a pas inclus une réflexion avec les enseignants sur les outils diagnostiques permettant d'identifier le niveau de développement du mode de visualisation non iconique et les difficultés rencontrées par les enfants. Une perspective consisterait ainsi à mettre en place un outil de diagnostic efficace et ainsi proposer une réflexion de différenciation approfondie.

Conclusion

En s'intéressant aux développements de pistes didactiques au sein des pratiques enseignantes, il apparait primordial de récolter les avis des enseignants pour pouvoir identifier les freins, les leviers à leur appropriation et leur mise en place et ainsi formuler des recommandations à destination de différents acteurs. C'est l'objectif de la recherche par rapport aux activités didactiques que sont les problèmes de reproduction de figures. Ces activités, pourtant sous-estimées (Bulf et Celi, 2015a) offrent l'opportunité de développer un regard géométrique chez les élèves. Elles apparaissent donc pertinentes pour la fin de l'enseignement primaire afin d'atténuer la rupture relevée par Duval et Godin (2005) entre les deux niveaux d'enseignement.

La recherche collaborative menée s'est donc inscrite dans la volonté d'un rapprochement entre les savoirs savants et les savoirs pratiques. Elle questionne les raisons qui poussent les enseignants à exploiter ou non en classe le potentiel des problèmes de reproduction de figures, et les arguments qui pourraient les inciter à le faire davantage. Elle a permis notamment de révéler l'enjeu important de la formation des enseignants en didactique de la géométrie. Berthelot et Salin (1992) relevaient d'ailleurs déjà que la formation des enseignants et la mise à disposition d'outils pour ces derniers constituaient des pistes pour pouvoir faire émerger des changements dans les pratiques en géométrie. On suspecte ici, au vu de la recherche collaborative menée et des retours obtenus de la part des enseignants impliqués, que pour un sujet aussi spécifique la seule mise à disposition d'outils destinés aux enseignants apparait insuffisante pour exploiter pleinement le potentiel des pistes didactiques. La recherche menée a également permis de voir comment des enseignants qui ne mettent habituellement pas en place de telles pratiques perçoivent ces activités, notamment pour identifier leurs craintes et réticences. Enfin, elle a permis de relever l'avis de ces mêmes enseignants, après avoir mis en œuvre de telles pratiques. Ces éléments constituent des informations importantes pour enrichir la manière d'envisager l'accompagnement et la formation des enseignants.

Remerciements

Nous souhaitons remercier l'ensemble des enseignants de l'équipe collaborative pour leur partage d'expérience et l'intérêt qu'ils ont porté à ce projet de recherche. Beauset Romain bénéficie du financement d'un mandat d'Aspirant F. R. S. - FNRS (Fonds De La Recherche Scientifique – FNRS - Belgique).

Références

Barrier, T., Hache, C. et Mathé, A.-C. (2014). Droites perpendiculaires au CM2 : restauration de figures et activité des élèves. *Grand N, 93*, 13-37.

Beauset, R. (2019). Passage à la visualisation non iconique au 4ème cycle primaire par l'usage de la déconstruction dimensionnelle : Adaptation et validation d'un dispositif pédagogique. [Mémoire de maitrise, Université de Mons]. ORBi. https://orbi.umons.ac.be/handle/20.500.12907/12811

Beauset, R. et Duroisin, N. (2021a). Développement de la visualisation non iconique à l'école primaire : mise à l'épreuve d'un dispositif d'enseignement et d'apprentissage. *Petit x, 115*, 63-89.

Beauset, R. et Duroisin, N. (2021b). *La géométrie 3D : quels enjeux pour la formation des enseignants ? Identification des conceptions et pratiques déclarées des enseignants du primaire et du secondaire inférieur* [communication orale]. Colloque AUPTIC 2021, Sierre, Suisse.

Bednarz, N., Auclair, M., Lafontaine, J., Leroux, C. et Morelli, A. (2009). Pour une plus grande harmonisation dans la transition du primaire au secondaire en mathématiques. *Bulletin AMQ, XLIX*(1), 7-18.

Berthelot, M. et Salin, H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Mathématiques* [thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I]. HAL. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00414065/document

Bulf, C. et Celi, V. (2015a). *Des problèmes de reproduction aux problèmes de restauration de figures plane : quelles adaptations pour la classe?* [communication orale]. 41e Colloque COPIRELEM, Mont-de-Marsan.

Bulf, C. et Celi, V. (2015b). Une étude diachronique de problème de reproduction de figures géométriques au cycle 3. *Grand N, 96*, 5-33.

Bulf, C. et Celi, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire - une articulation clé : gabarit-compas. *Grand N, 97*, 21-58.

Bulf, C. et Mathé, A.-C. (2018). Agir-parler-penser en géométrie. *Un point de vue sémiotique sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire*. [communication orale]. 44e Colloque COPIRELEM, Épinal.

Celi, V. et Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction en géométrie. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, *54*, 151-174. https://doi.org/10.3406/spira.2014.1041

Coutat, S. (2014). *Enrichissement d'une vision non iconique avec un logiciel de géométrie dynamique et prémisses d'une géométrie axiomatique naturelle (GII)* [communication orale]. 40e Colloque COPIRELEM, Nantes.

Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école? Étude expérimentale du développement des compétences spatiales des élèves âgés de 6 à 15 ans* [thèse de doctora, Université de Mons]. HAL. https://hal.science/tel-01152392

Duroisin, N. et Demeuse, M. (2016). Le développement de l'habileté de visualisation spatiale en mathématiques chez les élèves âgés de 8 à 14 ans. *Petit x*, 102, 5-25.

Duroisin, N., Beauset, R. et Lucchese, J. (2020). Favoriser le passage à la visualisation non iconique par le recours à une ingénierie didactique pour faciliter la transition primaire / secondaire en géométrie. *Annales de didactiques et de sciences cognitives, 25*, 151-182.

Duroisin N., Simon L. et Tanghe C. (2021). Le radar de compétences. *Cahiers pédagogiques*, 568, 51-52.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l’apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 10*, 5-53.

Duval, R. et Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N, 76*, 7-27.

EDUSA (2019). *La différenciation*. https://www.edusa.be/la-differenciation/

Galand, B. et Dellisse, S. (2021). Comment former les enseignants en cours de carrière pour améliorer les apprentissages des élèves? Dans B. Galand et M. Janosz (dir.), *Améliorer les pratiques en éducation. Qu'en dit la recherche?* (p. 57-66). Presses universitaires de Louvain.

Godin, M. et Perrin-Glorian, M.-J. (2009). De la restauration de figures à la rédaction d’un programme de construction. Le problème de l’élève, le problème du maître. *Actes du 35e Colloque COPIRELEM*, 83.

Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J. et Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3, une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N, 79*, 33-60.

Laborde, C. (1994). Enseigner la géométrie : permanences et révolutions. *APMEP, 396*, 523-548

Larose, F., Bédard, J., Boutet, M., Couturier, Y., Dezutter, O., Hasni, A., Kalubi, J.-C., Lebrun, J., Lenoir, Y. et Morin, M.-P. (2006). *L’impact de la coopération pédagogique en contexte de projet sur la réussite éducative d’élèves de milieu socioéconomique faible lors de la transition primaire secondaire* [Rapport final FQRSC nº 2003-PRS-8436]. Fonds québécois de recherche sur la société et la culture, programmes d’actions concertées sur la persévérance et la réussite scolaire.

Mangiante-Orsola, C. (2013). *Étude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie* [communication orale]. Séminaire de didactique, Besançon.

Mangiante-Orsola, C. et Leclercq, R. (2013). *Étude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie : quels effets sur les pratiques des enseignants?* [communication orale]. 40e Colloque COPIRELEM, Nantes.

Mangiante-Orsola, C. et Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Grand N, 94*, 47-83.

Mathé, A.-C. (2008). Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie plane à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières. *Actes de la Conférence internationale « Efficacité et équité en éducation », Universite de Rennes 2,* 1-14.

Ministère de la Communauté française. Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique (1999). *Socles de compétences. Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire*.

Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle* [thèse de doctorat, Université de Grenoble, Grenoble]. HAL. https://theses.hal.science/tel-00590941/

Morrissette, J. (2013). Recherche-action et recherche collaborative : Quel rapport aux savoirs et à la production de savoirs? *Nouvelles pratiques sociales, 25*(2), 35-49. https://doi.org/10.7202/1020820ar

Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J. et Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N, 77*, 7-34.

Perrin-Glorian, M.-J. et Godin, M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. HAL. https://hal.science/hal-01660837v2

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. et Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères IREM, 90*, 5-41.

Perrin-Glorian, M.-J. (2005). Des situations pour apprendre à regarder les figures. Quelques résultats et perspectives. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2004,* 71-89.

Rozenwajn, E. et Dumay, X. (2014). Les effets de l'évaluation externe sur les pratiques enseignantes : une revue de la littérature. *Revue française de pédagogie, 189*, 105-138. https://doi.org/10.4000/rfp.4636

Taveau, C. (2014). *Analyser la pertinence d'une ressource pour la construction de modules de formation dans le domaine de la géométrie plane* [communication orale]. 40e Colloque COPIRELEM, Nantes.

Van Hiele P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie. *Bulletin de l'APMEP*, 198, 199-205.

Venant, F. et Venant, P. (2014). La technologie au service d'une situation-problème : exemple de la rosace à huit branches. *Grand N, 93*, 59-91.

Annexe

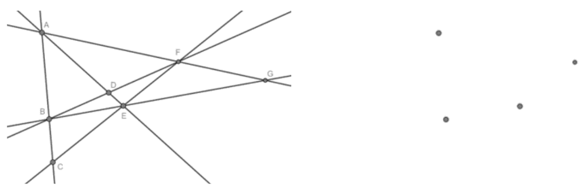
Tableau de présentation du dispositif[8]

Séquence 1

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Faisceaux de traits Restauration de configurations de droites sécantes à partir de points donnés pour développer le repérage d'alignements	1 séance de 50′	- Activité 1 : Défi - Bilan de l'activité 1 - Activité 2 : Exercices de niveaux variés - Activité de dépassement

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 1 – Défi : Observe la construction ci-dessous. Tente de la reproduire à l'aide des points qui te sont donnés.



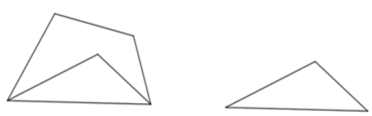
Problème inspiré de Duroisin et al. (2020)

Séquence 2

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Jouons avec les instruments Initiation à l'utilisation de divers instruments permettant la reproduction d'une figure : gabarit, règle non graduée, règle informable (bande de papier sur lequel on peut inscrire des marques ou des plis pour reporter des longueurs), surface libre (morceau de papier sans bord rectiligne sur lequel on peut tracer des marques), équerre, compas	2 séances de 50′	- Activité 1 : Défi avec gabarits et règle non graduée - Activité 2 : Défi et exercice de dépassement avec règle non graduée et règle informable - Activité 3 : Défi avec surface libre et règle non graduée - Activité 4 : Défi et exercice de dépassement avec règle non graduée, règle informable et équerre - Activité 5 : Défi et exercice de dépassement avec règle non graduée et compas - Bilan des activités

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 2 – Défi : Voici une construction, reproduis-la avec uniquement la règle non graduée et la règle informable. La construction a déjà été entamée.



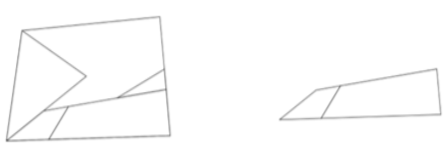
Problème inspiré de Duval et Godin (2005)

Séquence 3

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Notions d'alignement, droite et point Situations de restauration de figure complexe à l'identique.	2 séances de 50′	- Activité 1 : Défi et exercice - Activité 2 : Défi et exercice - Bilan des activités

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 1 – Défi : Regarde la figure de départ. Que peux-tu en dire?
Reproduis la figure à l'aide d'une règle non graduée, d'une règle informable et d'un compas. Trace une barre dans le tableau situé ci-dessous dès que tu traces une droite dans l'espace de reproduction ou dès que tu y reportes une longueur. À la fin de ta construction, calcule le cout de celle-ci : Tracer une droite dans l'espace de reproduction coute 1 point et reporter une longueur coute 5 points.



J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :
J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)		

Essaie à présent de la restaurer à moindre cout !

Problème inspiré de Keskessa et al. (2007)

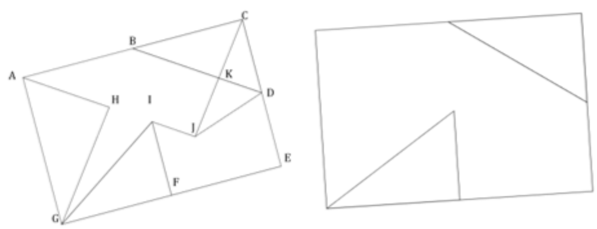
8 Pour une présentation complète, voir Beauset et Duroisin (2021a).

Séquence 4

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Travail de restauration de figures Situations de restauration de figures complexes à l'identique ou non	1 séance de 50′	- Activité 1 : Défi (restauration à l'identique) - Activité 2 : Défi (restauration avec agrandissement) - Bilan des activités - Exercice de dépassement

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 2 - Défi : Observe bien cette figure complexe. Quels points de paraissent alignés? Vérifie-le avec ta règle. Reproduis la figure pour qu'elle soit semblable à la figure de départ. Ensuite, calcule le cout de ta production. Tracer une droite dans l'espace de reproduction coute 1 point et reporter une longueur coute 3 points. Pour rappel, tracer des droites dans le modèle ne te coute rien !



J'ai tracé une droite dans l'espace de reproduction		Total :
J'ai reporté une longueur (compas ou règle informable)		

Essaie de diminuer le cout de ta restauration !

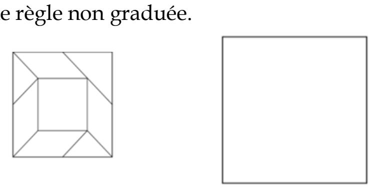
Problème inspiré de Duroisin et al. (2020)

Séquence 5

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Observer, repérer, reporter, tracer pour restaurer Situations de restauration de figures construites à partir d'une trame quadrillée avec utilisation des alignements et des milieux	2 séances de 50′	Activité 1 : Défi Activité 2 : Suite du défi Bilan des activités Exercices de dépassement

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 1 - Défi : Reproduis la figure dans le grand carré à l'aide de ton équerre (ligne de perpendicularité[9]) et d'une règle non graduée.



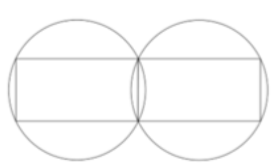
Problème inspiré de Keskessa et al. (2007) et de Barrier et al. (2014)

Séquence 6

Nom et explicatif	Durée	Contenu
Je trace des cercles / Restaurer et construire des figures Situations de reproduction de figures contenant des cercles ou arcs de cercles	2 séances de 50′	Activité 1 : Défi Activité 2 : Bilan sur le tracé de cercles Activités de dépassement Activité artistique

Exemple illustratif d'une des activités de la séquence

Activité 1 - Défi : Poursuis le tracé de cette figure à l'aide du compas, de la règle non graduée et de la règle informable.



Problème inspiré de Duroisin et al. (2020)

9 Terminologie utilisée par les enseignants impliqués dans la recherche.

Effet des actions d'accompagnement mises en place par les enseignants sur l'activité de résolution de problème au secondaire

Maxime BOIVIN
Conseiller pédagogique, Centre de services scolaire des Rives-du-Saguenay
Chargé de cours, Université du Québec à Chicoutimi
maxime.boivin@csrsaguenay.qc.ca
Diane GAUTHIER
Professeure, Université du Québec à Chicoutimi
diane_Gauthier@uqac.ca

Résumé : Cette recherche s'interroge sur les actions qui peuvent être mises en place par l'enseignant afin de venir aider l'élève à solutionner un problème faisant appel à plusieurs savoirs mathématiques. Comment l'enseignant s'y prend-il pour permettre à l'élève d'avancer, sans pour autant lui donner les réponses et l'empêcher de faire preuve de créativité dans la conception d'une démarche de résolution? Les constats permettent d'observer que les actions mises en place peuvent modifier ou orienter le travail de l'élève à travers les différentes phases du processus de résolution d'un problème.

Mots-clés : mathématique, résolution de problème, situation-problème, problème

Approaches to guiding problem solving

Abstract: This article discusses the practices teachers can adopt to help students solve problems requiring multiple mathematical concepts. How should teachers model their teaching practices to allow students to progress without giving them the answers or preventing them from developing creative strategies for problem solving? Our findings show that the actions implemented can modify or guide students' work through the different phases of the problem-solving process.

Keywords: mathematics, problem solving, problem situations

Revue québécoise de didactique des mathématiques, 2023, *vol 4*, p. 76-110.
https://doi.org/10.71403/2edmc533

Introduction

Au moment où il est question de travail intellectuel en lien avec la discipline des mathématiques, la résolution de problèmes figure généralement en tête de liste. Depuis plusieurs décennies, il a toujours été question de résolution de problèmes dans la classe de mathématiques. La nature des problèmes a cependant bien changé au fil des ans. Lorsqu'il est question de problèmes, la première idée qui vient en tête est généralement celle d'un exercice mathématique à résoudre. Il peut s'agir d'un petit énoncé qui implique la réalisation d'un ou de plusieurs calculs évidents afin d'arriver à une réponse. Dans l'ensemble, la résolution de problèmes occupe une place primordiale dans l'enseignement des mathématiques (Gouvernement du Québec, 2019; Poirier, 2001). Néanmoins, il existe plus d'un type de problèmes, et ce, selon différentes perspectives. Le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ, Gouvernement du Québec, 2001, 2006, 2007) est venu introduire un type bien précis : les situations-problèmes.

Le Ministère (Gouvernement du Québec, 2001, 2006, 2007) exige des enseignants qu'ils évaluent la compétence des élèves à résoudre ces situations-problèmes. Il s'agit de l'une des deux compétences sur lesquelles les enseignants doivent rendre compte de la progression de l'élève. Concrètement, dans un contexte d'évaluation, les situations-problèmes sont utilisées comme des occasions de réinvestir plusieurs savoirs mathématiques dans une situation contextualisée. Les élèves vont généralement avoir à mettre en œuvre une démarche mobilisant des concepts théoriques appartenant à divers champs des mathématiques (géométrie, algèbre, arithmétique, probabilités, statistique, …). La liaison de divers savoirs mathématiques n'est pas une activité routinière en salle de classe. Les élèves semblent voir les différents concepts comme étant des éléments isolés ne pouvant pas être utilisés simultanément alors qu'ils devraient les voir comme des outils qui peuvent être utilisés les uns avec les autres selon la situation qui se présente. C'est pourquoi l'un des objectifs de cette recherche est d'abord de documenter de quelles façons les enseignants accompagnent les élèves dans les situations-problèmes faisant appel à plusieurs savoirs mathématiques au secondaire (Boivin, 2019).

1. Problématique

La résolution de problèmes est un passage obligatoire de l'enseignement des mathématiques, et ce, peu importe le niveau d'enseignement concerné. Plusieurs élèves ou étudiants redoutent parfois ces occasions, sans pour autant être conscients de la force et de l'éventail de possibilités qu'offrent ces problèmes. Au sens large, la résolution de problèmes peut se définir comme le « passage d'une situation particulière à une situation désirée, à condition que ce passage implique une réorganisation » (Legendre, 2005). Bien que l'idée de résoudre un problème puisse être simpliste à première vue, il en est autrement en réalité où différentes approches, selon différents types de problèmes, peuvent être mobilisées. Prenons exemple sur les situations-problèmes qui se doivent de présenter un défi à surmonter pour l'élève, tout en conservant un rapport avec l'apprentissage (Legendre, 2005).

1.1 La pertinence de la résolution de problèmes en mathématiques

Il est plus qu'évident que la résolution de problèmes occupe une place importante dans l'enseignement des mathématiques. En fait, selon Poirier (2001), pour pouvoir construire de nouvelles connaissances, il faut remettre en question les savoirs acquis. La résolution de problèmes permet de concrétiser la construction de ces nouvelles connaissances. À ce sujet, Schoenfeld (2013) soumet la question suivante : est-ce que l'activité mathématique est une activité impliquant des raisonnements logiques, utilisant des règles formelles et des régularités qu'il a été possible de comprendre au fur et à mesure de l'évolution de cette discipline, ou encore est-ce simplement maîtriser et appliquer des procédures développées par quelqu'un d'autre? Il faut bien entendu opter pour la première proposition, soit celle où le contexte dans lequel l'apprentissage et la compréhension des mathématiques peuvent être perçus comme une résolution de problèmes en soi (Reiss et al., 2013). Le référentiel d'intervention en mathématique (Gouvernement du Québec, 2019) place le recours à la résolution de problème selon différentes intentions comme l'un de ces deux fondements de l'enseignement-apprentissage de la mathématique. C'est pourquoi la place qu'occupe la résolution de problèmes dans le domaine des mathématiques est déjà gagnée, mais il est justifié de se questionner quant à savoir s'il en est de même dans le milieu scolaire.

Le 21e siècle marque un changement dans le rôle attribué à la résolution de problèmes. L'accent n'est plus uniquement mis sur les connaissances elles-mêmes, mais est maintenant positionné sur les processus mathématiques mobilisés pour arriver à une solution (Lajoie et Bednarz, 2014b).

1.2 Situations d'application versus situations-problèmes

Avant de comprendre où se situe le questionnement de cette recherche plus précisément, il semble nécessaire d'aborder une distinction importante : deux types de problèmes semblent s'opposer à première vue dans les milieux scolaires : les problèmes d'application et les situations-problèmes (Corbeil et al., 2001; Pallascio, 2005). En dépit du fait que la résolution de problèmes ne soit pas un concept nouveau, le concept de situation-problème, tel qu'utilisé aujourd'hui, aurait fait son apparition dans le programme du Ministère à partir des années 2000. La première définition de la résolution de problèmes fait appel presque uniquement à des problèmes d’application. C’est à la suite de la publication du Programme de formation de l’école québécoise (Gouvernement du Québec, 2001) qu’est vraiment apparue la notion de situation-problème (Lajoie et Bednarz, 2014a). Elle se différencie par son niveau de complexité. Il faudra tout de même quelques années avant de bien comprendre la nuance entre les problèmes d’application et les situations-problèmes.

Les problèmes d’application sont probablement ceux qui sont les plus utilisés actuellement dans nos écoles. Il s’agit d’occasions de reproduire une procédure préalablement rencontrée ou présentée (Corbeil et al., 2001). Les situations-problèmes sont, quant à elles, des occasions de productions de nouveaux savoirs, de développement de nouveaux outils mathématiques, ou encore de construction d’une pensée critique et d’une démarche de validation (Corbeil et al., 2001; Pallascio, 2005; Poirier, 2001).

Les caractéristiques qui sont données à une situation-problème sont, au départ, énoncées à partir de nuances des autres types de problèmes connus : elles n’ont pas de définition propre, mais une idée générale est perceptible (Lajoie et Bednarz, 2014a). Ces situations complexes ne doivent pas être une occasion d’application d’une procédure précise, elles doivent déclencher chez l’élève un processus de recherche et elles doivent être contextualisées. Les mêmes auteurs soulignent le fait que pour le Ministère, l’accent est mis dans son nouveau programme (Gouvernement du Québec, 2001, 2006, 2007) sur l’importance de choisir des problèmes contextualisés. Un accent est aussi mis sur la nécessité pour l’élève de relever un défi en se heurtant à un obstacle à franchir.

1.3 Les attentes placées sur la situation-problème

Lorsque l’accent est placé sur les situations-problèmes, il devient rapidement limpide que ces dernières ont des caractéristiques bien précises. Certaines de ces caractéristiques peuvent être trouvées dans le programme du Ministère et vont probablement constituer un défi pour un enseignant désireux d’en faire la pratique. Ces défis se manifestent de différentes façons, que ce soit directement dans la présentation de la compétence « résoudre une situation-problème » faite par le Ministère dans son programme (Gouvernement du Québec, 2007), par le travail à accomplir par l’enseignant ou encore à travers la tâche demandée à l’élève.

1.3.1 Le programme des mathématiques au secondaire du PFEQ

Le programme de formation présente une vue d’ensemble de ce qui est attendu. La distinction faite entre les problèmes d’application et les situations-problèmes telles que présentées plus tôt est bien perceptible dans celui-ci. Les attentes du ministère de l'Éducation sont de permettre à l'élève de construire une stratégie efficace. Ce dernier doit être capable de faire appel aux concepts mathématiques dont il a besoin pour la situation. Il serait acceptable de voir apparaître dans la solution quelques fautes mineures telles que des erreurs de calcul ou des imprécisions (Gouvernement du Québec, 2009). Il est ainsi nécessaire d'accepter qu'en résolution de problèmes, la procédure soit plus importante que la réponse.

1.3.2 Le rôle de l'enseignant

De Vecchi (2001) met de l'avant la possibilité pour certains enseignants de se retrouver démunis devant les difficultés ou l'échec de certains élèves dans différentes situations d'apprentissage. Bien que leurs actions soient menées par une bonne volonté, ils peuvent avoir ainsi tendance à proposer des activités plus faciles, expliquer davantage le contenu, montrer explicitement la démarche à suivre ou réaliser une tâche à la place d'un jeune. Ces actions peuvent avoir des effets néfastes lors de la résolution d'une situation-problème.

Les résultats de deux études combinées et présentées par Demonty et Fagnant (2014) permettent de comprendre que les interventions des enseignants durant la résolution de problèmes ne sont pas toujours les plus efficaces. Il semble que plusieurs enseignants aient tendance à diverses étapes du processus de résolution, soit lors de la lecture de l'énoncé en groupe ou encore durant la phase de travail individuel, à orienter les élèves vers certaines procédures ou stratégies sans pour autant leur expliquer le raisonnement sous-tendu par ce choix.

Quelques enseignants, afin de faciliter autant la correction que l'accompagnement, vont suggérer (imposer dans certains cas) une technique de résolution de problème précise. Celle-ci peut s'avérer pratique dans les premiers niveaux scolaires, mais pourrait éventuellement s'avérer une béquille pour les niveaux suivants.

Face à la place trop importante accordée à l'utilisation d'une démarche de résolution de problème en particulier, Goulet (2018) tire différents constats dont celui que l'activité de résolution de problème peut se retrouver réduite à l'enseignement d'une méthode. Elle constate aussi que la résolution, avec une méthode précise, peut devenir une double tâche sans bénéfice associé.

L'accumulation de sources conceptuelles divergentes peut amener les enseignants à ressentir une forme d'instabilité face à leurs conceptions et à la notion de situation-problème (Lessard et. al., 2020). Les mêmes auteurs soulignent que cette instabilité peut amener les enseignants à adopter des pratiques parfois rigides ou floues et ainsi à s'éloigner de l'intention première de l'activité de résolution de problèmes (démathématisation).

1.3.3 Le rôle des élèves

La manifestation d'une forme d'autonomie chez l'élève est une notion qui revient fréquemment en résolution de situations-problèmes. Il doit se lancer dans une démarche de découverte et pouvoir remettre lui-même en question les stratégies qu'il utilise. C'est donc dire que les problèmes complexes permettent de développer chez l'élève des capacités de réflexion et d'autorégulation des apprentissages (Vienneau, 2017). Dans les éléments présentés dans le programme (Gouvernement du Québec, 2007), il est question de l'importance de voir l'élève valider sa solution et rectifier les lacunes au besoin.

Les résultats de la recherche de Labelle (2008) montrent que les élèves ont une tendance à vouloir reproduire les démarches ou les procédures qu'ils ont rencontrées en classe. Cette même recherche permet de comprendre qu'il est tout de même important pour l'élève de faire l'apprentissage de procédure afin d'avoir une base solide sur laquelle s'appuyer. Cependant, l'auteure remarque que lorsque les élèves sont confrontés à des problèmes pour lesquels ils n'ont pas de procédures précises à mobiliser, ils ne disposent d'aucun repère et ont donc du mal à initier une démarche. C'est pourquoi elle mentionne que l'élève doit nécessairement finir par être exposé à des problèmes qui lui font réaliser les limites du modèle qu'il a rencontré en classe.

1.4 Certaines particularités de l'enseignement des mathématiques

Une particularité du programme de mathématique peut éventuellement nuire à la résolution de situations-problèmes. L'enseignement segmenté des connaissances mathématiques n'aide pas les élèves à se représenter des liens entre les concepts enseignés. Par enseignement segmenté, il est question de la séparation entre les différents contenus notionnels à faire apprendre. La progression des apprentissages en mathématique (Gouvernement du Québec, 2016) est elle-même conçue de sorte que les savoirs sont segmentés en grands thèmes : arithmétique, algèbre, probabilités, etc. Prenons exemple sur les cahiers d'exercices, fréquemment utilisés dans les classes du secondaire, qui offrent une division par chapitre traitant chacun individuellement de certains savoirs mathématiques. Une fois un chapitre terminé, il n'existe pas toujours de lien avec le prochain chapitre. Face à un problème jumelant diverses branches des mathématiques, si l'élève n'a pas été habitué à voir les mathématiques comme un tout, il aura de la difficulté à passer des statistiques à la géométrie, pour solutionner un seul et même problème.

1.5 Question de recherche

À ce stade, différents constats sont observés : la possibilité de voir l'enseignant faire des interventions venant éclipser l'intention éducative initiale d'une situation d'enseignement-apprentissage (Demonty et Fagnant, 2014; Lessard et al., 2020), le désir de certains enseignants d'employer des situations-problèmes prêtes à être utilisées avec un minimum d'efforts (Cooper et Arcavi, 2013) et la tendance des élèves à s'orienter vers les procédures suggérées en classe (Labelle, 2008). Il devient plus que pertinent de chercher à identifier de quelles façons les enseignants vont procéder pour amener les élèves à évoluer dans des situations-problèmes nécessitant la création de liens entre les savoirs, en considérant que ces derniers n'y sont généralement pas habitués, et ce, en raison de l'enseignement segmenté des mathématiques.

La question de recherche est donc la suivante : De quelles façons l'enseignant accompagne-t-il les élèves dans les situations-problèmes faisant appel à plusieurs savoirs mathématiques au secondaire?

2. Cadre théorique

Cette section sert de point d'ancrage pour les différentes théories et concepts rattachés à la présente recherche. Différents thèmes sont abordés en profondeur. La première section abordera la résolution de problèmes de façon générale. La section suivante présentera le processus de résolution de problèmes tel qu'il est défini dans la littérature. Finalement, la dernière section traitera de l'enseignement des mathématiques et des actions à privilégier par l'enseignant en contexte de résolution de problèmes.

2.1 La résolution de problèmes

L'importance de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques a été mise de l'avant à la section précédente (Poirier, 2001; Reiss et al., 2013; Schoenfeld, 2013). Bien qu'il soit acquis que cette activité mathématique est essentielle, il est pertinent de s'intéresser aux critères qui permettent de conclure que l'élève s'adonne à une réelle activité de résolution de problèmes et qu'il n'est pas simplement en train de réaliser un exercice. La section qui suit fera état de la situation par rapport à ces problèmes.

2.1.1 La notion de problème mathématique

Deux familles de problèmes sont rencontrées dans les milieux scolaires : les problèmes d'application et les situations-problèmes. Dans la littérature, lorsqu'il est question de problème, il est possible d'observer depuis longtemps deux principaux pôles s'affronter : d'un côté, il s'agit d'un exercice de routine et de l'autre, il s'agit d'une tâche dont la difficulté et la complexité la rendent problématique (Goos et. al., 2000). Pour Legendre (2005), un problème est un énoncé composé d'un ensemble de données mathématiques accompagnées d'une ou plusieurs questions nouvelles qu'il est nécessaire de résoudre. Bair et. al., (2000), quant à eux, amènent l'idée que pour être nommée problème, une situation donnée doit avoir la particularité d'engendrer une synthèse des connaissances et de les exploiter dans un cadre nouveau. Cette tâche doit sembler hors de l'ordinaire, mais tout de même être accessible en plus d'être motivante et de nécessiter une réflexion. « Il est dès lors impossible de la résoudre par simple routine, c'est-à-dire en appliquant aveuglément des techniques assimilées » (Bair et al., 2000, p. 10).

On peut voir les problèmes comme des tâches qu'une personne désire accomplir, mais dans lesquelles il n'est pas possible d'arriver à une réponse adéquate immédiatement (Reiss et al., 2013). Ces définitions ont toutes pour point commun d'impliquer une part de nouveauté, un élément qui rend la situation impossible à résoudre de façon directe.

Vergnaud (1990) propose une classification en deux familles distinctes pour les différentes situations qui peuvent être rencontrées. D'un côté, nous avons les classes de situations pour lesquelles le sujet dispose préalablement des compétences nécessaires au traitement relativement immédiat de la situation. Il existe aussi d'autres classes de situations pour lesquelles le sujet ne dispose pas au départ de toutes les connaissances nécessaires, ce qui l'oblige à un temps de réflexion et d'exploration ainsi qu'à des moments d'hésitation. Ces passages obligatoires, jumelés à de potentielles tentatives avortées, conduiront éventuellement à la réussite ou à l'échec.

> Dans le second cas, il y aura l'amorçage successif de plusieurs schèmes [processus déjà maîtrisés par l'élève et qui lui permettent normalement d'arriver à une solution presque immédiatement], qui peuvent entrer en compétition et qui, pour aboutir à la solution recherchée, doivent être accommodés, décombinés et recombinés. (Vergnaud, 1990, p. 136)

Le Ministère, dans son programme (Gouvernement du Québec, 2007), aborde la résolution de situations-problèmes comme étant une activité axée sur l'exploration et la découverte. Il mise sur la nécessité de susciter un conflit cognitif ou un besoin de résolution ainsi que de permettre l'intégration de différents savoirs ou de se prêter à l'exploitation de liens qui favorisent le transfert des apprentissages.

Les définitions présentées tendent à mettre de côté les situations d'application, bien présentes dans le milieu, mais totalement dissociées des définitions de l'activité de résolution de problèmes mathématiques rencontrées. Les situations d'application pourraient potentiellement être caractérisées de simples exercices mathématiques et être complètement dissociées du mot problème. Une situation-problème se devrait d'être une nouvelle tâche qui ne peut pas être résolue immédiatement par l'application de processus déjà rencontrés. Dans le cas des situations-problèmes se retrouvant à la fin d'une séquence d'enseignement, l'élève n'est pas en mesure d'identifier le chemin qui relie les connaissances en jeu. Ces problèmes se rattachent aussi aux situations dans lesquelles l'élève ne dispose pas des connaissances préalables nécessaires (Vergnaud, 1990), aux problèmes permettant la construction de nouveaux savoirs (Descaves, 1992) et aux problèmes à résoudre (Bair et al., 2000).

2.1.2 La particularité des situations-problèmes

Les principales caractéristiques qu'il est possible de donner aux situations-problèmes sont d'être une forme de défis pour les élèves en plus d'être réalistes et contextualisées. L'objectif recherché est que ces situations soient attrayantes le plus possible aux yeux des élèves pour qu'ils aient envie de s'engager dans le processus de résolution (Corbeil et al., 2001; Legendre, 2005). Durant la recherche de solutions au problème présenté, l'élève se heurte à la limite de ses connaissances ou à la limite des liens qu'il peut établir entre elles, ce qui transforme inévitablement le rôle de l'enseignant, qui doit maintenant guider l'élève dans ses initiatives (DeBlois et. al., 2016). Le but principal de ces situations est l'introduction de nouvelles connaissances. Elles sont généralement placées en début de séquence d'enseignement dans cette optique afin de permettre à l'élève de faire un premier contact avec un savoir qu'il n'a jamais rencontré, mais qu'il découvrira bientôt (Corbeil et al., 2001; Pallascio, 2005). Elles peuvent aussi être utilisées dans un contexte où elles servent à faire mobiliser par l'élève, différents savoirs qui ont été étudiés séparément. Dans ce cas, elles seraient situées à la fin d'une ou plusieurs séquences d'enseignement. Au Québec, ce type de situations-problèmes survient pour les évaluations ministérielles de 6e année par exemple. Les épreuves ministérielles doivent évaluer la compétence à résoudre une situation-problème en fin d'année. Elles se retrouvent ainsi à devoir le faire dans un contexte où les savoirs ont nécessairement déjà été rencontrés par les élèves.

En somme, les situations-problèmes peuvent appeler à des concepts mathématiques qui n'ont pas encore été vus, tout comme elles peuvent concerner ceux qui l'ont déjà été. C'est la façon de résoudre le problème qui fera alors, dans le deuxième cas, l'œuvre d'un obstacle à surmonter et non pas la non-connaissance du savoir mathématique visé (Lajoie et Bednarz, 2014a). L'élève se positionne comme un chercheur face à ces problèmes. Il s'agit d'une occasion idéale de développer des compétences transversales dont la capacité à exercer son jugement critique (Corbeil et al., 2001). Lessard et al. (2020) énumèrent une liste de caractéristiques des situations-problèmes :

1. Il ne peut y avoir de situation-problème sans engagement de la part de l'élève;
2. Il s'agit d'une relation (problématique) entre l'élève et l'énoncé proposé;
3. Le(s) défi(s) de nature mathématique débouche(nt) sur la construction ou la réorganisation des connaissances;
4. La situation doit être neutre (ne pas révéler les concepts devant être mobilisés pour sa résolution);
5. Elle peut être intra ou extramathématique. (Lessard et al., 2020, p. 11)

Dans le cadre de cette recherche, les situations-problèmes devront donc être des problèmes complexes qui présentent un défi pour les élèves. Idéalement, elles devront être contextualisées. La solution de ces situations ne devra pas être directement accessible pour les apprenants réalisant la tâche. Pour arriver à une solution, l'élève devra mobiliser ses ressources (stratégies de résolution, concepts et outils mathématiques, …) afin de surmonter ce qui constitue un obstacle.

2.2 Le processus de résolution de problèmes

La performance mathématique ne dépend pas uniquement de ce qu'une personne sait (en matière de savoirs mathématiques), mais de la façon dont elle utilise ses connaissances et avec quelle efficacité. De bonnes prises de décisions accompagnées de connaissances essentielles faibles peuvent aider à assurer le succès, tout comme de mauvaises décisions peuvent conduire, même si le sujet a des connaissances essentielles fortes, à l'échec (Schoenfeld, 1985). Résoudre un problème mathématique nécessite obligatoirement un passage conscient, ou non, par plusieurs étapes. Différents auteurs ont conçu différents modèles de résolution de problèmes (Bair et al., 2000; Carlson et Bloom, 2005; Descaves, 1992; Poirier, 2001; Polya, 1957).

Bien qu'il s'agisse d'étapes qui devraient en principe se succéder, la résolution de problème est un processus plus dynamique qui peut demander plusieurs retours en arrière (Bair et al., 2000; Poirier, 2001). Carlson et Bloom (2005) partagent la même idée et ajoutent que durant l'attaque d'un problème le cycle planification-exécution-vérification s'exécute à plusieurs reprises. Polya (1957) précise que bien qu'il soit nécessaire de comprendre le problème, l'élève doit aussi désirer le résoudre afin de se lancer dans le processus. Cette idée peut être jointe à celle de Bair et. al. (2000) sur l'importance de la mentalité positive préalable à la résolution d'un problème. Tous les modèles mettent l'accent, dans les premières étapes, sur ce que l'élève comprend du problème : la lecture de l'énoncé est donc primordiale.

D'un point de vue moins théorique, certains modèles de résolution de problèmes demeurent pertinents. Le Gouvernement du Québec (2006), dans son Programme du premier cycle du secondaire, présente des exemples de stratégies qui peuvent être associées à la résolution de situations-problèmes. Cet éventail de stratégies peut donc servir d'assises aux enseignants afin de bien cerner les étapes qui peuvent être rencontrées lors de la résolution d'un problème.

La figure 1 présente les grandes lignes communes aux différents processus présentés jusqu'à maintenant. Dans la colonne de gauche, les trois premières étapes font référence aux trois étapes inévitables lors de la résolution d'un problème de Bair et al. (2000) auxquelles l'étape de vérification a été ajoutée. Ces dernières ont émergé à la suite de la comparaison des différents auteurs recensés pour la conception de la figure 1. Il est donc possible d'observer que dans tous les processus de chacun des auteurs, on retrouve une étape rattachée à la compréhension du problème. Il en est de même pour l'étape de résolution du problème. L'étape concernant la conception d'un plan est aussi présente chez tous les auteurs à l'exception de Poirier (2001). La phase de vérification, pour sa part, peut être retrouvée chez quatre auteurs parmi les six analysés. Il est donc possible de conclure que tous les problèmes, afin d'être solutionnés de manière optimale, devraient mobiliser quatre étapes : la compréhension du problème, la conception d'un plan, la résolution du problème ainsi que la vérification de la solution obtenue. Cette conclusion est directement en adéquation avec le modèle de Polya (1957) et celui de Carlson et Bloom (2005).

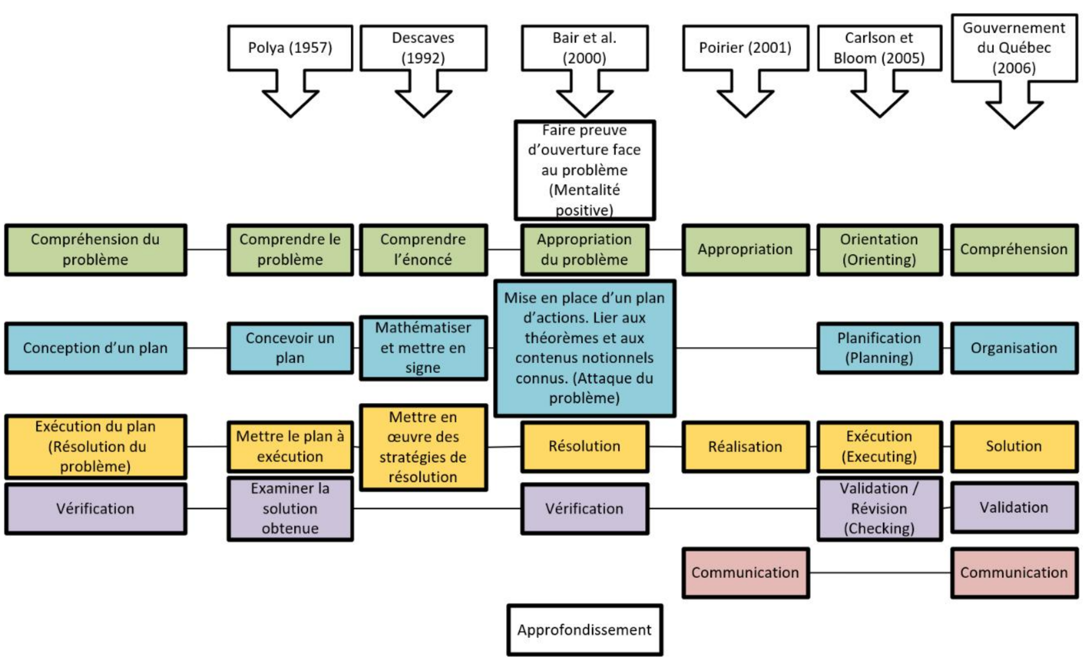


Figure 1. Liens entre les différents processus de résolution de problèmes (Boivin, 2019, p. 38)

Bien que la représentation visuelle semble linéaire, il est possible d'affirmer sans l'ombre d'un doute, à la lecture des différents modèles émanant des différents auteurs, que la résolution de problèmes est un processus qui passe par plusieurs étapes de façon cyclique et non uniquement en ligne droite (Bair et al., 2000; Carlson et Bloom, 2005; Poirier, 2001). Aussi, toutes démarches passent par trois principales étapes, soit la compréhension du problème, la réalisation d'un plan et l'exécution du plan réalisé (Bair et al., 2000; Descaves, 1992). À ces étapes de base, il est possible d'ajouter une phase de validation ou de vérification afin de faciliter le travail des élèves et de leur faire développer des méthodes de travail efficaces.

2.2.1 La résolution de situations-problèmes

Tout au long des sections précédentes, la même idée revient sans cesse lorsqu'il est question de situations problèmes : la nécessité pour le problème de représenter un défi et de demander à l'élève de franchir un obstacle. L'obstacle est l'élément du problème qui amène l'élève au-delà de ses connaissances et compétences. Le franchissement d'un obstacle demande un travail équivalent à celui de la mise en place d'une nouvelle connaissance, soit des interactions répétées (Brousseau, 1998).

La résolution de problèmes demandant plus qu'une simple activité routinière peut être influencée par une variété de facteurs, comme les connaissances informelles. Ce sont les connaissances qui n'appartiennent pas aux mathématiques, mais davantage à l'habileté d'exécution de procédures ainsi qu'à la possession d'un spectre large de compétences pertinentes (Schoenfeld, 1985). Ces compétences pertinentes peuvent être une démarche de résolution de problèmes, une procédure utilisée pour décortiquer les informations pertinentes du texte, etc.

2.2.2 Le positionnement attendu de l'enseignant

Selon Biémar (2012), « l'accompagnement est une relation qui aide l'accompagné à être le maître d'œuvre de son projet » (p. 21). Concrètement, la résolution du problème par l'élève constitue ici le projet à réaliser. C'est dans le contexte du développement de la compétence des élèves à résoudre des problèmes que l'accompagnement émerge dans la classe de mathématique. La finalité de tout accompagnement devrait être de disparaître, soit de ne plus être nécessaire.

Dans le cadre de cette recherche, les « actions d'accompagnement » seront les gestes et les interventions réalisés par les enseignants dans le but d'offrir un soutien à l'élève dans la mise en œuvre de la résolution d'une situation-problème.

La zone proximale de développement (Vygotski, 1985) constitue la marge de manœuvre avec laquelle l'enseignement doit jongler pour chacun de ses élèves. En corrélation avec la capacité des élèves à résoudre des problèmes complexes, la zone proximale de développement varie d'un élève à l'autre.

Dans un autre ordre d'idées, l'enseignant doit aussi travailler à déconstruire les perceptions erronées des élèves en matière de résolution de problèmes. Ces dernières ressemblent souvent aux suivantes (Poirier, 2001) :

- Il existe toujours une et une seule réponse pour un problème donné;
- Pour répondre à un problème, il faut utiliser toutes les données de l'énoncé;
- Résoudre un problème implique une opération ou un calcul;
- Pour résoudre un problème, il faut utiliser les dernières notions vues en classe.

Jackson et al. (2012) proposent quatre éléments critiques à avoir en tête lors de l'accompagnement des élèves dans des tâches complexes. Il faut premièrement discuter avec eux des éléments liés au contexte en les laissant aborder en groupe tout élément non familier. Ensuite, il faut aller au-delà dans la discussion et aborder des éléments mathématiques clés. Les discussions limitées au contexte ne seraient parfois pas suffisantes, et discuter d'éléments mathématiques pourrait aider les élèves dans la tâche à accomplir. Un exemple pourrait être de discuter avec les élèves de la différence entre un frais fixe et taux horaire dans une situation où ces informations seraient nécessaires. Le troisième élément concerne la mise en place d'un langage commun afin de discuter des éléments clés. Des questions spécifiques au début de l'activité de résolution de problème permettront à la fois aux enseignants de cibler le niveau de support requis pour la tâche tout en permettant aux élèves d'établir les bases à une discussion mathématique où ils seront en mesure d'utiliser un vocabulaire commun. Finalement, le dernier élément concerne le maintien d'un engagement cognitif tout au long de la tâche. Il faut surtout éviter d'orienter les élèves vers une stratégie de résolution précise, ce qui aurait pour effet de diminuer la rigueur et l'engagement de ces derniers. Cette idée d'engagement est aussi reprise par Rahayuningsih et. al. (2021) qui précisent qu'il est important de maintenir l'élève engagé afin de lui permettre de mettre en place sa créativité.

2.2.3 L'implication de l'élève

Face à un problème, l'élève peut devenir anxieux. Devant ces situations, certains élèves peuvent demeurer bloqués et ne pas savoir quoi faire. D'autres peuvent chercher à éviter à tout prix les situations-problèmes (Schoenfeld, 1985). La compréhension de l'énoncé par l'élève dépend de nombreux facteurs : leurs connaissances pragmatiques, leurs connaissances du monde, leurs compétences linguistiques, leurs capacités perceptives, leurs capacités à représenter le problème et leurs compétences logiques (Descaves, 1992). Au secondaire, le Ministère

(Gouvernement du Québec, 2007) établit des attentes de fin de cycle pour ses élèves. Prenons exemple sur le deuxième cycle où les élèves doivent être en mesure de résoudre des problèmes contenant plusieurs étapes. Au besoin, ils doivent explorer différentes solutions tout en faisant appel à un ou plusieurs champs des mathématiques. Ils doivent aussi être en mesure de présenter une démarche structurée incluant un résultat qu'ils sont en mesure de justifier adéquatement avec un langage mathématique.

2.3 Les stratégies d'enseignement en résolution de problèmes

Dans le cadre de cette recherche, les stratégies d'enseignement correspondent aux actions d'accompagnement que mettent en place les enseignants afin d'aider les élèves. Peu importe les choix faits par l'enseignant lors de la résolution d'un problème, ceux-ci auront un impact sur l'activité de l'élève, que ce soit en la rendant plus facile ou plus difficile. Dans un modèle où l'enseignant est complètement effacé et où il n'aurait aucune interaction avec l'élève, ce dernier, se retrouvant à lui-même, subirait tout de même les effets du retrait de l'enseignant. L'inverse est aussi vrai, puisque « l'intervention de l'enseignant modifie les conditions de fonctionnement du savoir, conditions qui font aussi partie de ce que l'élève doit apprendre. L'objectif final de l'apprentissage est que l'élève puisse faire fonctionner ce savoir dans des situations où l'enseignant n'intervient plus » (Brousseau, 1990, p. 322). Pour Freiman et Savard (2014), les actions d'accompagnement qui favorisent le développement du raisonnement chez l'élève sont parmi les éléments importants à considérer. DeBlois et al. (2016) indiquent que la planification et l'accompagnement, lorsque la résolution de problèmes est utilisée comme outil d'enseignement et comme occasion d'apprentissages, constituent un réel défi. Ce défi se présente par le fait que l'élève ne possède pas à ce stade les outils nécessaires afin d'arriver directement à une réponse. Il doit donc mettre en œuvre des stratégies variées afin d'avancer dans le problème.

L'étape préalable à l'accompagnement de l'élève par l'enseignant est la sélection d'une situation-problème qui devra être résolue. La conception actuelle de l'enseignement exige de l'enseignant de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées à l'aide d'un choix judicieux de problèmes qu'il proposera (Brousseau, 1998). Lajoie et Bednarz (2014b) présentent des contraintes qui devraient être prises en compte lors de la sélection ou de la conception d'une situation-problème. Plusieurs de ces caractéristiques peuvent être directement associées au niveau de complexité du problème : les concepts à mobiliser, le degré d'autonomie exigé chez l'élève, la quantité de contraintes, les registres de représentations mobilisés et le passage d'un registre à l'autre, le nombre d'étapes nécessaires, la nature des liens intramathématiques (liens entre les concepts ou champs des mathématiques), etc. Ces caractéristiques constituent une liste d'éléments à prendre en considération avant de présenter une tâche aux élèves.

Dans les occasions de résolution de problèmes, l'enseignant doit prendre des décisions par rapport au positionnement qu'il prend face aux élèves. Les interactions entre l'enseignant et les élèves ne doivent plus être dominées par le savoir. Il faut maintenant laisser une place plus importante à la « mise en œuvre d'une activité mathématique où différentes observations sont mises en commun, où des questionnements font surface, des stratégies émergent et des explications se formulent qui impliquent l'enseignant et l'élève […] » (Maheux et Proulx, 2017). Certains dispositifs didactiques présentant un cadrage trop large peuvent avoir pour effet de créer un certain écart sur les objectifs poursuivis par la situation et sur les savoirs en jeu. De la même façon, un cadrage trop étroit accompagné de consignes visant la décomposition de tâches complexes en tâches plus petites ne permettra pas aux élèves d'aller plus loin que de dépasser ces petites difficultés ponctuelles (Demonty et Fagnant, 2014).

Le contrat didactique de Brousseau (1998) constitue en quelque sorte la règle du jeu de la situation didactique. L'évolution de la situation et le choix des savoirs que l'élève mobilisera, soit la manifestation évolutive de sa compréhension, modifient nécessairement le contrat, puisqu'en avançant dans la situation, il raffine de plus en plus la particularité de son raisonnement. Quelques conseils sont élaborés afin de bien gérer les situations-problèmes. Lorsque l'élève refuse ou évite le problème, l'enseignant doit se justifier d'avoir choisi un problème aussi difficile. Il est nécessaire que l'enseignant assume les résultats et qu'il donne à l'élève les moyens permettant l'acquisition de la connaissance. L'enseignant doit fournir à l'élève les moyens de résoudre les problèmes qu'il lui suggère en rendant accessibles, par exemple, les savoirs théoriques nécessaires.

Il demeure réaliste d'envisager que lors de la résolution de problèmes, l'élève puisse commettre plusieurs erreurs. Il faut se méfier de ce que Astolfi (2014) appelle le syndrome de l'encre rouge. Dès que l'enseignant observe une erreur, il la marque d'un crayon rouge sans vraiment se questionner sur celle-ci. De telles catégorisations de productions d'élèves doivent absolument être évitées en résolution de problèmes, puisque les chemins empruntés par l'élève sont plus que pertinents, même s'ils ne sont pas les mêmes que l'enseignant.

3. Méthodologie

La question de recherche impose une méthodologie de type qualitatif, pragmatico-interprétative. L'aspect qualitatif de ce type de recherche se réfère à des sujets observés qui sont plus typiques que statistiquement représentatifs. Les recherches de type qualitatif pragmatico-interprétatif sont animées par le

> désir de comprendre le sens de la réalité des individus; [ces recherches adoptent] une perspective systémique, interactive, alors que la recherche se déroule dans le milieu naturel des personnes. Le savoir produit est donc vu comme enraciné dans une culture, un contexte, une temporalité. (Savoie-Zajc, 2011, p. 126)

Dans ce type de recherche, le chercheur est intéressé à comprendre la signification et l'implication qu'a un phénomène pour ceux qui y sont engagés (Hatch, 2002; Merriam et Tisdell, 2016).

3.1 Échantillon

Afin d'atteindre les objectifs de cette recherche, il était nécessaire de rencontrer des enseignants de mathématique ainsi que certains de leurs élèves. Les sections suivantes présentent les critères recherchés ainsi que l'échantillon ayant participé à la recherche.

3.1.1 Critères recherchés

La réalisation de cette recherche nécessitait la participation d'enseignants de mathématiques et d'élèves du deuxième cycle du secondaire (secondaire 3, 4 ou 5). Les enseignants n'avaient pas à démontrer un niveau d'expérience minimal pour participer à cette recherche.

Les élèves participant à la recherche étaient sélectionnés à l'intérieur même des groupes-classes des enseignants participants. De plus, les élèves devaient provenir des groupes rencontrés lors des périodes d'observation. Bien que les élèves aient été choisis à l'intérieur des groupes observés, la participation aux entrevues devait se faire sur une base volontaire. Les élèves participants devaient être âgés d'au moins 14 ans. Pour les entrevues, les élèves devaient être ciblés par l'enseignant du groupe et ils devaient accepter de participer. Une demande a été placée auprès des enseignants afin que parmi les élèves sélectionnés pour les entrevues, le rendement académique soit varié afin d'éviter d'avoir uniquement des élèves ayant des résultats élevés en mathématique.

3.1.2 Composition de l'échantillon

Au final, ce sont trois enseignantes qui se sont jointes à cette recherche. Les trois participantes enseignaient les mathématiques dans une école secondaire du Saguenay-Lac-Saint-Jean. Pour chacune d'elles, un groupe-classe était sélectionné pour être observé et pour réaliser les entrevues avec les élèves. À terme, il y a eu la participation d'un groupe de troisième secondaire et de deux groupes de quatrième secondaire. Les élèves ayant participé avaient donc entre 14 et 16 ans.

En ce qui concerne les élèves, lors des observations, ce sont tous ceux présents dans le groupe visité qui ont été considérés puisqu'ils étaient tous volontaires.

Pour les entrevues, les enseignantes ont ciblé, en s'assurant que les jeunes étaient volontaires, chacune cinq élèves. Ce sont donc, en tout, 15 élèves qui ont réalisé une entrevue. Parmi les cinq élèves de chaque groupe, les enseignantes ont respecté la contrainte voulant que le rendement académique de ces élèves soit varié.

3.2 Instruments employés pour la collecte de données

Afin d'obtenir un maximum d'informations pertinentes, quatre outils de collecte de données ont été utilisés : des entrevues avec les enseignantes, des périodes d'observation en classe, des entrevues avec les élèves et l'analyse des situations-problèmes utilisées.

Les entrevues avec les enseignantes ont permis d'établir un portrait de départ des actions d'accompagnement pouvant être mises en place. Les observations réalisées sont venues bonifier cette analyse en documentant les différentes interactions émanant en salle de classe. Les entrevues avec les élèves ont elles aussi permis d'identifier des actions. Finalement, l'analyse des problèmes a permis de bien comprendre les tâches utilisées et les différents choix qui sont faits par les enseignantes.

3.3 Déroulement des différentes étapes de la collecte de données

Pour la première enseignante, la première période d'observation a été effectuée lors d'une résolution de problème d'une durée totale de deux périodes (150 minutes). L'observation a visé la première période (75 minutes) de cette situation-problème. Une partie des questions de l'entrevue avec les élèves qui a suivi concernait cette situation-problème particulière. La deuxième situation observée pouvait, elle aussi, être réalisée sur deux périodes et a été observée uniquement lors de sa première partie.

Dans le contexte précis de la deuxième enseignante, les situations-problèmes réalisées en classe sont systématiquement administrées en tant qu'évaluation. Les situations effectuées en pratique (formatif) sont remises en tant que travail à réaliser à la maison. De plus, lors des situations d'évaluation, les enseignants de cette école ne répondent pas aux questions dans l'intention de ne pas avantager certains élèves par rapport à d'autres. C'est pourquoi il n'a pas été possible d'observer des séances de résolution de problèmes complètes. Cependant, il a été possible d'observer une unique séance de retour sur une situation-problème évaluée, d'une durée de 15 minutes. Les entrevues avec les élèves, quant à elles, abordaient une situation-problème qui a été réalisée à un autre moment et qui n'a pas été observée puisqu'il s'agissait d'une situation d'évaluation.

La première période d'observation réalisée auprès de la troisième enseignante a eu lieu dans un contexte de résolution de problèmes en équipe de deux. Les entrevues subséquentes portaient sur cette situation-problème. La deuxième observation concernait elle aussi une situation-problème administrée en tant qu'évaluation où l'enseignante répondait tout de même aux questions des élèves.

3.4 Démarche d'analyse des données

Dans le cadre de cette recherche, les données ont été analysées à l'aide du logiciel NVivo qui a permis de regrouper les éléments pertinents afin de faire émerger des catégories. Les éléments qui ont émergé ont pu être associés à ce que Paillé et Mucchielli (2016) nomment des catégories conceptualisantes. Ces dernières permettent de dénombrer des phénomènes qui sont perceptibles à travers la lecture des données de recherche. Dans le cas de cette recherche, ces catégories concernent principalement des interventions d'enseignants ainsi que des difficultés particulières d'élèves.

4. Analyse des résultats

Cette section présentera tous les aboutissants des différents outils de collecte de données qui ont été utilisés. La première partie concerne la présentation des problèmes qui ont été rencontrés tout au long de cette recherche. La partie suivante permettra de mieux comprendre le contexte d'utilisation des problèmes en salle de classe par les enseignantes ainsi que les attentes qu'elles placent quant au travail des élèves. Finalement, la troisième partie abordera les actions d'accompagnement des enseignantes qui ont été rencontrées et qui permettent aux élèves d'évoluer à travers la résolution de leurs situations-problèmes.

4.1 Les problèmes utilisés par les enseignantes

Tout au long de cette recherche, ce sont en tout six problèmes complexes qui ont été rencontrés, soit deux par enseignante. Les problèmes rencontrés en troisième secondaire avec l'enseignante nº 1 ont été utilisés dans un contexte d'apprentissage en prévision d'une évaluation à venir. Les élèves pouvaient ainsi s'exercer avec ce type de tâches. Les enseignantes nº 2 et nº 3, toutes deux en quatrième secondaire, ont été visitées lors de problèmes réalisés dans un contexte d'évaluation. En ce qui concerne les différents champs des mathématiques impliqués dans les problèmes complexes, l'algèbre et la géométrie sont les champs les plus utilisés pour ces tâches. Ces derniers sont tous deux présents dans cinq problèmes sur les six rencontrés. Le sixième problème se réfère uniquement à des concepts de géométrie. L'un des problèmes fait appel aux statistiques en plus de l'algèbre et la géométrie.

4.2 Contexte de la réalisation de la résolution de problèmes

Le tableau 1 présente les passages tirés des entrevues avec les enseignantes, qui permettent de comprendre l'usage qui est fait de la résolution de problèmes.

Tableau 1. Contextes dans lesquels la résolution de problème est utilisée

Enseignante nº 1	« Bien les CD1[1] , on en fait pas beaucoup. […] On fait une pratique [et] un examen [au mois de février], une pratique au mois de mai [et] un examen. »
Enseignante nº 2	« Tu sais, à la fin des chapitres, il y a toujours des problèmes écrits. Et tu sais que les examens, nous autres [ils sont comme les examens du ministère], [ce qui] fait qu'ils sont toujours en train de faire de la résolution de même. »
Enseignante nº 3	« C'est juste en évaluation. […] Parce que c'est quand même long et demandant. Puis c'est difficile pour les élèves. […] Tu as pas le temps d'en pratiquer. »

En somme, la résolution de problèmes complexes ne semble pas être une pratique fréquente. Il semble y avoir une évaluation d'au moins un de ces problèmes pour chaque étape de l'année scolaire. L'enseignante nº 1 réalise des pratiques avant chacun des problèmes, mais n'en réalise pas à la première étape. C'est donc que les élèves réalisent quatre situations-problèmes durant l'année scolaire dont deux seront évaluées. L'enseignante nº 3 précise ne pas avoir le temps de faire de pratique et évalue donc tous les problèmes complexes réalisés en classe.

4.2.1 Attentes des enseignantes par rapport au travail des élèves

Les enseignantes ne désirent pas restreindre la démarche des élèves à une série d'étapes précises, mais cherchent tout de même à imposer une certaine organisation. Les extraits suivants, présentés dans le tableau 2, proviennent des entrevues réalisées avec certains élèves parmi les groupes observés.

Tableau 2. Perception des élèves des attentes des enseignantes

Élève 1.1	« Elle nous dit " mets des numéros, comme ça moi je vais pouvoir lire exactement dans l'ordre que tu l'as faite ". »
Élève 1.3	« Bien, elle nous le dit souvent : il faut qu'on marque toutes nos étapes et qu'on mette des titres. »
Élève 2.5	« […] elle veut au moins qu'on identifie ce qu'on fait, admettons. »
Élève 3.5	« Sûrement quelque chose de structuré pour qu'elle comprenne quand même. Faut pas que je lui fasse des gribouillis non plus, là. »

[1] CD1 et CD2 réfèrent aux compétences disciplinaires. Lorsque les enseignantes parlent d'une « CD1 » elles font référence à un problème qu'elles ont utilisé pour évaluer la compétence à résoudre une situation-problème.

Les élèves semblent tous, peu importe l'enseignante, percevoir une liberté quant à leur démarche dans la mesure où leur enseignante est capable de bien identifier leur raisonnement.

4.3 Actions d'accompagnement lors de la réalisation de problèmes

Tout au long du déroulement de cette recherche, plusieurs données ont été amassées quant à la façon dont les enseignantes réalisent leur accompagnement.

Ces différentes actions d'accompagnement peuvent être regroupées en quatre grandes catégories : les actions préalables, les actions liées aux savoirs mathématiques, les actions liées aux démarches des élèves et les actions didactiques à visée plus générale.

La première catégorie abordant les actions préalables concerne toutes les actions posées par les enseignantes qui ont pour but de faciliter la tâche ou de guider les élèves durant la période de résolution de problèmes à venir. Elles concernent donc le contexte dans lequel l'activité sera réalisée. Différents facteurs sont concernés tels que le choix du problème, la façon dont le cahier de réponses sera structuré, l'information qui est donnée aux élèves pour qu'ils se préparent pour la tâche et le choix du type de travail (individuel ou en équipe) que les élèves effectueront.

La seconde catégorie concerne les actions liées aux savoirs mathématiques. L'enseignante cherche, durant la réalisation du problème, à guider l'élève vers la mobilisation d'un savoir approprié ou à lui expliquer un savoir qu'il semble mal maîtriser.

Viennent ensuite les actions liées aux démarches des élèves. L'objectif est d'aider l'élève dans sa démarche de résolution de problèmes. Il peut arriver que ce soit en lui donnant des techniques de travail ou en lui mentionnant la série d'étapes à réaliser; ces pratiques ont pour but de faire évoluer l'élève dans sa procédure de résolution.

Finalement, la dernière grande catégorie concerne les actions didactiques à visée plus générale utilisées par les enseignantes durant la résolution d'un problème. Cette catégorie plus large regroupe des actions qui vont parfois permettre à l'élève d'évoluer face à un savoir mathématique, une démarche ou encore les deux à la fois. Elle regroupe aussi les choix pédagogiques que l'enseignante fait durant la résolution de problèmes, comme corriger avec les élèves durant la période ou encore utiliser un objet en trois dimensions pour aider les élèves à se faire une représentation. Le tableau 3 présente les différentes actions d'accompagnement rencontrées réparties selon la catégorie correspondante. Les trois dernières colonnes du tableau permettent de constater les enseignantes chez qui ses actions ont été observées et le contexte de réalisation (apprentissage ou évaluation). La provenance des différentes actions d'accompagnement (entrevue ou observation) ainsi qu'une courte définition peuvent être consultées en annexe.

Tableau 3. Catégorisation des actions d'accompagnent

Catégories	**Actions d'accompagnement**	**E1**	**E2**	**E3**
		(Apprentissage)	(Évaluation)	
Actions préalables	Utiliser le même problème chaque année en lui apportant des améliorations	X	X	
	Distribuer, avant la période de résolution de problèmes, une feuille regroupant les chapitres qui se retrouveront dans le problème	X	X	
	Diviser le cahier de réponses en sous-sections afin d'orienter les élèves dans la tâche ou placer les informations dans l'ordre dans lequel elles doivent être utilisées	X		X
	Placer les élèves en équipe de deux durant la période de résolution d'un problème			X
Actions liées aux savoirs mathématiques	Donner comme astuce aux élèves de sortir les formules associées aux notions qu'ils rencontrent dans le problème	X	X	
	Orienter l'élève vers la notion mathématique à utiliser	X		X
	Expliquer un concept individuellement à un élève	X		
Actions liées aux démarches des élèves	Donner des techniques de travail	X		X
	Encourager les élèves à diviser la tâche en plusieurs petites étapes	X		X
	Mentionner à l'élève la série d'étapes qu'il doit réaliser	X		
Actions didactiques à visée plus générale	Clarifier une question ou une information	X	X	X
	Identifier un raisonnement erroné chez l'élève	X	X	X
	Réaliser une partie du problème en exposant à voix haute son raisonnement	X	X	
	Encourager l'élève dans son raisonnement	X		X
	Lire ou survoler le problème avec les élèves	X		X
	Préciser ce qui est considéré lors de l'évaluation	X	X	
	Questionner l'élève afin de l'aider à déterminer un élément requis pour résoudre une partie du problème	X		X
	Donner une indication à un élève en échange d'un retrait de points lors de la correction			X
	Corriger avec les élèves avant la fin de la période pour qu'ils repartent avec les bonnes valeurs pour la suite au cours suivant	X		
	Corriger avec les élèves le problème durant la pratique	X		
	Dessiner au tableau durant la lecture du problème pour aider les élèves à se représenter ce qu'ils doivent faire			X
	Utiliser une représentation en trois dimensions pour aider les élèves à visualiser une information du problème	X		

L’observation de ce tableau permet de constater que les actions les plus fréquentes et les plus nombreuses sont liées aux actions didactiques à visée plus générale. Aussi, le contexte de réalisation de la tâche, qu’il s’agisse d’un apprentissage ou d’une évaluation, n’empêche pas les enseignantes de soutenir leurs élèves de différentes manières.

5. Discussion

La première interprétation qu’il est possible de faire concerne les facteurs venant influencer la performance d’un élève lors de la résolution d’un problème mathématique, présentés par Schoenfeld (1985). Les connaissances de bases maîtrisées par l’élève, les stratégies de résolution de problèmes qu’il possède, sa capacité à faire preuve de métacognition ainsi que son système de croyances par rapport à la résolution de problèmes pourraient tous avoir un impact sur sa performance en résolution de problèmes. Il ne s’agit pas ici de se questionner quant à la pertinence des éléments, puisqu’il est évident que ceux-ci viennent teinter la capacité de l’élève à résoudre un problème. Une question émerge tout de même : les actions mises en place par les enseignants, qui ont été documentées dans cette recherche, peuvent-elles venir appuyer l’un de ces facteurs d’influence? Dans le cas des connaissances de base, elles sont consolidées par les actions liées aux savoirs mathématiques. Ce renfort se concrétise principalement par le fait d’orienter un élève vers le savoir mathématique à utiliser ou encore en lui expliquant directement un concept.

Pour ce qui est des stratégies de résolution de problèmes dont l’élève est en mesure de faire l’usage, de nombreuses actions, situées dans toutes les catégories, viennent soutenir le travail de l’élève :

- Diviser le cahier de réponses en sous-sections afin d’orienter les élèves dans la tâche ou de placer les informations dans l’ordre dans lequel elles doivent être utilisées;
- Donner comme astuce aux élèves de sortir les formules associées aux notions qu’ils rencontrent dans le problème;
- Donner des techniques de travail;
- Encourager les élèves à diviser la tâche en plusieurs petites étapes;
- Mentionner à l’élève la série d’étapes qu’il doit réaliser;
- Dessiner au tableau durant la lecture du problème pour aider les élèves à se représenter ce qu’ils doivent faire.

Toutes ces actions d’accompagnement ont pour effet d’outiller l’élève et de lui permettre de développer de nouvelles stratégies de résolution de problèmes, et ce, que ce soit en contexte d’apprentissage ou d’évaluation.

En comparant les éléments critiques à avoir en tête lors de l'accompagnement des élèves dans une tâche complexe (Jackson et al., 2012) aux actions d'accompagnement identifiées, il est possible d'affirmer que les séances de discussions et d'échange qui permettent aux élèves de verbaliser leur pensée n'ont pas la place qu'elles devraient dans les classes du secondaire visitées. Une seule des six situations a laissé place au travail en équipe et, lors de cette dernière, il n'y avait pas d'actions permettant d'orienter les discussions des différents groupes d'élèves. Le référentiel d'intervention en mathématique (Gouvernement du Québec, 2019) place pourtant la communication comme l'une des conditions essentielles à l'activité mathématique. Aussi, certaines actions d'accompagnement mises en place ont le potentiel de diminuer l'engagement cognitif de l'élève en lui proposant des raccourcis dans son travail de résolution. Parmi ces actions, il est possible de retrouver : orienter l'élève vers une notion précise, donner des techniques de travail, diviser le cahier de réponses et réaliser une partie du problème à voix haute.

5.1 Effet des actions d'accompagnement sur la démarche de résolution

Dans le cadre théorique, l'analyse de différentes conceptions du processus mis en œuvre pour résoudre un problème a permis d'identifier quatre principales étapes : la compréhension du problème, la conception d'un plan, l'exécution du plan ou la résolution du problème et, finalement, la vérification. Étant donné le passage obligé de chacune de ces étapes pour résoudre une tâche complexe, comme celles rencontrées dans le cadre de cette recherche, il convient de s'interroger quant à savoir quel est l'impact des actions d'accompagnement sur les différentes étapes de la résolution d'un problème. À ce stade, un bémol est tout de même nécessaire. Comme démontré précédemment, le processus de résolution de problèmes n'est pas linéaire, de nombreux aller-retour peuvent être réalisés. Certaines actions pourraient donc jouer un rôle à de multiples phases ou encore avoir pour effet d'orienter la résolution vers un processus plus ou moins linéaire comme rencontré dans la recherche de Goulet (2018) au primaire.

5.1.1 Compréhension du problème

Cette étape est primordiale afin de permettre aux élèves de se lancer dans la résolution de la tâche. Parmi les actions préalables identifiées, le fait d'utiliser le même problème d'année en année, en lui apportant des améliorations, peut permettre de venir faciliter la compréhension de la tâche pour les élèves. Cette pratique est bénéfique pour les enseignants selon deux différents aspects. En premier lieu, dans un contexte où les situations-problèmes sont peu nombreuses, il est difficile de trouver de nouveaux problèmes. En deuxième lieu, l'amélioration d'un même problème au fil des ans vient aider la réussite des élèves puisque les enseignants savent ce pour quoi ils préparent leurs élèves et ce qui peut être problématique pour eux.

Durant la résolution d’un problème, le fait de venir clarifier une question ou une information exerce une influence directe sur la compréhension de l’élève sur le problème en question. Dans le même sens, le fait de dessiner au tableau durant la lecture afin d’aider les élèves à se faire une représentation, ou encore d’utiliser une représentation en trois dimensions vient aussi agir sur la compréhension des élèves.

5.1.2 Conception d’un plan

Le fait de diviser la tâche ou le cahier de réponses en sous-sections pourrait avoir pour effet néfaste de venir annuler la nécessité de cette étape, puisque l’élève, après avoir compris le problème, peut se lancer dans la phase de résolution en complétant les calculs associés à chacune des sections. Dans le même sens, le fait d’encourager l’élève à diviser la tâche en sous-étapes ou de lui mentionner la série d’étapes qu’il doit réaliser est deux actions qui ont elles aussi un impact sur la phase de conception d’un plan.

5.1.3 Exécution du plan (résolution du problème)

Cette étape occupe une place très importante dans les tâches pilotées par les enseignantes participantes à cette recherche en raison de la particularité des problèmes utilisés et de l’énergie déployée pour aider l’élève à se rendre jusqu’à cette phase. Les problèmes mobilisant tous plusieurs concepts mathématiques, les actions d’accompagnement mises de l’avant par les enseignants semblent vouloir faciliter la partie « compréhension » et la partie « conception d’un plan » afin de permettre à l’élève de travailler activement à la résolution du problème. C’est pourquoi il n’est pas surprenant de voir un grand nombre d’actions d’accompagnement pouvant être rattachées directement à cette étape ou encore aux étapes précédentes dans un but d’y arriver plus facilement. Les actions : mentionner à l’élève la série d’étapes à réaliser, orienter vers la notion à utiliser, donner des techniques de travail, diviser le cahier de réponses, encourager à diviser la tâche, réaliser une partie du problème avec eux ainsi que donner une indication en échange d’un retrait de point ont toutes pour impact de faciliter les phases de compréhension et de conception d’un plan afin de permettre à l’élève d’être en action à la phase d’exécution.

5.1.4 Vérification

Parmi toutes les actions d’accompagnement qui ont été observées, aucune ne semble orienter l’élève vers une validation de sa démarche. Certaines actions pourraient même avoir l’effet contraire et venir inhiber le besoin de l’élève de valider sa démarche. C'est le cas, par exemple, de l'action : identifier un raisonnement erroné chez l'élève. En identifiant une erreur, l'enseignant vient modifier le contrat didactique (Brousseau, 1998) en prenant la responsabilité de la vérification de la démarche à la place de l'élève. Cette action peut envoyer comme signal à l'élève qu'il n'est pas nécessaire de vérifier sa démarche puisqu'en allant voir l'enseignant, il aura une rétroaction directe sur celle-ci. Il faut tout de même spécifier que dans le cadre d'évaluations des apprentissages de la discipline des mathématiques (Gouvernement du Québec, 2011), il est question de validation des étapes de la démarche. Cependant, cette mention est accompagnée d'un commentaire précisant aux enseignants que la validation de la démarche par l'élève doit faire l'objet d'une rétroaction à ce dernier, mais ne doit pas être considérée dans les résultats communiqués au bulletin. Cette absence d'obligation de réaliser une évaluation pourrait venir expliquer la place quasi inexistante de la validation dans les activités de résolution de problèmes analysés.

Conclusion

Tout au long de cet article, il a été question de la résolution de problèmes et de la place qu'elle occupe dans le programme de formation depuis la réforme du Ministère au début du 21e siècle (Gouvernement du Québec, 2001, 2006, 2007). Une nouvelle vision s'est installée, celle de l'évaluation par compétence. Au niveau de la discipline des mathématiques, l'un des plus grands changements marqués par cette réforme a été l'apparition de la compétence à résoudre des situations-problèmes. Cette nouvelle compétence est venue modifier la réalité dans la salle de classe des enseignants puisqu'ils devaient désormais montrer aux élèves à résoudre des problèmes, mais ils avaient aussi à évaluer leur capacité à mener à terme des tâches mathématiques d'envergure.

À partir de ce qui est accessible dans la littérature sur la résolution de problèmes, il a été possible d'avancer que résoudre un problème nécessite quatre grandes étapes : la compréhension de l'énoncé, la conception d'un plan, la résolution du problème et la vérification de la démarche et de la solution. Les différentes actions d'accompagnement peuvent venir atténuer le rôle prépondérant et le niveau de difficulté de certaines de ces étapes.

La division de la tâche peut venir remplacer l'étape de conception d'un plan qui devrait être réalisée par l'élève. Du moins, il n'aura plus à réfléchir sur la séquence des actions. Il lui reste à déterminer les concepts à mobiliser pour réaliser chacune des étapes.

La phase de vérification peut malheureusement se faire éclipser par les actions d'accompagnement mises en place par les enseignantes. Lors de l'identification d'un raisonnement erroné, l'enseignante effectue une forme de vérification de la démarche de l’élève, ce qui l’amène à se réajuster et lui évite d’avoir à se valider par lui-même.

Les enseignants semblent avoir tendance, par l’intermédiaire des actions d’accompagnement, à vouloir conserver les élèves en action dans la phase d’exécution d’un plan en leur apportant du soutien lorsqu’ils sont dans les phases de compréhension ou de conception d’un plan. Plusieurs actions viennent orienter les élèves lors de ces phases. On peut s’interroger sur ce constat, surtout lorsqu’il est mis en relation avec les caractéristiques associées aux situations-problèmes. Le fait de simplifier le travail de l’élève au niveau des premières phases pourrait orienter la situation vers un simple exercice ou encore diminuer considérablement la complexité de la tâche.

Dans un autre ordre d’idées, cette recherche ayant permis de révéler plusieurs actions d’accompagnement pouvant être mises en place afin d’aider l’élève à résoudre une situation-problème, il serait aussi intéressant dans une recherche ultérieure d’identifier celles qui semblent démontrer une plus grande efficacité sur l’activité de résolution de problèmes des élèves.

Références

Astolfi, J.-P. (2014). *L'erreur, un outil pour enseigner* (11e édition.). ESF Éditeur.

Bair, J., Haesbroeck, G. et Haesbroeck, J.-J. (2000). *Formation mathématique par la résolution de problèmes*. De Boeck.

Biémar, S. (2012). Accompagner un groupe d'enseignant dans une école : une grille de compétences. Dans E. Charlier et S. Biémar (dir.), *Accompagner un agir professionnel* (p. 19-34). De Boeck.

Boivin, M. (2019). *Les actions d’accompagnement mises en place par les enseignants en contexte de résolution de situations-problèmes au deuxième cycle du secondaire* [mémoire de maitrise, Université du Québec à Chicoutimi]. Constellation. https://constellation.uqac.ca/id/eprint/5229/

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 309-336.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions la Pensée sauvage.

Carlson, M. et Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational studies in Mathematics*, *58*(1), 45-75. https://doi.org/10.1007/s10649-005-0808-x

Cooper, J. et Arcavi, A. (2013). Mathematicians and elementary school mathematics teachers – meetings and bridges. Dans Y. Li et J. N. Moschkovich (dir.), *Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics: Learning from Alan Schoenfeld and Günter Törner* (p. 179-200). Sense Publishers.

Corbeil, N., Pelletier, M. et Pallascio, R. (2001). Les situations problèmes : au coeur de la réforme en mathématiques. *Instantanés mathématiques*, *37*(3), 14-27.

De Vecchi, G. (2001). *Aider les élèves à apprendre*. Hachette.

DeBlois, L., Barma, S. et Simon, L. (2016). L'enseignement ayant comme visée la compétence à résoudre des problèmes mathématiques : quels enjeux? *Éducation et francophonie, 44*(2), 40-67. https://doi.org/10.7202/1039021ar

Demonty, I. et Fagnant, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et francophonie, 42*(2), 173-189. https://doi.org/10.7202/1027912ar

Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Hachette Éducation.

Freiman, V. et Savard, A. (2014). Résolution de problèmes en mathématiques. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 1-6. https://doi.org/10.7202/1027902ar

Goos, M., Galbraith, P. et Renshaw, P. (2000). A money problem: A source of insight into problem solving action. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 13*, 1-21.

Goulet, M.-P. (2018). *Méthodes de résolution de problèmes écrits de mathématiques présentées au primaire : pratiques associées et effets de ces méthodes sur l'activité mathématiques des élèves* [thèse de doctorat, Université du Québec à Rimouski]. Semaphore. https://semaphore.uqar.ca/id/eprint/1541/

Gouvernement du Québec. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise : Éducation préscolaire et enseignement primaire*. Ministère de l'Éducation.

Gouvernement du Québec. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. (2007). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, deuxième cycle*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. (2009). *Échelles de niveaux de compétence : enseignement secondaire, 2e cycle*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. (2011). *Cadre d'évaluation des apprentissages : Mathématique*. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. (2016). *Progression des apprentissages au secondaire : Mathématique.* Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.

Gouvernement du Québec. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique.* Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.

Hatch, J. A. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. State University of New York Press.

Jackson, K., Shahan, E.C., Gibbons, L.K. et Cobb, P.A. (2012). Launching Complex Tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(1), 24 – 29. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.18.1.0024

Labelle, H. (2008). *Les pratiques pédagogiques favorisant le développement de la pensée algébrique* [mémoire de maitrise, Université du Québec à Chicoutimi].

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014a). La notion de situation-problème en mathématiques au début du 21e siècle au Québec: Rupture ou continuité? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. https://doi.org/10.1080/14926156.2014.993443

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014b). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 7-23. https://doi.org/10.7202/1027903ar

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation*. Guérin.

Lessard, G., Deschênes, G., Anwandter Cuellar, N., Bergeron, J. et Leroux, M. (2020). La situation-problème mathématique à l'école primaire : ce que les conceptions d'enseignantes nous révèlent. *Revue des sciences de l'éducation, 46*(3), 7-37. https://doi.org/10.7202/1075986ar

Maheux, J.-F. et Proulx, J. (2017). Éthique et activité mathématique. *Éducation et francophonie*, *45*(1), 174-194. https://doi.org/10.7202/1040726ar

Merriam, S. B., et Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation.* John Wiley & Sons.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2016). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales* (4e édition.). Armand Colin.

Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique. *Vie pédagogique*, *136*, 32-35.

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire : notes didactiques.* ERPI.

Polya, G. (1957). *Comment poser et résoudre un problème.* Dunod.

Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S. et Ikram, M. (2021). Using open-ended problem-solving tests to identify students' mathematical creative thinking ability. *Participatory Educational Research*, 8(3), 285-299. http://dx.doi.org/10.17275/per.21.66.8.3

Reiss, K., M. Lindmeier, A., Barchfeld, P. et Beate, S. (2013). Developing problem solving skills in elementary school. Dans Y. Li et J. N. Moschkovich (dir.), *Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics: Learning from Alan Schoenfeld and Günter Törner* (p. 33-49). Sense Publishers.

Savoie-Zajc, L. (2011). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans L. Savoie-Zajc, et T. Karsenti (dir.), *La recherche en éducation : étapes et approches* (p. 123-148). ERPI.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2013). Encore. Dans Y. Li, et J. N. Moschkovich (dir.), *Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics: Learning from Alan Schoenfeld and Günter Törner* (p. 287-301). Sense Publishers.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques, 10* (2.3), 133-170.

Vienneau, R. (2017). *Apprentissage et enseignement : théories et pratiques (3e édition*). Gaëtan Morin éditeur.

Vygotski, L. S. (1985). *Pensée et langage*. Éditions sociales.

Annexe 1 : Provenance des actions d’accompagnement

Actions d’accompagnement des enseignantes, résultantes des entrevues

Actions		Description	Citations
1	Utiliser le même problème chaque année en lui apportant des améliorations.	Que ce soit en pratique ou en situation d’évaluation, l’enseignante utilise le même problème que celui de l’année précédente en lui apportant des modifications. Ces modifications concernent généralement des éléments (énoncé, questions, informations, etc.) qui ont été moins bien compris ou réussis par les élèves.	Enseignante no 1 : « Oui, et souvent tu as à l'améliorer. […] Souvent tu vas dans une banque, tu ne l'inventes pas. Mais tu as à l'améliorer à mesure que tu le fais à chaque année. » Enseignante no 2 : « Souvent on l'avait, mais il a fallu qu'on le modifie aussi ce problème-là. »
2	Distribuer, avant la période de résolution de problèmes, une feuille regroupant les chapitres qui se retrouveront dans le problème.	L’enseignante distribue, avant la situation-problème évaluée, une feuille détaillant les chapitres vus au cours des derniers mois qui se retrouveront dans cette dernière. Ainsi, les élèves peuvent préparer une feuille de notes rappelant les savoirs qui seront visés.	Enseignante no 1 : « On donne une feuille d'étude. […] L'autre bord, c'est CD1. Ici c'est CD2. » Enseignante no 2 : « Oui, je leur donne cette feuille-là, ce qui fait qu'ils savent c'est quoi qu'ils ont comme concept à la CD1. »
3	Diviser le cahier de réponses en sous-sections afin d’orienter les élèves dans la tâche ou placer les informations dans l’ordre dans lequel elles doivent être utilisées.	La situation-problème est accompagnée d’un cahier de réponses pour l’élève qui est divisé en section selon la tâche à accomplir. Si ce n’est pas le cahier de réponses qui est divisé, il peut s’agir de l’énoncé du problème qui est conçu et divisé de sorte que les informations sont placées dans l’ordre dans lequel elles devront être utilisées. Ainsi, l’élève est préalablement orienté dans les étapes qu’il devra accomplir. Cette pratique est retrouvée dans cinq problèmes sur les six utilisés.	Enseignante no 1 : « […] c'est de décortiquer la tâche en partie, c'est ça la stratégie qui est la mieux. […] nous autre on le fait dans les cahiers réponses pour aider l'élève. »

4	Donner une indication à un élève en échange d'un retrait de points lors de la correction	Lorsqu'un élève est bloqué dans la résolution de son problème, l'enseignante lui donnera une indication lui permettant de continuer le problème. Cependant, l'élève sera pénalisé sur les points rattachés au raisonnement qu'il n'aura pas su mobiliser lui-même.	Enseignante no 3 : « C : vous allez lui donner, mais vous lui enlevez des points. » E : « C'est ça. […] Il va partir avec une façon de faire. Puis, bon, peut-être que ses chiffres seront pas correct, mais je lui dis : "Bon, c'est les systèmes d'équations". »
5	Placer les élèves en équipe afin de résoudre le problème.	L'enseignante place les élèves en équipe de deux durant la période de résolution d'un problème.	Enseignante no 3 : « c'était plus facilitant. J'aurais eu plus de questions s'ils étaient seuls. L'entraide. Mais on ne peut pas toutes les faire comme ça. »
6	Encourager les élèves à diviser la tâche en plusieurs petites étapes.	L'enseignante donne comme indication aux élèves de diviser le problème en plusieurs petites parties afin de pouvoir simplifier la tâche à réaliser.	Enseignante no 1 : « c'est de décortiquer la tâche en parties, c'est ça la stratégie qui est la mieux. »
7	Donner comme astuce aux élèves de sortir les formules associées aux notions qu'ils rencontrent dans le problème.	L'enseignante conseille aux élèves d'écrire toutes les formules correspondantes, dès qu'ils reconnaissent un concept dans une information du texte. Ainsi il devrait être plus facile pour eux de pouvoir sélectionner les étapes à réaliser.	Enseignante no 2 : « je leur dis, vas-y bouchée par bouchée. Tu as ça, qu'est-ce que tu as appris? Qu'est-ce que tu as vu? Regarde ta feuille aide-mémoire. Qu'est-ce que tu as vu et qu'est-ce que tu es capable de faire là-dedans? […] Tu as un triangle, bon. Qu'est-ce qu'on a fait avec les triangles? Qu'est-ce qu'on a vu? On a vu ça. Es-tu capable de le faire? Oui! Bien fais-le! Tu ne sais pas pourquoi, mais fais-le. »
8	Corriger avec les élèves avant la fin de la période pour qu'ils repartent avec les bonnes valeurs pour la suite du problème au cours suivant.	L'enseignante prévoit corriger certaines étapes du problème à la fin de la première séance de pratique (d'une série de deux) afin que les élèves repartent tous au même point avec les bonnes informations au cours suivant.	Enseignante no 1 : « À la fin de la première période. Habituellement […], je commence à corriger avec eux autres. Pour faire des modèles de démarches. »

Actions d'accompagnement des enseignantes, résultantes des observations

Actions		Description	Citations ou notes associées
1	Clarifier une question ou une information	Lorsqu'un élève ne comprend pas bien une information du texte ou encore une question à laquelle il doit répondre, l'enseignante la reformule ou lui explique afin qu'elle soit plus claire.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Bien, c'est ça qu'il faut que tu trouves. Il faut que tu trouves combien de terrains ça va prendre [pour] installer les jeux. C'est une des grosses tâches. » Enseignante no 2 (évaluation) : « C'est le coût par mètre. Donc, ça dépend, ça veut dire que si on achète entre zéro et 40 mètres. C'est 30 cennes du mètre. Si j'achète entre 40 et 160, donc c'est 20 cennes. Donc, si j'achète plus que 160, c'est 10 cennes du mètre. […] vous deviez faire : le prix. » Enseignante no 3 (évaluation) : Lit avec les élèves les coordonnées des points et précise avec eux l'échelle suivante : une unité dans le plan équivaut à 10 km.
2	Identifier un raisonnement erroné chez l'élève	Lorsqu'un (ou plusieurs) élève(s) posent une question à l'enseignante, elle identifie dans la démarche qu'il a fait jusqu'à maintenant une erreur. Cette action est réalisée afin de remettre les élèves sur la bonne voie.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Tu en as pas besoin de l'aire latérale... C'est l'aire de la base, dans le fond l'aire du jeu qui t'intéresse. » Enseignante no 2 (évaluation) : « Il y en a qui sont arrivés à 20 cennes. Ils ont oublié de multiplier par 80. » Enseignante no 3 (évaluation) : L'enseignante explique aux élèves l'erreur qu'ils ont faite.
3	Donner des techniques de travail	Les enseignantes donnent aux élèves des techniques susceptibles de les aider à travailler plus efficacement lors de la résolution de leur problème.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Prenez le temps de le lire comme il faut. Surligner... C'est une pratique, ça ne compte pas. […] Si jamais vous bloquez dans un examen de compétence 1, relisez vos contraintes, c'est sûr qu'à un moment donné, elle va bien se faire la compétence 1. » Enseignante no 3 (évaluation) : Donne comme conseil : « Si ça peut vous aider, vous pouvez redessiner votre triangle dans votre document parce que c'est dans le document que je vais corriger. »

4	Encourager l'élève dans son raisonnement	L'enseignante encourage l'élève à poursuivre dans le raisonnement qu'il a commencé.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Oui. Très bonne déduction. » « Ça, c'est bon. Jusque-là toute ta première étape est bonne. » Enseignante no 3 (évaluation) : Mentionne aux élèves : « Oui, c'est du vrai travail d'équipe. »
5	Lire ou survoler le problème avec les élèves	L'enseignante effectue la lecture complète du problème avec les élèves ou elle survole avec eux des passages qu'elle juge plus importants.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Sur le terrain de jeu que le propriétaire du terrain de camping veut installer. Vous avez lu, vous avez sûrement remarqué que le cercle qui est ici, le disque, c'est la fusée. » Enseignante no 3 (évaluation) : Précise qu'elle présentera la tâche avant de les laisser aller travailler en équipe. […] L'enseignante lit avec les élèves le problème.
6	Réaliser une partie du problème en exposant à voix haute son raisonnement	L'enseignante effectue une partie du problème au tableau en explicitant le raisonnement qu'elle a pendant qu'elle réalise sa démarche. De cette façon l'enseignante modélise aux élèves le raisonnement qu'ils doivent mobiliser dans ces situations.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Ok. Fait que si je vais dans mon cahier et que je me pars avec ce qu'ils me donnent. Donc, avec l'aire latérale, donc je vais me partir avec l'aire latérale. Fait que si dans le fond ce que je veux c'est trouver le rayon, moi. […] Vous allez vous en rendre compte en écrivant des formules. » Enseignante no 2 (évaluation) : « Même pente. Donc la piste cyclable. Est où ma piste cyclable. Elle est ici. Donc ça veut dire que. Ça, c'est ma piste cyclable, je veux placer les trésors de manière à ce qu'ils soient parallèles à la piste cyclable. Je ne sais pas moi, ici ou là. Mais il faut que j'en place 4 donc comme ça ici. »
7	Orienter l'élève vers la notion mathématique à utiliser.	L'enseignante donne une indication à l'élève lui permettant de reconnaître le concept qu'il doit utiliser pour résoudre une certaine partie du problème.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Comme ça, oui. Mais en fait, une rotation, on s'entend que c'est une circonférence. » Enseignante no 3 (évaluation) : « 4 m^3 est un indice : volume! »
8	Préciser ce qui est considéré lors de l'évaluation	L'enseignante précise aux élèves les éléments qui sont importants à	Enseignante no 1 (apprentissage) : « La deuxième étape, c'est tout ce que vous avez fait qu'il fallait faire. La

		considérer en prévision de l'évaluation qu'elle réalisera concernant leur travail de résolution.	troisième étape, c'est si vous arrivez aux réponses. Ok. Fait qu'il va y avoir plein d'affaires que je dois cocher. Ça compte pour l'étape 3 la CD1. La compétence 1 de jeudi matin elle compte pour l'étape 3. » Enseignante no 2 (évaluation) : « plus ça va aller, plus je vais être sévère. Donc là, il fallait que vous m'indiquiez que vous preniez cette règle-là. Pourquoi je prends cette règle-là, parce que 45 est plus grand que 20. Faut dire pourquoi vous utilisez cette règle-là. Fait que, là il y en a plein que j'aurais dû mettre zéro dans leur démarche. »
9	Questionner l'élève afin de l'aider à déterminer un élément requis pour résoudre une partie du problème	L'enseignante pose des questions à l'élève afin de l'orienter et de l'aider à déterminer lui-même ce qu'il devra faire pour réussir une partie du problème.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Fait que, dans le fond, les dimensions ça va être comme une rotation par trois rotations. Fait que pour trouver la circonférence, faut que tu trouves quoi? Qu'est-ce que ça prend pour faire une circonférence? » Enseignante no 3 (évaluation) : Demande ensuite : « Fait que c'est quoi que tu as trouvé? »
10	Encourager les élèves à diviser la tâche en plusieurs petites étapes.	L'enseignante donne comme indication aux élèves de diviser le problème en plusieurs petites parties afin de pouvoir simplifier la tâche à réaliser.	Enseignante no 3 (évaluation) : « Allez-y tranquillement, commencer par trouver les relais. Allez-y un par un.» Donne un exemple avec un tas de linge. Ils sont à la même étape que s'ils devaient plier un tas de linge. Le tas est par terre et ils ne peuvent pas tout plier en même temps. Ils doivent prendre les morceaux un par un et les plier. »
11	Donner une indication à un élève en échange d'un retrait de points lors de la correction	Lorsqu'un élève est bloqué dans la résolution de son problème, l'enseignante lui donnera une indication lui permettant de continuer le problème. Cependant, l'élève sera pénalisé sur les points rattachés au raisonnement qu'il n'aura pas su mobiliser lui-même.	Enseignante no 3 (évaluation) : Encercle au crayon rouge le point de rencontre et indique « comparaison ». Elle dit que c'est un système d'équations à résoudre par comparaison. Le fait de placer du crayon rouge lui sert de rappel au moment de la correction.
12	Corriger avec les élèves le	Lors de la réalisation d'une situation-problème en contexte de pratique,	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Quand je vais voir que tout le monde a essayé la fusée, moi, je vais corriger déjà

	problème durant la pratique	l'enseignante corrige avec les élèves certaines étapes durant la période.	la fusée au tableau pour pas que ça en fasse trop pour demain. Ok. Pour essayer de vous partir comme il faut. »
13	Expliquer un concept individuellement à un élève	L'enseignant fournit à l'élève une explication sur une notion qui lui pose problème.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Quand vous faites une rotation. Ça, c'est une circonférence, hein? Circonférence du cercle. Du disque. Du cercle qui est ici. »
14	Dessiner au tableau durant la lecture du problème pour aider les élèves à se représenter ce qu'ils doivent faire	L'enseignante effectue un dessin au tableau en effectuant la lecture du problème dans le but d'accentuer certaines informations contenues dans l'énoncé.	Enseignante no 3 (évaluation) : Dessine au tableau la représentation des sentiers qui sont tous reliés, puis indique l'endroit où seront situés les relais.
15	Mentionner à l'élève la série d'étapes qu'il doit réaliser.	L'enseignante oriente l'élève en lui dictant une séquence d'étapes à réaliser pour parvenir à solutionner le problème ou une partie de ce dernier.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « Après ça, tu vas prendre ta formule. Tu vas isoler. En faisant K à la 3 tu vas avoir ton volume […]. Tu vas avoir ton rayon tu vas pouvoir placer la circonférence. »
16	Donner comme astuce aux élèves de sortir les formules associées aux notions qu'ils rencontrent dans le problème.	L'enseignante conseille aux élèves d'écrire toutes les formules correspondantes, dès qu'ils reconnaissent un concept dans une information du texte. Ainsi, il devrait être plus facile pour eux de pouvoir sélectionner les étapes à réaliser.	Enseignante no 1 (apprentissage) : « À chaque fois qu'il y a une table de valeurs, il faut trouver une règle. »
17	Placer les élèves en équipe afin de résoudre le problème.	L'enseignante place les élèves en équipe de deux durant la période de résolution d'un problème.	Enseignante no 3 (évaluation) : Fait une parenthèse sur le choix de travail d'équipe qu'ils veulent faire (tout faire ensemble ou encore séparer en partie). En équipe de deux ou ils peuvent le faire seul.
18	Utiliser une représentation en trois dimensions pour aider les élèves à visualiser une information du problème	L'enseignante utilise un objet afin d'aider les élèves à percevoir une information du problème qui semblait leur échapper.	Enseignante no 1 (apprentissage) : L'enseignante utilise un bricolage pour aider les élèves à se représenter le jeu. (Une pyramide est placée sur une feuille.)